

浮力射流的 理论及应用

李炜 槐文信 著



科学出版社

100965

浮力射流的理论及应用

李 炜 槐文信 著



科学出版社

1997

内 容 简 介

静止环境中的射流是流动的一种基本形态,存在于许多工程技术领域中。本书系统分析了国内外的有关试验成果,阐述了分析这类流动的积分方法、相似分析方法和微分方程方法,给出了这类流动在各种条件下的运动规律,重点介绍了作者对这类流动数值模拟的研究成果。本书可供从事环境、水利、航空、动力等技术工作的科研、设计人员参考,亦可做为研究生和教师的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

浮力射流的理论及应用/李炜,槐文信著. —北京:科学出版社,
1997.10.

ISBN 7-03-005568-3

I. 浮… II. ①李… ②槐… III. 浮力射流 IV.O358

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 16700 号

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1997 年 5 月第 一 版 开本: 850×1168 1/32

1997 年 5 月第一次印刷 印张: 10 1/2

印数: 1—800 字数: 264 000

定价: 18.00 元

前　　言

一股流体从几何尺寸远小于受纳流体所占空间尺寸的喷口流入受纳流体，并同其混合的流动状态，称为射流。若从喷口流出流体与受纳流体的密度是相同的，射流形成主要是初始动量的作用，这类射流就叫做纯射流，简称为射流。若射流形成主要是喷口处流体与受纳流体密度差产生的浮力作用，这类射流就叫做卷流。若射流不仅有初始动量，而且还受浮力的作用，就叫做浮力射流。正如一般流体的运动可分为层流和湍流两种基本流态一样，射流也分为层流型和湍流型。本书主要讨论湍流型射流。

许多工程技术领域中都存在着这类流动现象，如喷气动力、喷射燃烧、液压传动、射流切割、水力开采、通风制冷、废水废气排放等等。正是因为它有着如此广泛的应用价值，同时又是流体运动的一种基本形态，因而，对这类流动的基本规律及其分析方法的研究，一直受到流体力学界和工程技术界的关注。从本世纪 20 年代开始，对流入无限空间流体的纯射流进行了较系统的试验研究，建立了积分分析方法和相似分析方法。在 50 年代，对卷流和浮力射流开始进行试验研究，也提出了相应的积分分析方法。由于废水废气排放对环境造成日益严重的污染，从 60 年代开始，结合排放近区污染物的稀释，对各类环境条件下的浮力射流进行了深入系统的试验研究，提出了一些近似分析方法。在这个时期，由于计算机的普及和高阶湍流模型理论的建立，微分方程方法逐渐成为射流的主要分析方法。本书主要介绍作者对静止环境中各类射流数值模拟的研究成果。

为了方便读者，书中首先阐述了射流的一些基本概念，不可压缩变密度流的概念和基本方程，进而介绍了较普遍应用的一类高阶湍流模型以及一类有效的求解拟线性偏微分方程的数值方法

——混合有限分析法。在讨论每一类射流问题时，首先将现有的有关试验成果归纳整理，然后就积分方法、相似分析方法和微分方程方法逐一讨论，以求使读者对各类射流的流动特性和分析方法有一个完整系统的了解。顺便指出，虽然书中主要讨论的是一些典型的射流问题，但所提出的分析方法也适用于较复杂条件下的射流的分析和预报，这只需要根据具体问题提出正确的定解条件即可。

书中的一些研究成果，曾得到国家自然科学基金、国家教委高等学校学科点专项科研基金和水利水电科学基金的资助，在成书之际，一并表示深切谢意。

本书可供从事射流研究和应用的科技工作者和研究生参考。
书中存在的缺点错误，请读者多多指正。

作 者

1994年8月于武汉水利电力大学

目 录

前 言

第一章 绪 论	1
§ 1.1 射流的分类	1
§ 1.2 浮力射流	2
§ 1.3 主要无量纲参数	6
§ 1.4 布辛涅斯克近似方程组	8
第二章 湍浮力射流基本方程	14
§ 2.1 概 述	14
§ 2.2 布辛涅斯克近似方程组的时均化	15
§ 2.3 雷诺应力方程和雷诺传热方程	17
§ 2.4 湍动能及其耗散率方程	19
§ 2.5 基本方程的封闭问题	23
第三章 湍浮力射流的数学模型	24
§ 3.1 概 述	24
§ 3.2 一阶封闭模型	26
§ 3.3 双方程湍流模型	30
§ 3.4 二阶封闭模型	38
§ 3.5 应力通量代数模型	51
第四章 射流和卷流的试验分析	53
§ 4.1 平面自由湍射流	53
§ 4.2 圆形自由湍射流	63
§ 4.3 平面卷流	69
§ 4.4 圆形卷流	77
第五章 浮力射流的试验分析	84
§ 5.1 均匀环境中平面浮力射流	84

§ 5.2 均匀环境中圆形浮力射流	91
§ 5.3 线性分层环境中的浮力射流	96
§ 5.4 局部分层环境中的浮力射流	108
第六章 浮力射流的积分方法	119
§ 6.1 浮力射流的积分守恒性	119
§ 6.2 浮力射流的积分模型	121
§ 6.3 计算方法	127
§ 6.4 浮力射流的积分解	129
第七章 射流和卷流的相似分析方法	132
§ 7.1 射流和卷流存在自相似性的条件	132
§ 7.2 平面卷流的相似解	134
§ 7.3 平面射流的相似解	140
§ 7.4 圆形卷流的相似解	145
§ 7.5 圆形射流的相似解	151
第八章 射流和卷流的微分方程方法	156
§ 8.1 概述	156
§ 8.2 计算方法	159
§ 8.3 数学模型及计算方法的检验	163
§ 8.4 卷流的数值预报	168
第九章 浮力射流中性浮力点前流动特性的数值预报	178
§ 9.1 平面浮力射流形成区内特性的预报	178
§ 9.2 平面浮力射流形成后区内特性的预报	188
§ 9.3 圆形浮力射流形成后区内特性的预报	196
第十章 分层环境中浮力射流全场特性的数值预报	203
§ 10.1 概述	203
§ 10.2 计算方法	206
§ 10.3 分层环境中平面浮力射流的数值预报	214
§ 10.4 分层环境中圆形浮力射流的数值预报	219
第十一章 均匀环境中负浮力射流的数值预报	223
§ 11.1 概述	223

§ 11.2 圆形负浮力射流的数学模型及检验	223
§ 11.3 圆形负浮力射流流动特性的数值预报	228
§ 11.4 平面负浮力射流流动特性的数值预报	235
第十二章 双孔平面射流的试验分析	244
§ 12.1 概 述	244
§ 12.2 孔间无补充的双孔射流吸附区内流动特性	245
§ 12.3 孔间无补充的双孔射流混合区内流动特性	254
§ 12.4 孔间有补充的双孔射流流动特性	263
第十三章 双孔平面射流吸附区的积分方法	272
§ 13.1 孔间有补充的双孔平面射流吸附区	272
§ 13.2 孔间有补充的双孔平面卷流吸附区	277
§ 13.3 孔间无补充的双孔平面射流吸附区	281
第十四章 双孔平面射流和浮力射流吸附区的微分方程方法	
.....	286
§ 14.1 数学模型及计算方法	286
§ 14.2 双孔平面射流吸附区流动的计算	290
§ 14.3 双孔平面浮力射流吸附区流动的数值预报	296
参考文献	305

第一章 絮 论

§ 1.1 射流的分类

一股流体从几何尺寸远小于受纳流体所占空间尺寸的喷口流入受纳流体，并同其混合的流动状态，叫做射流。

若从喷口流出的流体与其周围的受纳流体物理性质相同，射流形成主要是喷口处初始动量的作用，这类射流就叫做纯射流或动量射流（简称为射流）。若射流形成是喷口处流体与受纳流体的密度差产生浮力的作用，这类射流就叫做卷流或羽流。如流体局部受热而与周围冷流体形成密度差，在浮力作用下形成的流动就是卷流。若射流不仅有初始动量，而且还受浮力的作用，这类射流就叫做浮力射流或强迫卷流。

若受纳流体在射流流入以前处于静止状态，则这类射流叫做静止环境中的射流；反之叫做流动环境中的射流。环境流体（即受纳流体）又可根据密度分布而分为均匀环境和分层环境，在这两种环境中的射流运动是不同的。

若环境流体所占的空间是无限的，则其中的射流叫做自由射流；反之，叫做有限空间射流，它的运动受固壁或自由面的影响。若射流是沿一固壁发展的，就叫做附壁射流；沿水体自由表面发展的，叫做表面射流。

若喷口是一很长的狭缝，则可处理成为平面射流；喷口若是一圆孔，则为圆形射流（或轴对称射流）。若喷口的法线方向沿铅直向，就叫做铅直射流；沿水平向的，叫做水平射流；与水平向呈任意角度的，叫做倾斜射流。

同一般流动一样，射流又可分为不可压缩的和可压缩的，层流的和湍流的，非恒定的和恒定的。

总之,根据影响射流运动特性和规律的上述各种主要因素,可将射流组合成许多类型。本书主要讨论的是无限静止环境中不可压缩湍射流、湍卷流和湍浮力射流。

§ 1.2 浮力射流

浮力射流的运动既受初始动量的影响,又受浮力的作用。显然,纯射流和卷流是它的两种极端情况。由于浮力射流的运动比较复杂,对它进行较详细的描述,不但可深入认识它的流动特性,也有助于对纯射流和卷流流动的认识。

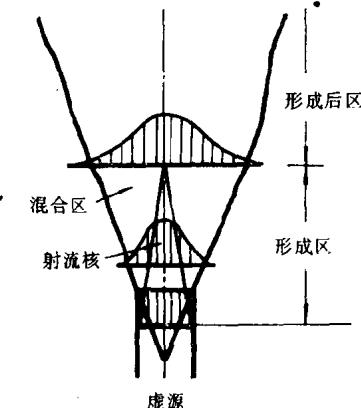


图 1-1 射流流场示意图

1. 均匀环境中的浮力射流

均匀环境指的是,环境流体的密度各处都是相同的。设有一股密度为 ρ_0 、初速度为 u_0 的流体,从喷口铅直地射入密度为 ρ_a 的静止均匀环境中。在喷口处单位体积流体的动量为 $\rho_0 u_0$,所受到的浮力为 $(\rho_a - \rho_0)$ g , g 为重力加速度。若 $\rho_a > \rho_0$, 则浮力的方向铅直向上,叫做正浮力。在正浮力作用下的射流,就叫做正浮力射流。若 $\rho_a < \rho_0$, 则浮力的方向铅直向下,叫做负浮力。相应的射流就叫做负浮力射流。若 $\rho_a = \rho_0$, 无浮力而仅有初始动量,就是纯射流。若无初始动量,而仅受浮力作用,就是卷流。

由于射流与周围环境流体有速度差,在流体粘性作用下将形成动量的交换,从而带动和卷吸周围环境流体进入射流,形成一个混合区。在混合区内存在着动量交换(表现为静止环境流体的滞止作用),使射流的流速沿轴向逐渐减小,外边缘逐渐扩大,如图 1-1 所示。由于卷吸作用,使环境流体进入射流,从而射流的流量将沿

程增加。从喷口到混合区扩展到轴线上的这一段，叫做射流的形成区，其后就叫做形成后区。在两区之间有一很短的过渡区，在分析时一般都将这一区略去。射流形成后区的外边缘延长线相交于一点，叫做虚源，好像射流从此点辐射而出。

在射流的混合区内，有一射流核。在射流核的横断面上流速是均匀分布的。对于纯射流，射流核内的流速就等于喷口处的初速度。而对于正浮力射流，由于浮力的作用，其流速将沿程增加，直到射流核末端，混合区已扩展到射流的轴线上，环境流体的减速作用已影响到整个射流，故其流速又开始减小。也就是说，正浮力射流的射流核末端恰位于最大轴向流速处。

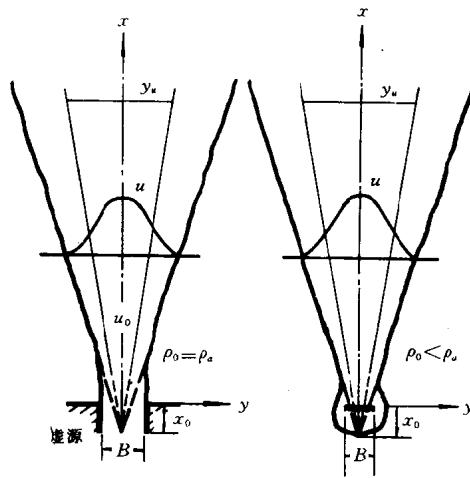
对于正浮力射流形成后区，在离喷口较近的一段距离内，初始动量比浮力的作用强，其流动状况同纯射流相近，这一段叫做非浮力区或射流区。随着离喷口的距离加大，初始动量的作用逐渐减弱，浮力作用加强，这一段就叫做中间过渡区（不要与形成区和形成后区之间的过渡区混淆，这里所指的是形成后区中由初始动量作用为主向浮力作用为主的过渡段，它一般是不短的，分析时必须考虑）。而后逐渐转变为浮力作用占主导地位，其流动状况接近卷流，这一段就叫做卷流区。在足够深的均匀的静止环境中，正浮力射流最终将发展成卷流。

对于均匀环境中的负浮力射流，在初始动量作用下铅直向上喷射，由于环境流体的滞止作用和负浮力的作用，初始动量的作用逐渐被抵消，射流上升到一定高度，而后在负浮力作用下，射流将向周围塌落。

静止均匀环境中的纯射流、卷流、正浮力射流和负浮力射流的流动示意图可见图 1-2。

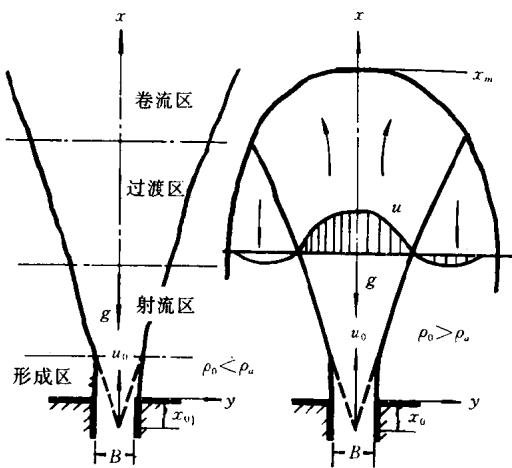
2. 分层环境中的浮力射流

分层环境指的是，环境流体的密度沿铅直方向的分布是不均匀的。若密度随着高度的增加而减小，则是稳定的分层环境。若密度随高度是线性变化的，就叫做线性分层环境。若在某一高度上存



(a) 纯射流

(b) 卷流



(c) 浮力射流

(d) 负浮力射流

图 1-2 静止均匀环境中的射流

在着密度跃移层,而在其他高度上密度是均匀分布的,就叫做局部

分层环境。

对于流入分层环境的正浮力射流，其流动状况开始时与流入均匀环境的正浮力射流相近，也存在着形成区和形成后区。按初始动量和浮力作用的强弱，也可分为非浮力区和中间过渡区。卷吸作用使密度较大的环境流体进入射流，使射流内的密度沿程逐渐增大，射流与环境流体的密度差逐渐减小，即浮力逐渐减小。达到某一高度处，射流轴线上的流体密度 ρ_c 与此高度上的环境流体密度相等，即 $\Delta\rho_c = \rho_c - \rho_a = 0$ 。在此高度上浮力等于零，这一高度就叫做中性浮力高度，轴线上对应的点叫做中性浮力点。由于惯性作用，浮力射流继续向上运动，其密度将大于对应高度上的环境流体的密度，从而形成负浮力。在惯性和负浮力共同作用下，浮力射流将上升到一最大高度，而后将转向下方并向两侧扩展，如图 1-3 所示。

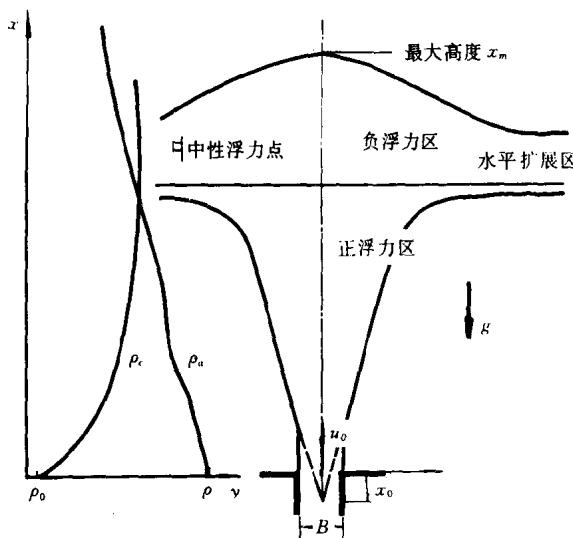


图 1-3 分层环境中的正浮力射流

§ 1.3 主要无量纲参数

影响和控制无限空间中射流运动状态的主要有流体的物理性质、作用于射流的力和环境条件。这些影响因素可组成一些无量纲的参数,由它们的大小可以初步判断射流的运动状态。也可用这些无量纲参数来分析整理射流试验和数值模拟所获得的数据,从而给出一些描述射流运动的重要规律。

1. 流体的物理性质

射流主要涉及的流体物理性质有密度 $\rho(M/L^3)$ 、动力粘性系数 $\mu(M/Lt)$ 或运动粘性系数 $\nu(L^2/t)$ 、热膨胀系数 $\alpha(1/T)$ 、体积压缩系数 $\beta(Lt^2/M)$ 、定容比热 $C_v(L^2/Tt^2)$ 、热传导系数 $k(L/Tt^3)$ 、热扩散系数 $D_T(L^2/t)$ 、异质扩散系数 $D(L^2/t)$ 等,括号中为相应性质的量纲。其中质量 M、长度 L、时间 t、温度 T 为基本量纲。水和空气的物理性质分别列于表 1-1 和表 1-2 中。异质扩散系数取决于流体中所含物质,表 1-3 列出的是水中盐的扩散系数。

表 1-1 水的物理性质

温度 T ($^{\circ}\text{C}$)	密度 ρ (kg/m^3)	热膨胀系数 $10^6\alpha$ ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	体积压缩系数 $10^6\beta$ (cm^2/N)	定压比热 C_p ($\text{J}/\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$)	热传导系数 k ($\text{W}/\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}$)	热扩散系数 $10^8 D_T$ (m^2/s)	运动粘性系数 $10^6\nu$ (m^2/s)
0	999.9	-68	5.026	4217.4	0.564	13.4	1.787
10	999.7	88	4.778	4191.9	0.578	13.8	1.307
20	998.2	207	4.573	4181.6	0.598	14.2	1.004
30	995.7	303	4.437	4178.2	0.607	14.6	0.801
40	992.2	385	4.368	4178.3	0.628	15.2	0.658
50	988.1	458	4.361	4180.4			0.553
60	983.2	523	4.391	4184.1	0.652	15.8	0.475
70	977.8	584	4.448	4185.3			0.413
80	971.8	641	4.531	4196.1	0.669	16.4	0.365
90	965.3	696	4.649	4204.8			0.326
100	958.4	750	4.791	4215.7	0.671	16.6	0.294

注:(1)对于水, $C_v \sim C_p$; (2) J 表示焦耳, W 表示瓦特。

流体的运动粘性系数、热扩散系数和异质扩散系数具有相同的量纲，由它们可组成反映流体性质的一些重要无量纲参数。

普朗特数

$$Pr = \frac{\nu}{D_T}$$

它表示流体的动量扩散与热扩散之比。当 $Pr > 1$ 时，表明流体的动量扩散快于热的扩散，反之亦然。

斯密特数

$$Sc = \frac{\nu}{D}$$

它表示流体动量扩散与异质扩散之比。当 $Sc > 1$ 时，表明流体的动量扩散大于异质的扩散；反之亦然。

刘维斯数

$$Le = \frac{D}{D_T}$$

它表示流体中异质扩散与热扩散之比。

表 1-2 干燥空气的物理性质(15℃, 1 atm)

密度	定压比热	热传导系数	热扩散系数	运动粘性系数
ρ (kg/m ³)	C_p (J/kg·°C)	k (W/m·°C)	D_T (m ² /s)	ν (m ² /s)
1.225	1012	0.0253	0.204×10^{-4}	14.5×10^{-6}

表 1-3 水中盐分扩散系数

温度 T (°C)	0	25	50
扩散系数 $10^5 D$ (cm ² /s)	0.784	1.61	2.63

2. 主要作用力

作用于浮力射流的力主要是粘性力、惯性力和浮力。

惯性力与粘性力之比为雷诺数

$$Re = \frac{u_0 L}{\nu}$$

圆形射流的特征长度 L 为喷口直径 D , 平面射流的 L 为喷口宽度 B 。

浮力与粘性力之比为格拉肖夫数

$$G = \frac{g(\rho_a - \rho_0)L^3}{\rho_0 v^2}$$

惯性力与浮力之比为密度弗汝德数

$$Fr = \frac{u_0^2 \rho_0}{gL(\rho_a - \rho_0)}$$

也常用浮力与惯性力之比所定义的理查逊数

$$Ri = \frac{gL(\rho_a - \rho_0)}{u_0^2 \rho_0}$$

显然, $Fr = \frac{1}{Ri}$ 。当 $F \rightarrow \infty$ 或 $Ri \rightarrow 0$, 初始动量占优势, 为一极限情况, 即动量射流; 当 $F \rightarrow 0$ 或 $Ri \rightarrow \infty$, 浮力占优势, 为另一极限情况, 即卷流。

对于湍浮力射流, 粘性力的作用可以忽略, 因而这类浮力射流将不取决于雷诺数和格拉肖夫数, 而主要取决于密度弗汝德数。

3. 环境条件

对于无限的静止环境中的射流, 主要影响其运动的是环境流体的密度分布。定义环境流体的分层强度为

$$S = -\frac{L}{\rho_\infty} \frac{d\rho_a}{dx}$$

式中 ρ_∞ 为 $x=0$ 处, 即与喷口齐平的那层环境流体的密度, x 方向铅直向上; ρ_a 为环境流体的密度。

§ 1.4 布辛涅斯克近似方程组

1. 变密度流基本方程

浮力射流的一个主要特点是流动过程中密度发生变化, 是一类变密度流动, 其连续性方程为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1-1)$$

浮力射流的密度变化可以是由温度的变化引起的。在局部热平衡假定下,流体密度是压力和温度的函数,故有

$$\begin{aligned} \Delta \rho &= \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \Delta T + \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \Delta p \\ &= -\alpha \rho_a \Delta T + \beta \rho_a \Delta p \end{aligned} \quad (1-2)$$

式中 $\alpha = -\frac{1}{\rho_a} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$, 叫做流体热膨胀系数; $\beta = \frac{1}{\rho_a} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T$ 叫做流体体积压缩系数; ρ_a 为环境流体等参考点上的密度; 相应于此参考点上的压力和温度记为 p_a 和 T_a ; 而射流中的压力、温度和密度可分别记为 $p = p_a + \Delta p$, $T = T_a + \Delta T$ 和 $\rho = \rho_a + \Delta \rho$ 。

浮力射流的密度变化也可以是由流体中所含异质的浓度变化引起的。射流中的流体密度记为 $\rho = \rho_a + \Delta \rho$, ρ_a 为环境流体的背景密度, 对应于所含异质的背景浓度。以 c 表示射流所含异质超出背景浓度的值, 设浓度和密度有如下的线性关系:

$$\Delta \rho = \rho_a \alpha_c c \quad (1-3)$$

式中 α_c 为一系数, 取决于所含异质的性质。

一般在常温、常压、常速和浓度变化不大的情况下, $\Delta \rho / \rho_a \ll 1$, 则方程(1-1)转化为不可压缩连续性方程

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1-4)$$

在满足不可压缩性条件下, 变密度流动的运动方程和能量方程分别是

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1-5)$$

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = 2\mu \varepsilon_{ij}^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \rho q \quad (1-6)$$

式中 $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$, C_p 为流体定压比热, k 为流体热传导系数, μ 为流体动力粘性系数, q 为流场中的热源在单位时间内传给单位质量流体上的热量。