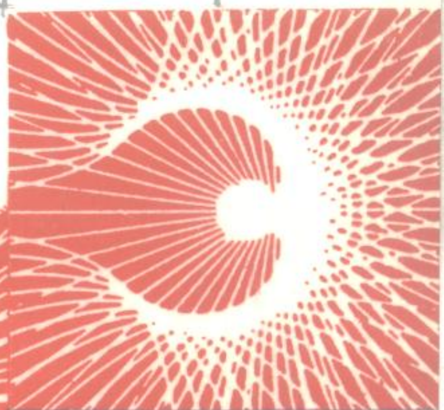
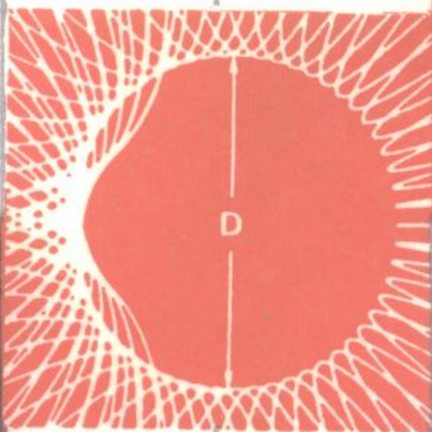
断裂动力学引论

范天佑 著





北京理工大学出版社

断裂动力学引论

范天佑　著

北京理工大学出版社

内 容 简 介

断裂动力学是近年来蓬勃发展的断裂力学的一个新分支。本书对裂纹在动态载荷以及弹性波作用下的起始扩展和快速传播，以及可能的止裂问题作了系统而全面的介绍，对非线性动态裂纹问题也作了初步的然而是力求深入和详细的介绍。这些阐述除了数学上的严谨和详尽之外，对物理意义的讨论也很重视，并且对数值方法和实验方法作了专门和深入的介绍。对各种结果的讨论相当充分，除了算式，还配合了一定数量的图、表，帮助读者理解。对已有的应用实例作了梗概评述。书中包含国内外学者的若干最新的研究成果，其中也包括著者本人潜心研究的成果以及他对前人工作的补充、订正和发展。书中若干复杂困难的计算，为著者所提供，这些细节在断裂动力学的文献中尚属首次发现，并且纠正了若干权威的错误。

本书可供高年级大学生、研究生以及教学和科研人员参考。

This is a new and comprehensive monograph covering the basic theory and mathematical methods, experimental methods and applications of fracture dynamics. The book consists of Introduction and eight chapters which provide the mathematics and mechanics preparedness, the discussions on crack initiation under impact loading, fast crack propagation and carck arrest, the interaction between crack and elastic waves, the dynamic crack problems of materials with nonlinear behaviour, numerical methods. experimental methods and applications. respectively.

断裂动力学引论

范天佑 著

北京理工大学出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

地质出版社印刷厂印刷

850×1168毫米 32开本 12.75印张 330千字

1990年6月第一版 1990年6月第一次印刷

ISBN 7—81013—314—4/O·55

印数：1—1800册 定价：3.25元

前　言

断裂力学在本世纪50年代末至60年代初形成之后，其线性静力学部分（通常所指的断裂力学）在60年代有了巨大发展。从70年代开始，它的主要发展方向之一是非线性静力学部分（即通常所谓的非线性断裂力学），之二是动力学部分（即所谓的动态断裂力学，或断裂动力学）。在这期间，断裂力学在我国也有了巨大发展，但主要在静力学领域（包括线性与非线性两个方面）。在断裂动力学领域，我国科学工作者虽然也有不少贡献，但总的来看，工作起步较晚，开展的面有限，同发达国家相比有很大差距。断裂动力学的一个重要应用是解决工程实际问题。由于大型工程结构的日益增多以及它们多数处在动态载荷作用下，近年来重大动态断裂事故在我国某些部门时有发生，造成巨大损失。当前断裂动力学的知识在我国科学工作者与技术人员中还不太普及，因而对有关事故未能从断裂动力学的角度进行分析，得不到中肯的结论。而用断裂动力学进行设计的工作则根本没有开展。这样就很难避免类似的事故不再重演。尽管断裂动力学还没有发展到完善的程度，但及早宣传与普及这门新学科是有益的。断裂动力学除了同工程问题有关之外，也与材料科学以及地震学、地球物理学等自然科学有关，介绍这门新学科不仅会引起工程界也会引起科学界同行的兴趣。

为了普及断裂动力学的知识，著者与其他同志于1984年春天发起组织断裂动力学讨论班，参加者除本校同志外，还有原航空工业部、兵器工业部、水电部和国家地震局以及中国科学院武汉岩石学土力学研究所等单位的同志。讨论班讲稿又在本校固体力学研究生的断裂力学与断裂动力学课程中使用过。这些手稿经过整理写成目前这本《断裂动力学引论》，以供高年级大学生、研

究生、年轻的科学技术工作者以及年轻的力学教学工作者参考，若也能为其他同志参考，著者自然会感到高兴。

断裂动力学所涉及的知识面十分广泛，而著者仅对其中一个狭窄的领域有初步了解，即使写作这样一个引论式的著作也是深感困难的。最初著者曾尝试约请有关方面的专家分头执笔，各人写自己相对比较熟悉的一部分，共同完成书稿。若能那样做，自然是群策群力和集思广益，有助于提高书的质量。但是那需要做许多组织工作，由于大家不仅不在同一个单位，并且不在同一省、市，联系、协商和讨论均很困难，以致这一方案未能实现，终于仍由著者一人执笔。由于水平和各种条件的限制，写作时间拖得较长，直至87年6月才交稿。

下面对本书的内容作若干解释。

1. 断裂动力学的困难在于：(1)物理现象复杂，涉及的因素较多，一些基本规律尚未完全弄清楚；(2)实验装置复杂，费用昂贵，实验结果尚不完备；(3)缺乏有效的数学方法，现有的分析绝大多数只是近似的。书中没有迴避以上困难，而是希望在力所能及的条件下尽量协助初学者去克服它们。在绪论中采用同断裂静力学概念逐一对比的办法，介绍断裂动力学的有关概念。在介绍理论与计算的各章中，在开头一两节都设法介绍某些实验现象与实验结果，同时用第七章一章专门介绍实验研究，再一次讨论实验结果。对数学上的困难，我们同样不迴避，而是在第一章中系统地给出了预备知识。在以后各章中只要篇幅允许都尽可能详细推导。在估计部分读者仍会感到困难的情形下，在相应的章中又给出了附录，作进一步补充计算。

2. 在介绍基本概念、基本原理和主要结果的同时，著者也希望介绍某些较有效的方法，这主要是：在线性问题中的积分变换与对偶积分方程和 Fredholm 积分方程方法，在非线性问题中的渐近方法，数值分析中的有限差分方法以及实验研究中的焦散方法。对其它方法，例如复变函数方法，Wiener-Hopf 方法、动力相似方法和泛函不变解方法以及有限元方法、边界积分方法

也作了相应的介绍，但所占的篇幅较少。

3. 有一部分读者对断裂动力学的应用实例很感兴趣，由于我们缺乏这方面的实践经验，不可能作出生动的介绍。第八章中提供的应用实例，应该说仅仅是一个梗概，进一步的了解建议读者查有关文献。

4. 著者的愿望是想对断裂动力学的主要内容作一全面介绍，由于著者水平与篇幅的限制，此书实际上相当于断裂动力学的一个引论。尤其材料的取舍与著者对它们的认识程度有关。但著者所知道的有关文献都已在各章中详细列举，读者可以进一步查阅。

著者从事断裂动力学的工作是从1981年以后开始的，在这期间，得到原北京工业学院领导苏谦益和陈信两位同志的热诚关怀和强有力的支持。1979—1982年他们两位在北京工业学院主持领导工作期间，给著者以多方面的帮助与照顾，创造了一定的条件。北京理工大学现任校长朱鹤荪教授，自1984年10月担任领导职务以来对著者的工作也给予了热情关怀和有力的支持。

此项工作得到国家自然科学基金和西德洪堡（AvH）基金会的资助。

西德的*Prof. H. G. Hahn*和*Prof. J. F. Kalthoff*对著者在西德期间的工作曾给予热诚的多方面的帮助。著者同*Universität Kaiserslantern* 和 *Frauhofer—Institut für Werkstoffmechanik Freiburg* 的同事们在断裂动力学的数值分析和实验研究方面进行过许多讨论。他们赠送给著者的专著与论文达数十本(篇)。这些研究成果构成了本书的重要组成部分。

哈尔滨船舶工程学院的高玉臣教授赠送论文多篇，其中一部分构成了本书第五章的重要内容。

本书第七章的第一节为浙江大学林国裕同志所写，第二章附录一为研究生马静娴同志执笔。北京大学刘承同志协助校对了大部分书稿，提出了若干有益的建议。

对以上支持、帮助、协助著者工作的领导同志、国内外同行、研究生以及曾经参加过断裂动力学讨论班的各兄弟单位的同

志们，著者表示最衷心的感激！

由于著者水平和知识面的限制，书中肯定会出现许多缺点和错误，衷心地欢迎读者批评指正。

范天佑

1988.2.24.

目 录

绪　论

断裂动力学的最早的经典性文献要推英国著名物理学家 N. F. Mott 1948年发表的论文[1]。从那时算起，断裂动力学虽然已有30多年的历史，然而它真正成为一门科学，只是近十多年的事。它的一些最重要的基本概念在近十多年才逐渐建立起来，比较系统的分析方法也是最近形成的，相对成熟的实验研究方法建立的更晚，只是在70年代后期才出现。这些情况表明，断裂动力学是断裂力学的一个新的分支。一方面，它还不够成熟，应用还不够广泛，我们不能夸大它的作用。另一方面也应该看到，它同许多自然现象与工程实际问题相联系，有重要的理论上与实践上的意义，是一个需要开拓和大有发展前途的领域，应该给予适当的重视。最近十来年，在一些科学与技术发达的国家断裂动力学发展迅速，这从一个侧面反映了它受到的重视。

断裂动力学也被称为动态断裂力学，它们的英文名称分别为 *Fracture Dynamics*与*Dynamic Fracture Mechanics*。断裂动力学是研究惯性效应不能忽略的那些断裂力学问题。这些问题可以划分为两大类：第一类问题，裂纹稳定而外力随时间迅速变化，例如振动、冲击、波动（爆炸波、地震波等）；第二类问题，外力是恒定的而裂纹发生快速传播。对于这两类问题，显然在运动方程中是不能略去惯性效应的。在第一类问题中，通常研究裂纹扩展的起始，称为裂纹动态起始问题；对于第二类问题，通常研究裂纹的传播，称为传播裂纹问题或运动裂纹问题。运动裂纹中止了其运动，这就是所谓止裂，这一现象作为裂纹运动过程的一个特殊阶段，近来已不再把它作为一个单独的问题而是作为传播问题的一部分统一处理，这样比较符合逻辑。在下面的叙述中，我们将这两类问题严格地分开进行讨论。

本书的绝大部分内容是讨论线性弹性小变形动力系统的裂纹问题，其基本方程是线性波动方程（或方程组）。

裂纹动态起始问题的数学处理就是求解波动方程（或方程组）的初值——混合边值问题，同断裂静力学的裂纹起始问题相比，计算要复杂得多。

裂纹传播-止裂问题，由于边界的一部分——裂纹在运动，一般说来裂纹的运动规律事先是不知道的，它依赖于基本方程的解，而这种解又必须依靠边界条件才能确定，所以即使这一问题的基本方程是线性的，它却成了一个高度非线性的问题。这种问题便是数学物理中所谓"运动边界问题"。在数学理论上，只对抛物型方程最简单的运动边界问题（即所谓*Stefan*问题）有某些研究，而对断裂动力学中遇到的二阶双曲型方程（或方程组）的运动边界问题尚缺乏研究。因此在早期的断裂动力学文献中，研究者对裂纹的运动提出了种种简化假定，以便能够进行数学分析。这样做是迫不得已的，虽然也已得到了一些积极的结果，然而这些假定又往往使问题失去实际意义。近来研究者多用数值分析方法研究这类问题，常用的方法是有限差分法与有限元法，对新出现的未知量——运动边界，用动态断裂判据去确定（假定动态断裂判据$K_{ID}=K_{ID}(\dot{a})$为已知，藉以确定裂纹运动规律$a=a(t)$和止裂点，估计结构的安全性，这是一类问题；相反，假定了裂纹的运动规律$a=a(t)$，用以确定动态断裂判据中的某些参量，例如K_{ID}值，即推断材料的性质，是另一类问题），这一方法虽然还没有严格的数学理论作指导，但计算结果同实验相比较，已达到某种程度的吻合。

与断裂静力学相比，断裂动力学的问题不仅在数学处理上困难得多，在物理上也复杂得多。有些物理现象如得不到正确认识，数学分析往往会导致错误的结果。物理上的复杂性也使实验研究工作变得困难。例如要测定材料的动态断裂性能，就要测出时间对这一性能的影响，但在测量过程中时间效应对力学装置或电学装置的状态也是有影响的。事实上，这后一影响比时间对材

料本身的影响还大。如果不能对这两种不同的效应进行正确的处理，就很可能导致错误的测量结果。

为了后面讨论的方便，在绪论部分，我们对有关概念作适当地介绍，并且为了同静态断裂力学（断裂静力学）相比较，在第一节里简单回顾一下有关的最基本知识。在后面的叙述中我们都尽可能地利用断裂静力学的知识，以便读者掌握。

§1. 断裂静力学的基本概念

1. 材料的脆性、韧性和断裂现象

在实践中通常以光滑试样的拉伸试验的结果把固体材料划分为脆性的与韧性的两种。前者直到拉断前，不发生塑性变形或仅有很微小的塑性变形。相反，后者在拉断前要发生可观的塑性变形。按上面的划分法，玻璃、陶瓷、石头和水泥等非金属材料以及铸铁等部分金属材料属于脆性材料，而为数众多的金属与合金为韧性材料。

一种材料究竟是脆性材料或韧性材料，并不是绝对的，这不仅与材质有关，还与外界条件有关（这主要是指温度、应力状态和加载速率）。同一种材料在不同的外界条件下，可以呈现脆性材料的性质，也可以呈现韧性材料的性质。在外部条件中还有一个因素，就是尺寸效应，后面将会讨论。

一般来说，脆性材料对缺陷很敏感，韧性材料对缺陷敏感的程度低一些。但如果温度较低、处于三向拉伸应力状态下以及加载速率较高，韧性材料对缺陷也会敏感，也会发生低应力的脆性破坏。50年代后期断裂力学的诞生，同这一问题的大量出现有关。

2. 裂纹与断裂

任何材料内部都是包含某些缺陷的。只是由于材质的不同，

有的材料对缺陷敏感，有的不敏感。即使是对缺陷不敏感的材料，在某些外部条件的作用下，也会变得对缺陷敏感，若不采取有效措施，缺陷会迅速扩展，导致灾难性断裂事故。从惨重的教训中，人们认识了缺陷是萌发断裂的源由。在断裂力学中人们把缺陷理想化为裂纹，其顶端曲率半径等于零。采取这一理想化模型，是为了数学处理简单。

为了对断裂现象作出定量的估计，把材料或结构物当作具有初始裂纹的弹性体或弹塑性体，从弹性力学方程或弹塑性力学方程出发，把裂纹作为一种边界条件，侧重考察裂纹顶端的应力场、应变场和位移场，设法建立这些场与控制断裂的物理参量的关系。

3. 裂纹顶端应力场的奇异性与应力强度因子

由断裂静力学知道，对于平面问题（图1），在裂纹顶端附近，应力分量

$$\sigma_{yy}(x,\ 0)\propto r^{-\frac{1}{2}},\ (r\to 0) \qquad (1)$$

这种现象被称为在裂纹顶端区域应力场具有$r^{-1/2}$阶的奇异性。

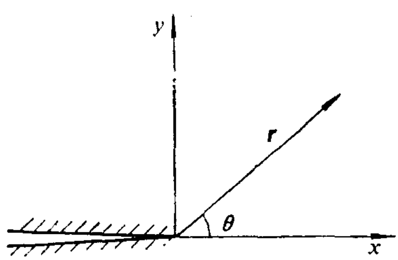


图 1

由公式（1），可以得到

$$r^{1/2}\sigma_{yy}(x,\ 0)=\text{常数},\ (r\to 0) \qquad (2)$$

公式（2）中右端的常数，代表了应力场$r^{-1/2}$阶奇异性强弱的程度，因而被称为应力场奇异性强度因子，简称为应力强度因子，记为K_{I}^{s}。

通常应力强度因子以下述方式定义，例如

$$K_{\mathrm{I}}^{s}=\lim_{r\to 0}\sqrt{2\pi r}\,\sigma_{yy}(r,0)$$
$$=\lim_{r\to a^{+}}\sqrt{2\pi(x-a)}\,\sigma_{yy}(x,0) \tag{3}$$

其中K的下标表示对应于Ⅰ型裂纹问题，上标s表示静态（*Static*）情形。K_{II}^{s}与K_{III}^{s}可类似地定义。

应力强度因子是断裂力学的基本物理量[2]、[3]。

4. 渐近应力场与位移场

仍然以平面裂纹为例，同时只考虑Ⅰ型裂纹问题。在裂纹顶端附近（即$r/a\ll 1$），应力

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{xx}&=\frac{K_{\mathrm{I}}^{s}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)\\ \sigma_{yy}&=\frac{K_{\mathrm{I}}^{s}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)\\ \sigma_{xy}&=\frac{K_{\mathrm{I}}^{s}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

位移

$$\left.\begin{aligned}u_x&=\frac{K_{\mathrm{I}}^{s}}{E}(1+\nu)\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\cos\frac{\theta}{2}(\kappa-\cos\theta)\\ u_y&=\frac{K_{\mathrm{I}}^{s}}{E}(1+\nu)\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\sin\frac{\theta}{2}(\kappa-\cos\theta)\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

其中K_{I}^{s}即由公式（3）定义的应力强度因子，并且

$$\kappa=\begin{cases}3-4\nu & \text{对平面应变情形}\\ \dfrac{3-\nu}{1+\nu} & \text{对平面应力情形}\end{cases} \tag{6}$$

这里只给出了Ⅰ型裂纹问题的渐近应力场与位移场，对Ⅱ型与Ⅲ型问题有类似的结果。

5. 裂纹起始扩展判据

无限大板中*Griffith*裂纹在均匀拉伸应力σ作用下的应力强

度因子为

$$K_{\rm I}^{\rm s}=\sqrt{\pi a}\ \sigma \tag{7}$$

它是裂纹尺寸 a 与外载荷 σ 的函数，它反映了裂纹顶端弹性应力场奇异性的效应。在一般情形下，应力强度因子可表示成

$$K_{\rm I}^{\rm s}=Y\sqrt{\pi a}\ \sigma \tag{8}$$

这里Y是一个裂纹几何因素（裂纹的形状、裂纹体的 形 状 与 尺寸，裂纹在物体中的位置、分布等）的因子。

实验表明，对同一种材料，$K_{\rm I}^{\rm s}$存在一个临界值，记为$K_{\rm IC}$，是一个材料常数，即材料抵抗裂纹扩展的能力，若$K_{\rm I}^{\rm s}>K_{\rm IC}$，裂纹就将快速传播，导致物体的脆性破坏。$K_{\rm IC}$被称为材料的平面应变断裂韧性，这个值是在裂纹顶端塑性区相对于裂纹尺寸很小的情形下测得的，这样它才能成为线弹性断裂力学的参量。

这样，我们就有了确定裂纹起始扩展的判据

$$K_{\rm I}^{\rm s}=K_{\rm IC} \tag{9}$$

测定$K_{\rm IC}$的条件，按美国 ASTME399的规定，要求试样厚度B，裂纹尺寸a以及试样的宽度W与a的差（$W-a$）（称为韧带宽度）满足如下关系：

$$B,\ a,\ (W-a)\geqslant 2.5\left(\frac{K_{\rm IC}}{\sigma_s}\right)^2 \tag{10}$$

其中σ_s是材料的屈服极限。

由于裂纹的存在，物体的应变能会发生改变，这个改变值，被称为裂纹应变能。对图 1 所示物体，此能量可按如下公式定义与计算

$$W_{\rm I}^{\rm s}=2\int_0^a\sigma_{yy}(x,\ 0)v(x,0)\,{\rm d}x$$

$$=\begin{cases}\dfrac{1-\nu^2}{E}\pi a^2\sigma^2 & \text{（平面应变情形）}\\[2ex] \dfrac{1}{E}\pi a^2\sigma^2 & \text{（平面应力情形）}\end{cases} \tag{11}$$

（详细计算可查著作[4]第75页）。

这个能量可理解为是由系统释放出来的裂纹扩展的动力，它对裂纹的变化率定义为

$$G_{\mathrm{I}}^{s}=\frac{1}{2}\frac{\partial W_{I}}{\partial a}=\begin{cases}\dfrac{1-\nu^{2}}{E}\pi a\sigma^{2}=\dfrac{1-\nu^{2}}{E}K_{\mathrm{I}}^{2}\ (\text{平面应变情形})\\[2ex]\dfrac{1}{E}\pi a\sigma^{2}=\dfrac{1}{E}K_{\mathrm{I}}^{2}\ (\text{平面应力情形})\end{cases}\tag{12}$$

称之为裂纹扩展力或应变能释放率。

G_{I}^{s}的临界值、记为G_{IC}或R^{s}，通常称R^{s}为裂纹扩展阻力，是材料常数。因此我们也可以用下述关系作为裂纹失稳扩展的判据：

$$G_{\mathrm{I}}^{s}=R^{s}\tag{13}$$

6．弹塑性断裂力学与J积分判据

线弹性断裂力学是目前比较成熟的分支，但它要求裂纹前缘的塑性区尺寸远远小于裂纹的尺寸，即限制在所谓小范围屈服条件下，断裂力学的参量K_{I}与K_{IC}才有意义。这一限制，使线弹性断裂力学的应用范围变得十分有限。为了克服这种局限性，1967年$Rice$[5]提出了J积分原理，为弹塑性断裂力学的发展开辟了广阔的前景。

$Rice$关于J积分的定义如下：

$$J=\int_{\Gamma}\left(W\mathrm{d}y-T_{i}\frac{\partial u_{i}}{\partial x}\mathrm{d}s\right)\tag{14}$$

其中

$$W=W(\varepsilon_{ij})=\int_{0}^{\varepsilon_{ij}}\sigma_{ij}\mathrm{d}\varepsilon_{ij}\tag{15}$$

是带裂纹体中的应变能密度（单位体积的应变能），T_{i}是积分回路Γ上线元ds对应的面元dsd$z$上的表面力矢量，u_{i}为该处的位移矢量，Γ是从裂纹下表面的任一点起沿逆时针方向绕过裂纹的顶端而止于裂纹上表面的任一点的一条曲线，并且以这种方向为弧长s的正方向。

在弹塑性变形理论（全量理论）、小变形和无体积力的条件