

● XIANDAI LUOJI YINLUN ●

现代 逻辑 引论

上海人民出版社 ● 朱水林 著

朱水林

著

现代 逻辑 引论

● XIANDAI LUOJI YINLUN ●

上海人民出版社

责任编辑 秦建洲
封面装帧 范一辛

现代逻辑引论

朱水林 著

上海人民出版社出版、发行

(上海绍兴路54号)

新华书店上海发行所经销常熟市新华印刷厂印刷

开本 850×1156 1/32 印张 13.5 插页2 字数 310,000

1989年11月第1版 1989年11月第1次印刷

印数 1—1,800

ISBN 7-208-00086-7/B·19

定价 7.40元

目 录

引 言.....	1
0.1 现代逻辑的涵义和范围	1
0.2 现代逻辑的发展趋势	6
第一章 命题逻辑.....	13
1.1 真值联结词	14
1.2 真值形式	20
1.3 推理形式和有效性	24
1.4 简化真值表方法	27
第二章 命题演算.....	35
2.1 形式化和形式系统	35
2.2 命题演算系统 L	41
2.3 定理的推演	44
2.4 L 的可靠性和完备性	59
2.5 其它系统	72
第三章 谓词逻辑.....	76
3.1 谓词和量词	78
3.2 命题形式	83
3.3 一阶形式语言 $\mathcal{L}$	87
3.4 解释	94

3.5 一些性质	104
第四章 谓词演算.....	112
4.1 谓词演算 K	112
4.2 演绎定理和导出规则	115
4.3 定理的推演	120
4.4 K 的可靠性和完备性	129
第五章 模态逻辑.....	148
5.1 概述	148
5.2 模态命题演算 T	156
5.3 定理的推演	161
5.4 可靠性和完备性	175
5.5 时态逻辑	191
第六章 悖论和集合论的公理化.....	197
6.1 朴素集合论	198
6.2 悖论	214
6.3 类型论	220
6.4 一阶理论	226
6.5 公理集合论	229
第七章 语义学和模型论.....	238
7.1 概述	238
7.2 普通语言中真句子的不可定义性	247
7.3 类演算及其元语言	251
7.4 类演算中真句子定义	261

7.5 模型论	271
第八章 内涵逻辑	278
8.1 概述	278
8.2 外延和内涵方法	281
8.3 蒙太古语法	300
第九章 证明论和不完全性定理	314
9.1 证明论概述	314
9.2 一阶算术	325
9.3 可表达性	329
9.4 递归函数和递归关系	334
9.5 哥德尔码数	341
9.6 哥德尔不完全性定理	347
9.7 不完全性定理的意义	353
第十章 递归论和判定问题	360
10.1 递归论	360
10.2 图灵机	366
10.3 判定问题	378
10.4 计算机和思维	385
第十一章 归纳逻辑	396
11.1 归纳和归纳问题	396
11.2 逻辑概率和概率逻辑	402
11.3 归纳能否弃吗?	411
参考文献	421

引 言

0.1 现代逻辑的涵义和范围

现代逻辑是传统逻辑发展的最新阶段，它使用了先进的方法，更加显示出形式的力量。

美国逻辑学家 A.E. 布卢姆贝格在美国《哲学百科全书》(1967)现代逻辑词条中说：“现代逻辑也叫符号逻辑或数理逻辑。它是亚里士多德所创立的逻辑学发展到最新阶段的成果”。“现代逻辑在其考察的形式的范围方面及其从事研究的方法的严密性方面，都远远超过了从前的逻辑”。“现代逻辑不光是形式的，而且是形式化的。它的基础分支可以看成是一个形式系统”。

苏联逻辑家 B.И. 布留申金等认为，现代逻辑是用形式化的数学方法研究问题，包括传统逻辑的各个基本问题，并使之大大发展。

日本逻辑学家吉田夏彦在岩波哲学讲座第十卷《逻辑》的《现代逻辑学》(1968)中说：“20 世纪的逻辑是以方才谈到的，以突出数学性质这一方面为中心而发展起来的。这样与数学有密切关系就成了现代逻辑的特征，所以有时将现代逻辑也称为数理逻辑”。

国内逻辑学者大体也是如此看法。如北京大学逻辑学教授王宪钧在《数理逻辑引论》(1982)中说：“数理逻辑的逻辑方面是

现代的形式逻辑”，“广义的数理逻辑有时也被称为符号逻辑”，“包括一切用特制符号和数学方法来研究处理演绎方法的理论”。

上面的几种说法尽管有点差别，不过共同方面还是主要的。可见，把现代逻辑概括成用形式化的方法研究思维的形式结构及其规律的学科是恰当的。

所谓形式化，德国大数学家希尔伯特于1926年曾说：“数学思维的对象就是符号本身，符号就是本质，它们并不代表理想的物理对象，公式可蕴涵直观的有意义的叙述，但是这些涵义并不属于数学”。“逻辑必须和数学同时加以研究。逻辑是一种记号语言，它把数学的语言表达成公式，用形式的程序来表示推理，所有的符号在内容上都与它们的意义无关，这样所有含义也就都从数学符号上消失了”。

分析哲学的代表人物 R. 卡尔纳普对形式的理论作过这样的说明：“我们将把完全不提及意义或涵义的、关于语言表达式的说法或断定称为‘形式的’，关于某个句子的形式的研究并不涉及句子的意义或这些单词的涵义，而仅涉及词的种类和它们一个连着一个的次序”。

波兰著名逻辑学家塔斯基在《逻辑与演绎科学方法论导论》(1963)中说：“在构造一种演绎理论时，我们忽略公理的意义，而只考虑它们的形式。由于这种原因，当人们谈起这些现象时，人们就谈到演绎科学和这些科学中的推理的纯粹形式的特性”。他在论述检查定义和证明时，特别提出定义规则和证明规则，并把它们作为定义和证明的形式化公设，“按照这些新的公设构造起来的学科称作形式化的演绎理论”。塔斯基还指出：“如果在构造一种理论时，我们在做法上宛如不了解这一学科的词项的意义，这不等于否认这些词项有意义。”并且断言“一种不可能给以

任何解释的形式系统是没有人对它感兴趣的。”

综上所述,所谓形式化大体是指用一套特制的表意符号(其意义可以解释的),去表示概念、判断、推理,获得它们的形式及结构,从而把对概念、判断、推理的研究,转化为对形式的符号表达式系统的研究。这里概念、判断、推理的形式即概念形式(包括个体表达式、谓词表达式、量词符号等),命题形式,推理论证形式。

现代逻辑的本质确定了它有三个特征:高度的抽象性、严密的精确性和广泛的应用性。抽象性在逻辑学形成初期就显示了,用符号去替换内容,从具体的命题、推理中抽出命题形式、推理形式,这些都已经都是抽象。形式系统是公理系统与完全形式化的结合,把逻辑作为形式系统处理,达到了高度的抽象化。抽象是一种取舍,是从具体事物中抽取出相对独立的方面、属性、关系等。从普通联结词到真值联结词,从具体命题、具体推理到命题形式,推理形式,这些都是抽象。此时普通语言中词项、句子的歧义性被排除了(当然也排除了普通语言的丰富性),这样才可以用演算的方法去精确地确定命题、推理的值,才可能使用现代的计算工具—电子计算机于推理,这就达到了严密的精确性。逻辑学的抽象性、精确性也带来了它的广泛的应用性。我们可以说,在日常生活中,在生产中几乎每时每刻都在使用逻辑,并且还可以说,几乎在所有的科学部门,自然科学和社会科学部门都在使用逻辑,现代逻辑比古典逻辑更为抽象,并且是科学的抽象,因而它具有更广泛的适应性,能更广泛地应用于各个方面。以上从内涵方面对现代逻辑作了一些说明,以下将从外延方面,对现代逻辑所包括的分支范围作一些刻划:

A.E. 布卢姆贝格认为,除命题演算、谓词演算外,现代逻辑还应包括其它若干高级领域。诸如,二阶谓词演算,高阶谓词演

算, 逻辑悖论, 递归函数, 模型理论, 哲学逻辑, 语义学, 内涵逻辑等。

A.A. 韦特罗夫认为, 现代形式逻辑包括符号逻辑(即狭义数理逻辑)和演绎科学方法论两部分。在他看来“狭义数理逻辑是一门逻辑科学, 包括逻辑语法系统和语义系统”, 此外还包括归纳推理以及定义、分类、概念和判断的形式化理论。演绎科学方法论包括: 语法学(关于语法系统的理论)、语义学(关于语义系统的理论)和解释理论。

坂本百大认为: 带有心理主义内容的用语“概念”、“判断”应改为“词项”、“命题”, 三段论推理应处理成谓词演算的一部分, 归纳逻辑应是模态逻辑和概率论的应用, 证明应限定为数学的证明理论, 在现代逻辑中, 把排中律、矛盾律、同一律当作三个基本原理, 是没有理由的。

王宪钧认为, 非古典逻辑分两类: 一类是纯逻辑理论, 其特点是增加一些逻辑常项或给古典逻辑常项以不同的解释, 同时减少或增加一些必要的公理。例如构造性逻辑, 多值逻辑或严格意义下的模态逻辑等。一类是应用逻辑, 其特征是在古典逻辑以外增加一些某一领域的非逻辑的常项和公理。例如认知逻辑, 道义逻辑(如法律逻辑), 时态逻辑, 还有为计算机科学而建立的算法逻辑, 为人工智能研究服务的“知道”逻辑(认知逻辑的一种)等等。当然他还谈到了公理集合论, 证明论, 模型论, 递归论等。

N. 雷切尔在《哲学逻辑论集》中, 在“哲学逻辑的新发展”一文后, 附了一张逻辑图, 对逻辑分类有一定参考价值。以下分类主要参考了该图。

一、理论逻辑

1. 基本逻辑:(或对象逻辑)

(1) 标准逻辑:

A. 命题逻辑.

B. 谓词逻辑.

(2) 非标准逻辑:

A. 模态逻辑.

B. 多值逻辑.

C. 弗晰逻辑.

D. 直觉主义逻辑.

E. 相关逻辑.

2. 元逻辑:

(1) 逻辑语形学.

(2) 逻辑语义学.

(3) 逻辑语用学.

3. 数学的逻辑:

(1) 集合论.

(2) 证明论.

(3) 递归论.

(4) 模型论.

4. 归纳逻辑.

二、应用逻辑.

1. 认识逻辑:

(1) 知道逻辑.

(2) 相信逻辑.

(3) 问题逻辑.

2. 实践逻辑:

(1) 优先逻辑.

(2) 命令逻辑.

(3) 义务逻辑(法律逻辑)。

3. 物理学应用逻辑:

(1) 时态逻辑。

(2) 空间逻辑(拓扑逻辑)。

(3) 部分与整体逻辑。

(4) 信息逻辑。

(5) 量子逻辑。

(6) 控制逻辑。

0.2 现代逻辑的发展趋势

0.2.1 逻辑与数学

17 世纪莱布尼茨最早提出把逻辑处理成演算, 希望造成这样的—个结果, 使所有推理的错误都只成为计算的错误, 这样当争论发生的时候, 两位哲学家就会象两位数学家—样, 用不着辩论, 只要拿起他们的笔, 坐在计算器前, 面对面地说, 让我们来计算吧! 尽管他没有能具体实现他的愿望, 人们还是认为“他使亚里士多德逻辑开始了新生”, 是现代逻辑的奠基人。

19 世纪 40 年代, 英国数学家 G. 布尔创建了以他的名字命名的逻辑代数系统, 具体实现了莱布尼茨的设想, 把逻辑转变为代数的演算, 为现代形式逻辑的发展奠定了基础, 成为现代逻辑的创始人。稍后, 德国数学家、逻辑学家弗雷格对现代逻辑作出了创造性贡献, 他完备地发展了命题演算, 引进了量词和约束变元, 又几乎完备地发展了谓词演算, 并且从逻辑出发定义了自然数, 推出一系列算术定理。

可以这样说: 自布尔和弗雷格以来, 现代逻辑发展的主流, 十分确定地是沿着数学及其应用的方向前进的。事实上, 近来

数学仍处在逻辑舞台的中心位置。

本世纪30年代，现代逻辑科学相继取得三个划时代的成就：1931年出生于现在捷克斯洛伐克境内的数学家K.哥德尔在《PM及有关系统中的形式不可判定命题》一文中，证明了不完全性定理；1933年波兰逻辑学家A.塔斯基在《形式语言中的真理概念》一文中，精确地定义了句子的真和假，建立了现代逻辑语义学；1937年英国数学家A.M.图灵在《论可计算数及其在判定问题上的应用》中，建立了图灵机的形式理论。加之为克服世纪初出现的悖论，由罗素提出的类型论，由策麦罗—弗兰克尔提出的公理集合论等重要的现代逻辑成果，都浓郁地散发着数学气息。特别是近年来，由于电子计算机的兴起，包括算法理论、递归函数、 λ -换位演算、可计算性和一般能行过程在内的逻辑学的“算术部分”，被看成是高于其它部分的发展中的主流，迅猛地推动着现代逻辑的发展。此外在逻辑的数学方面具有极为重要意义的成果也层出不穷，P.J.柯亨关于连续统假设独立性的著名的证明就是一个确证。

不过，这个长期存在着的数学潮流，近年来由于一系列逻辑科学的新成果的渗透，已遭到阻隔。这些可能预示着逻辑学在哲学方面考察的势头将日趋完善。早期有过一些这方面的迹象，但不明显，然而近二十年来可以看到逻辑学的各种非标准的理论分支正在蓬勃地、加速地增长着，这似乎预示着逻辑学和数学在分裂。美国逻辑学家雷切尔斯言：“我确信，尽管目前还不能说，不过在一个较长时期内必将会明显地看到这个逻辑学科的分裂”，“这种进展是不可避免的”。苏联有的逻辑学家甚至认为，苏联形式逻辑在50年代中期复兴以后，迅速走上现代阶段，一个重要原因是抓住了传统逻辑、现代逻辑和数理逻辑的关系问题，尤其是把现代形式逻辑和数理逻辑区分开。

0.2.2 逻辑和哲学

现代逻辑学的发展中，一个具有重要意义的新趋向正在崛起。逻辑学关于哲学方面的力作正在不断出现。国际逻辑学、方法论和科学哲学会议设有专门的哲学逻辑组，有相当声誉的国际性期刊《哲学逻辑杂志》已出了十三卷。对此持慎重态度的苏联逻辑学界，也已公开使用哲学逻辑的名称。看来这个趋势今后将继续下去，并且将不断得到强化和发展。

哲学逻辑方向的兴起，首先意味着它提供了一个宝贵的创造机会。对哲学中的基本范畴，诸如存在、认识、本体、真理等，使用逻辑工具作仔细、精确地分析，无疑是有重要意义的。在西方，在认识论、本体论范围内开始的这种精确的、形式的处理，最近已伸展到伦理和规范的领域，如义务逻辑、选择逻辑、行为逻辑的出现。哲学将成为令人羡慕的精确科学的前景有巨大的吸引力，西方有人甚至认为：“现在人们不得不承认，摆脱了衰退的这种潮流，也许可以看成是逻辑实证主义在促进和普及逻辑技巧应用于哲学方面的一个重大的永久性的遗产”。

确实在这个方向下有一系列逻辑分支应运而生。相关逻辑、模态逻辑、算法逻辑、时态逻辑、或然逻辑、评价逻辑、多值逻辑、超直觉主义逻辑的纷纷出现，就是一个标志。还有许多有意义问题的研究在开展，并且取得相当重要的成果。如对逻辑科学的成果和逻辑方法在哲学和科学方法论中适用性，确定其适用界限问题；逻辑的哲学基础，逻辑系统与其中反映的现实之间的联系问题；可能世界语义学的哲学意义问题；逻辑的哲学基础中的心理主义和反心理主义；与具有内容地解释逻辑的核心概念证明有关的问题等等。苏联逻辑界取得了一些成果。如斯米尔诺娃对知识在各种层次上的变化分析，就尝试回答逻辑与现实的关系。她认为知识可分为个别原理、理论、概念模式三层次。

因为概念模式制约着接受还是拒绝特定的判断形式，所以知识在第三层次的变化同逻辑的联系最为密切。沃伊什维拉构造的一般状态摹状语义学对语义学研究作了推进，这种语义学同经典语义学的主要区别在于：不要求状态摹状的不矛盾性和完全性。因此，经典状态摹状集成了一般状态摹状集的真子集。这样，在一般状态摹状的语义学中，经典命题逻辑的重言式并不必定成立。

当然也要注意一种潜伏的暗流。对哲学的种种领域，作成功的逻辑分析的可能性存在，可能吸引人们把对具有本质意义的重要问题的注意，转向安逸地寻求某些细微末节的小问题。他们可能放弃对某些尚未梳理清楚的哲学领域作艰苦卓绝的探索，而对某些本质上是平凡的问题作过分精湛的逻辑分析。

0.2.3 逻辑和语言学

现代逻辑形成发展中另一值得注意的趋向，是对自然语言‘逻辑’方面兴趣的增长。特别是在自然语言中，而非在数学里使用的形式系统中进行的推理有效性的研究。不少人认为逻辑语形学、语义学、语用学属此范围。语形学研究语言表达式之间的关系，不涉及表达式与其意义之间的关系；语义学研究语言表达式与其意义之间的关系；语用学研究表达式与它所指的对象、使用者、使用时的语境之间的关系。

两个演算研究形式的推理理论，研究的就是符号表达式之间的关系，属于语法学范围，发展已经成熟。现代语言学的语法研究是建立在逻辑研究基础上的，这方面的成果也很大，目前欧美语法理论不下十余种，这些新出现的语法理论，一般是在新的逻辑理论和逻辑方法的基础上产生的。

说到语义学，对意义作何种理解十分重要。有些作者把意

义只理解成表达式所指称的对象,即所谓的外延;另外一些却认为意义还可有第二层含义,相当于弗雷格的涵义,即所谓的内涵。有些作者甚至把表达式与其第二层含义的意义之间关系的形式处理的理论称为语用学。

语义学起源于古希腊斯多葛学派,到了19世纪,弗雷格对此作出了不可磨灭的贡献。真正的现代逻辑语义学应该从1933年塔斯基发表《形式语言的真理概念》一文算起。进一步的发展由维特根斯坦最早提出了想法,由卡尔纳普在《意义和必然性》(1947)一书中展开成系统。书中的外延和内涵分析方法,开创了语义学研究的新路子,尽管并不完备,却取得了一批有效的成果。后来卡普兰、克里普克、蒙太古作了进一步贡献。蒙太古长期致力于把元数学应用于自然语言的语形、语义和语用研究,发展起一种以他名字命名的范畴语法。其要点是:一语言表达式的语形是表达式成分语形的函项,一语言表达式的语义(包括外延、内涵)是表达式成分语义的函项,并且达到语形和语义同构,这样建立起的语法,不仅考察了语形和语义,而且还考虑到外延和内涵。结果相当一般化,但是总体上又简洁和谐,堪称自然语言逻辑研究方面的优异成果。

苏联也有类似方面的研究。布留申金认为:斯米尔诺娃正在建立一种新奇的对自然语言的逻辑分析纲领。“她成功地构造了对分析自然语言的语境来说是足够的一阶内涵逻辑系统。”

0.2.4 纯逻辑学的发展

近年来现代逻辑在纯逻辑方向的发展主要表现在两方面:一是力图使逻辑的形式系统,逐渐接近于日常的推理,以期达到简化推理技术和直观的要求。另一方面是采用古典的演算方法去处理新问题,发展非标准逻辑系统,一大批逻辑新分支应运而

生。简化推理技术不仅在科学技术方面有大量的实际需要，而且在认识和数学方面的意义也很重大。在这方面自然推理系统受到了重视。对构造非标准逻辑的关注，从大量涌现的逻辑新分支可见一斑。当然也要防止粗制滥造逻辑系统及其语义解释。苏联逻辑界吃过这个亏。通过对具有形式语义学的逻辑系统作哲学上有效的具有内容的解释，对逻辑成果和逻辑方法在哲学和科学方法论中的适用性加以研究和限定，才能对制作具有语义解释的系统的盲目增长加以节制。

其他逻辑学的基础问题，如关于矛盾系统，关于三段论问题也开展了研究。一般来说，无矛盾系统是推理性能优良的系统，它当然受到逻辑学家的青睐。其实，科学实践证明：矛盾的理论往往并不为科学家全部抛弃，而在实践中仍然得到应用，发挥其积极的作用，人们熟悉的康托集合论是有矛盾的，但是它至今仍然还是许多数学研究的基础。近来的形式逻辑研究，产生了半无矛盾系统，推不出矛盾的矛盾系统。如在非标准数学分析中，只是在天文数字的推演步骤后才能推出矛盾，这就使考察实际上推不出矛盾的矛盾系统成为可能。

三段论研究起源于亚里士多德，似乎应属于历史领域。符号逻辑的发展，给三段论以反作用，这样就提出了三段论和谓词演算的关系、与模态逻辑的关系等问题。同时还提出了对它作不依赖于存在假设的逻辑分析，提出了空词项、否定词项和普通词项的三段论是否可能的问题。自然也会提出性质判断 A、E、I、O 如何翻译成谓词演算中的公式的问题。此外三段论研究也包括逻辑方阵的现代研究等问题。

总之，不少传统逻辑中的基本问题的研究，在现代逻辑研究中也占有相当的位置。

现代逻辑应该包括归纳逻辑。美国逻辑学家 M. 布莱克诺