世界著名科学家传记

数学家 I

吴文俊主编

科学出版社

世界著名科学家传记

数学家

I

吴文俊 主编

科学出版社

1990

内 容 简 介

«世界著名科学家传记·数学家»将分五集出版，收入世界最著名的数学家的传记100余篇. 这是第一集. 本集收人20世纪世界著名数学家如希尔伯特、克莱因和我国著名数学家华罗庚等人的传记19篇，以及中国古代数学家刘徽的传记1篇. 作者在进行深入研究的基础上，对这些科学家的生平、学术活动、主要贡献和代表作，予以全面、具体、准确的记述，并指明参考文献，即通过介绍科学家的学术生涯，向读者提供有关科学史的实用而可靠的资料. 读者不但可以从中了解到这些第一流科学家最深刻的研究工作、杰出成就和对科学发展的重大影响，而且还可以看到他们的成长道路、成功经验和思想品格，从而受到深刻的启迪.

世界著名科学家传记

数 学 家

I

吴文俊 主编

责任编辑 杜小杨

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码 100707

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1990年8月第一版 开本：850×1168 1/32

1990年8月第一次印刷 印张：8 5/8

印数：0001—6,700 字数：223 000

ISBN 7-03-001368-9/Z·65

定价：7.50元

前　　言

在中国科学院的领导下，科学出版社正在组织我国专家编纂一部大型的科学家传记辞典，计划收入古今中外重要科学家(包括数学家、物理学家、天文学家、化学家、生物学家、医学家、地理学家、以及技术科学家即发明家和工程师等)的传记约8000篇，字数估计为2000万．辞典将对所收科学家的生平、学术活动、主要贡献和代表作，予以全面、具体、简洁、准确的记述，并附文献目录；即通过介绍科学家的学术生涯，向读者提供有关科学史的实用而可靠的资料，特别是那些第一流科学家的最深入的研究工作和成功经验．其中将以足够的篇幅介绍我国古代和现代科学家的重大成就，以及他们为发展祖国的科学事业，不惧险阻，勇攀高峰的精神，以激励青年一代奋发图强，献身“四化”．这就是编纂这部《科学家传记大辞典》的基本目的．

大辞典总编委会由各科学领域的六十余位著名学者组成，卢嘉锡同志担任主编，严东生、周光召、吴文俊、王绶琯、涂光炽、吴阶平、苏世生等同志担任副主编．1988年8月，在北京召开了总编委会第一次会议，讨论了大辞典的编纂方针，制定了“编写条例”．各学科的编委会也已相继成立．在总编委会和各学科编委会的领导和组织下，编纂工作已全面展开．科学出版社设立了《科学家传记大辞典》编辑组，负责大辞典的编辑组织工作．

对于外国科学家，各学科编委会已分别确定第一批撰稿的最重要的科学家名单，共约800人，并已约请有关专家分头执笔撰稿．在大辞典出版之前，按不同学科，定稿每达20—30篇，就以《世界著名科学家传记》文集的形式及时发表．这些传记是在进行深入研究的基础上撰写的，又经过比较严格的审核，因而已具有较高的学术水平和参考价值．发表后广泛听取意见，以便将来收入

大辞典时进行必要的修改。

由于这部大辞典是我国编辑的，因而中国科学家辞条占重要地位，将下大功夫认真撰写。关于中国古代(十九世纪以前)科学家的传记，计划收入200余篇，已委托中国科学院自然科学史研究所的专家组织撰写；中国现代科学家的传记，计划收入500余篇，正在由各学科编委会组织撰写。

编纂这部《科学家传记大辞典》，是我国科学文化方面的一项具有重大意义的基本建设；国家新闻出版署已将其列入国家重点辞书规划。这项工作得到了我国学术界的广泛支持。已有许多学者、专家热情地参加工作。他们认为，我国学术界对于科学史研究的兴趣正在与日俱增，只要充分调动中国科学院、各高等院校、各学术团体的力量，认真进行组织，花费若干年的时间，是完全可以编好这部辞典的。他们还认为，组织编写这部辞典，对于科学史的学术研究也是一个极大的促进。在编写过程中，对于尚未掌握的材料，还不清楚的问题，必须进行深入的研究，以任务促科研，有了成果，自然容易写出好文章。

编纂这样一部大型的辞典，涉及面广，要求质量高，工作量很大。这里，我们热切地希望有更多的、热心这项事业的学者、专家参加工作，承担撰稿和审稿任务。

我们热烈欢迎广大读者对我们的工作提出宝贵意见。

《科学家传记大辞典》编辑组

目　录

巴 拿 赫

张 奠 宙

（华东师范大学）

巴拿赫，S.（Banach, Stefan） 1892 年3月30日生于波兰的克拉科夫；1945 年8月31日卒于苏联乌克兰加盟共和国的利沃夫．数学．

巴拿赫的父亲是一名铁路职员，母亲将幼年的巴拿赫托付给一位洗衣女工．这位洗衣女工成了巴拿赫的养母，巴拿赫的姓是养母给起的．

巴拿赫的童年过着清苦的生活．早在 14 岁那年他就不得不到私人家里讲课以养活自己．1910 年中学毕业后曾自修数学，并到雅各龙大学听过一个短时期的课．后来就读于利沃夫工学院．第一次世界大战使他中断了学业，重回克拉科夫．这时他虽然丧失了接受正规数学训练的机会，但仍不断钻研数学．他靠自学和同数学家交谈获得许多数学知识．这些数学家包括 O．尼可丁（Nikodym）和 W．威尔可兹（Wilkosz）等人．比巴拿赫年长 5 岁的 H．斯泰因豪斯（Steinhaus）也在这时和他相识．斯泰因豪斯回忆说："1916 年的一个夏夜，我在克拉科夫旧城中心附近的花园里散步，无意中听到一段对话，确切地说只听到勒贝格积分等几个词，这吸引我跨过公园的长凳和两位谈话者相见，他们正是巴拿赫和尼可丁．"

巴拿赫和斯泰因豪斯在这次夏夜的结识，对他们的一生影响甚大． 那晚斯泰因豪斯曾提到一个有关傅里叶级数收敛性的问题，说他研究多时尚未解决．仅仅几天之后，巴拿赫就找到了答案．这使他们俩紧密合作，并在 1917 年联名写了一篇论文，两

年之后发表在《克拉科夫科学院会报》(Bulletin of the Cracow Academy)上，这也是巴拿赫的第一篇论文。

这篇论文引起人们的注意。1920 年，利沃夫工学院的罗姆尼斯基(Łomnicki)教授将未经大学正规训练的巴拿赫，破格聘用为他的助教。同年，巴拿赫向利沃夫的简·卡齐米尔兹大学提交了他的博士论文，题为"关于抽象集合上的运算及其在积分方程上的应用"(Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équtions intégrales)，由此取得博士学位。这篇论文发表在 1923 年的《数学基础》(Fundamenta Mathematicae)第 3 卷中。人们有时把它作为泛函分析学科形成的标志之一。

1922 年，巴拿赫以一篇关于测度论的论文取得讲师资格，同年升为副教授。1927 年在利沃夫工学院升为正教授。然而早在 1924 年，他已是波兰科学院的通讯院士了。

巴拿赫在利沃夫大学的教学与科学活动，使他成为泛函分析方面的世界权威，一群才华出众的青年人聚集在他的周围，其中包括日后成名的 S. 马祖尔(Mazur)，W. 奥尔里奇(Orlicz)，J. 肖德尔(Schauder)以及 S. 乌拉姆(Ulam)等人。在巴拿赫和斯泰因豪斯的指导下，迅速形成了利沃夫数学学派。1919 年，在利沃夫创办了关于泛函分析的专门杂志《数学研究》(Studia Mathematica)，至今仍在世界上享有盛誉。

巴拿赫的教学任务也很繁重。他花了许多精力写大学教材和中学教材，其中有一本关于力学的书很受欢迎。

1932 年，巴拿赫的名著《线性算子论》(Théorie des opérations linéaires)作为《数学丛书》(Monografie Matematyczne)的第一卷刊行于世。这部著作总结了到那时为止的有关赋范线性空间的所有成果，成为泛函分析方面的一本经典著作。书中提到的线性泛函延拓定理、共鸣定理、闭图象定理，使全世界分析学家看到泛函分析的威力。该书中的全部术语已被广泛采用，而完备的赋范线性空间被后人称为巴拿赫空间。

由于巴拿赫在泛函分析方面的杰出贡献，1936 年在奥斯陆召

开的国际数学家大会邀请他作大会报告.从1939年到1941年,他是利沃夫大学的校长. 1939年被选为波兰数学会主席. 他还是苏联乌克兰科学院的院士.

在法西斯德国占领波兰时期,他的境况很糟. 为了维持生计,曾到威格尔(Weigel)教授的研究所充当一名寄生虫饲养员. 那里生产的抗伤寒病的疫苗,有一些曾被秘密送到波兰地下武装手中. 1944年秋天,利沃夫城被苏联红军解放,巴拿赫回到大学工作. 不幸的是,由于战时的贫困和受到法西斯摧残,他的健康状况恶化,加上胃癌的侵袭,终于在1945年8月31日与世长辞. 为了表示对这位杰出数学家的悼念,1960年在波兰召开的泛函分析国际会议上,举行了纪念巴拿赫的仪式. 1967年出版了巴拿赫全集(Oeuvres). 1972年1月13日,华沙成立了巴拿赫国际数学中心(S. Banach International Mathematical Center).

泛函分析学科是20世纪数学的最重要分支之一,它是通常的、以微积分为主体的经典分析的自然推广. 如果说函数是数集与数集之间的对应关系,那么泛函则是函数集与数集之间的对应关系,而算子则是函数集与函数集之间的对应关系.例如,如果用 $C[a,b]$ 表示 $[a,b]$ 上连续函数全体,那么定积分 $I(f)=\int_a^b f(x)dx$ $(f(x)\in C[a,b])$ 就是 $C[a,b]$ 上的泛函,而 $D(f)=\frac{df}{dx}$ 则是一阶连续可微函数空间 $C^1[a,b]$ 到 $C[a,b]$ 上的算子. 因此,微分方程 $\left(\sum_{k=1}^{n} a_k(x)\frac{d^k}{dx^k}\right)f=0$ 的左端乃是一个微分算子;而积分方程 $\int_a^b K(x,y)f(x)dx=g(y)$, 实际上是将 f 对应于 g 的积分算子 K(由核 $K(x,y)$ 所决定),泛函分析正是在这样的背景上发展起来的.

相对于以 n 个坐标表示的点 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 构成的 n 维欧氏空间 R^n 来说,函数空间可以看成无限维空间,其中的元素 x 有无限多个坐标,例如,对于一个在 $[0,2\pi]$ 上可积的函数

$f(x)$，可以得到一列傅里叶系数 $(a_0, a_1, b_1, \cdots, a_n, b_n, \cdots)$，其中 $a_n = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos nx dx$，$b_n = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin nx dx$；可以用相应的傅里叶级数来表示 $f(x)$. 所以函数空间的研究使数学从有限维跨入无限维，泛函分析也可以说成是无限维空间上的分析学。

函数空间的研究始于本世纪初，法国数学家 M. 弗莱歇（Fréchet）于 1906 年提出线性距离空间的概念，德国大数学家 D. 希尔伯特（Hilbert）在研究积分方程时，引入了线性内积空间。巴拿赫研究的则是线性赋范空间，这是介于线性距离空间和线性内积空间之间的一类无限维空间。众所周知，在有限维空间情形向量 a 和 b 之间可以有内积：$(a, b) = |a||b|\cos\theta$，$\theta$ 是向量 a 和 b 之间的夹角，$(a, b) = 0$ 说明 a 和 b 正交. 有了内积，就可以定义向量的长度 $|a| = \sqrt{(a, a)}$，而有了长度 $|a|$，就可定义 a 和 b 之间的距离 $\rho(a, b) = |a - b|$. 巴拿赫研究的赋范空间，就是给每个元素赋以一个范数，它相当于通常的长度. 例如 $C[a, b]$ 中的函数 $f(x)$ 可以有一个范数 $\|f\| = \max\limits_{a\leq x\leq b}|f(x)|$，$C[a, b]$ 可以是距离空间：$\rho(f, g) = \|f - g\| = \max\limits_{a\leq x\leq b}|f(x) - g(x)|$，但可以证明 $C[a, b]$ 中不可能定义内积，使之构成线性内积空间.

完备的线性内积空间称为希尔伯特空间，它和巴拿赫空间构成泛函分析中最重要的两种空间。由于可数维的希尔伯特空间都和平方可和数列空间 l^2 同构 $\left(l^2 = \left\{(a_1, a_2, \cdots) \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k^2 < \infty\right\}\right)$，所以希尔伯特空间的构造比较单一，但是巴拿赫空间的结构十分复杂，因此近几十年来，研究巴拿赫空间结构的数学分支“巴拿赫空间几何”得到迅速发展.

任何一门学科都有几个基本定理，泛函分析也不例外. 其中最基本的两个定理都和巴拿赫有关.

第一个定理是线性泛函延拓定理（即汉（Hahn）-巴拿赫定理）。它保证在一个线性子空间上的线性泛函能够延拓到全空间

上．这一问题起源于 n 维欧氏空间 R^n 上的矩量问题．巴拿赫在1920 年提交的博士论文中，用几何语言将它推广到无限维空间．1922 年，O．汉发表的论文也独立地得出类似结果．1927 年，O．汉将结果更一般化．1929 年，巴拿赫独立地给出同样的现在普遍使用的线性泛函延拓定理．该定理保证在无限维空间上有足够多的线性连续泛函可供研究，因而是线性泛函分析的一块基石．

另一个基本定理是巴拿赫-斯泰因豪斯定理．这个定理又称为“一致有界性原理”，是 1927 年以两个人名义在《数学基础》第 9 卷上发表的．它断言，在巴拿赫空间 X 上，如果有一列算子（或泛函）T_n，能对每个 $x\in X$，数列 $\|T_nx\|$ $(n=1,2,\cdots)$ 都有上界 C_x，那么必存在常数 C，使 $\|T_n\|=\sup\limits_{\|x\|\leqslant 1}\|T_nx\|\leqslant C$，即 T_n 在 X 的单位球 $B=\{x\in X\,|\,\|x\|\leqslant 1\}$ 上一致有界．这显然是由各点 x 的局部有界性推广到在一个单位球上整体地一致有界性的深刻定理．这一定理的逆否形式称为共鸣定理．它是说，如果对一列算子或泛函 $T_n(n=1,2,\cdots)$，存在元素列 x_n，$\|x_n\|\leqslant 1(n=1,2,\cdots)$，使得 $\|T_nx_n\|$ 关于 n 无界，那么必至少存在一个公共的 x，使 $\|T_nx\|$ 关于 n 也无界，这就是共鸣的含意．

由一致有界性原理立即可以推出在微分方程中十分有用的闭图象定理．此外，一致有界性原理在经典分析中有许多应用，例如，在三角级数中有一个著名的问题：任何连续函数的傅里叶级数是否必收敛于自身？答案是否定的．经典的证明很复杂，但用共鸣定理很快就得出答案．这只要将 $f(x)$ 的傅里叶级数的部分和 $F_n(f,x)=\sum\limits_{k=0}^{n}(a_k\cos kx+b_k\sin kx)$ 看作一列泛函（把 x 固定），然后找一列 f_n，使 $\|f_n\|\leqslant 1$，但 $|F_n(f_n,x)|$ 无界，然后由共鸣定理知存在公共的 f_0，使 $|F_n(f_0,x)|$ 无界．这就是说，确实存在一个连续函数 $f_0(x)$，它的傅里叶级数在点 x 处不收敛．这种存在性的证明，很能显示出巴拿赫-斯泰因豪斯定理的威力．

关于泛函的一致有界性原理早在 1922 年就被 O．汉所证得，他用的是所谓“滑动驼峰法”．1927 年，巴拿赫和斯泰因豪斯发现

该原理成立的关键在于完备距离空间必定是 R. 贝尔 (Baire) 意义下的第二纲集，这是一个深刻的揭示。此外，他们把该原理推广到任意一族线性算子的情形。由于这个原因，现在教科书上也把一致有界性原理称作巴拿赫-斯泰因豪斯定理。

巴拿赫另一个著名的成果是压缩映象原理。它断言，对于在完备距离空间上的映射 f，如果空间中任两元素 x 和 y 的距离 $d(x, y)$ 经映射后能得到压缩，即 $d(f(x), f(y)) \leqslant \alpha d(x, y)$，$0<\alpha<1$，则 f 必有一个不动点 z，即使得 $f(z)=z$。这一原理有着广泛的应用，日后又为许多数学家所推广。它的最原始形式出现在 1920 年的巴拿赫的博士论文中。

巴拿赫空间X上的线性连续泛函全体也构成巴拿赫空间，记为 X^*。设有X中的点列 $\{x_n\}$ 和 x_0，如果对任何 $f \in X^*$ 都有 $f(x_n) \to f(x_0)$，就说 x_n 弱收敛于 x_0。巴拿赫对此作了详尽而深入地考察，这成为后来的线性拓扑空间理论及对偶原理的一个先导性工作。

巴拿赫的研究范围不只限于泛函分析，他在正交级数、拓扑学、集合论等方面都有许多建树，其中有两项工作对后来影响很大。

1924 年，巴拿赫和 A. 塔斯基 (Tarski) 发表"关于将一些点集分割为彼此全等部分的分解"(Sur la decomposition des ensembles de point en parties respectivement congruents) 一文，其中有一结果被称为分球怪论。它是说，在三维或更高维的欧氏空间中，任何两个有界的含有内点的集合(比如两个不同半径的球)总可以分别分割为同等数目的子集，使得它们彼此全等。用符号来写就是：$A=\bigcup_{i=1}^{n} A_i$，$B=\bigcup_{i=1}^{n} B_i$，$A_i \cap A_j=\emptyset$，$B_i \cap B_j=\emptyset$ $(i \neq j)$，但 A_i 与 B_i 分别全等。这里全等的意思是指存在一个保距的双射，这个结果等于说两个不同半径的球，在某种意义下可以全等。这和通常的直观感觉相违背，因而被称之为"怪论"。产生怪论的原因是用了选择公理 (对集族 $A_\alpha(\alpha \in I)$，必存在集合 S，

使 $S\cap A_\alpha=a_\alpha,\alpha\in I$). 由于不用选择公理将使数学内容大为贫乏,所以现今的大多数数学家仍坚持使用选择公理. 然而,如何消除这一"怪论",眼下尚无妥善办法. 正因为如此,分球怪论受到数学家的广泛重视.

巴拿赫在泛函分析之外的第二个重大贡献是测度问题. 所谓测度,乃是通常的长度、面积、体积概念的推广. 巴拿赫提出问题:在 n 维欧氏空间中,能否给所有的有界子集 M 都指派一个非负实数 $A(M)$ 作为测度,使得满足

(i) 有限可加性: M_1,M_2 为有界子集,彼此不相交,则

$$A(M_1\cup M_2)=A(M_1)+A(M_2);$$

(ii) 运动不变性: 若 M_1 与 M_2 在欧氏几何意义下全等,则 $A(M_1)=A(M_2)$;

(iii) 正则性: 当 M 为普通的几何图形(如正方体)时, $A(M)$ 即为通常的 n 维体积.

这就是所谓"较易测度问题",巴拿赫证明,当 $n\geqslant 3$ 时这一问题是无解的. 这可用分球怪论直接推得. 至于 $n=1$ 和 $n=2$ 情形,则问题有解. 巴拿赫还讨论过较难测度问题,那是将条件 (i) 改为可列可加性:

(i′) 对一列两两不相交有界集合 $M_1,M_2,\cdots,M_n\cdots$, 总有

$$A\left(\bigcup_{n=1}^{\infty}M_n\right)=\sum_{n=1}^{\infty}A(M_n).$$

巴拿赫又证明能满足 (i′)(ii)(iii) 的 $A(M)$ 是不存在的, 不论 n 为 1, 2, 3, … 都是如此.

由于这些工作都涉及数学的基本问题之一: 是否每个集合都可测? 其答案又出乎人们的意料之外, 因而一直受到世人的重视.

巴拿赫不仅自己在科学上作出了巨大贡献, 而且培育了一大批青年数学家,为形成强大的利沃夫泛函分析学派奠定了基础.他培养青年的方式中有一种很特别,这就是"咖啡馆聚会". 当年利

沃夫学派的一个年青学者 S. 乌拉姆(后来去美国定居,在二次大战中参与原子弹的研制),曾写过一篇文章,题为"回忆苏格兰咖啡馆",其中写道:"巴拿赫一天生活中有相当多的时间消磨在咖啡馆,当有同事和年轻同行围坐时,他可以滔滔不绝地讲上几个钟头.…咖啡桌跟大学研究所和数学会的会场一样,成了爆发数学思想火花的圣地.""在苏格兰咖啡馆(利沃夫城内一间受数学家欢迎的咖啡馆)的频繁聚会中,数学家提出了各种问题.有时问题很多,大家觉得应该记录下来,于是在咖啡馆内专门准备了记录本,以便随时使用(咖啡馆的侍者也乐意给以方便,因为这免得他们擦洗涂在桌上的数学式子).于是,这些记录本就产生了一部传奇式的书:'苏格兰书'.由于提问者当时或后来都很著名,使得这些记录具有重要的科学与历史价值,而且具有一种引起人们求知欲望的力量.由于巴拿赫夫人的功劳,这些'苏格兰书'免遭战火,奇迹般地保存了下来".此书后来由 E. 马尔采夫斯基(Marczewski)和斯泰因豪斯负责编辑出版.原稿由巴拿赫的儿子(一位博士)献给了巴拿赫国际数学中心.

斯泰因豪斯在描绘巴拿赫个性时曾指出,巴拿赫所处的那个时代,波兰科学家还受到宗教那种殉道观念的束缚,即知识分子应当远离尘世的欢乐,象苦行僧那样清贫寡欲.但巴拿赫没有向这种观念屈服,不愿做圣徒的候选人.他是一位现实主义者,甚至到了接近玩世不恭的程度.他强调自己祖先的山民血统,并对那些无所专长的所谓有教养的知识分子持蔑视态度.

巴拿赫恰好在第二次世界大战结束时去世,这使人们不胜惋惜.斯泰因豪斯在回忆巴拿赫时这样写道:"他最重要的功绩乃是从此打破了波兰人在精确科学方面的自卑心理,…他把天才的火花和惊人的毅力与热情熔为一体."

文　　献

原始文献

[1] S. Banach, Théorie des opérations linéaires, Monografie Matematyczne, Warsaw,

1932.

[2] S. Banach and A. Tarski, Sur La decomposition des ensembles de point en Parties respectivement congruents, *Fundamcnt Mathematica*, 6, 1924, p. 244—277.

[3] S. Banach, Oeuvres, Warsaw, 1967.

研究文献

[1] K. Kuratowski, A half Century of Polish mathematics, remenbrances and reflection, Pergamon Press, Oxford, 1980 （中文摘译：数学译林，第1卷，第1，2，3期 1982）.

[2] Dunford and J. T. Schwatz, Linear operators, Part I, Interscience Publishers, 1958.

[3] Colloquium Mathematicum, Vol. 1, Warsaw, 1948.

[4] J. Dieudonne, History of functional analysis, North-Holland Publishing Company, 1981.

伯克霍夫

丁同仁

（北京大学）

伯克霍夫，G. D.（Birkhoff, George David） 1884 年3月21日生于美国密执安州；1944 年11月12日卒于马萨诸塞州．数学．

伯克霍夫的父亲是一位物理学家．从1896到1902年他在芝加哥的刘易斯学院(即现在的伊利诺伊理工学院)求学；然后升学到芝加哥大学，肄业一年后转学到哈佛大学，在那里于1905年和1906年先后得到学士学位和硕士学位；接着又回芝加哥大学当研究生，于1907年获得博士学位．随后去威斯康星大学作了两年讲师．

1908年，伯克霍夫和M．格拉费（Grafius）小姐结婚，她是一位有名的贤妻良母．伯克霍夫一生的成就在很大程度上依赖于夫人对他事业的理解和鼓励，他们的儿子加勒特（Garret）后来也成为著名的数学家．

芝加哥的E．H．穆尔（Moore）教授和哈佛的M．博歇（Bôcher）教授都是伯克霍夫的良师．但是，伯克霍夫的真正导师是J．H．庞加莱（Poincaré）．通过倾心攻读后者的著作，他继承了庞加莱在分析学和动力系统领域中的问题和研究方法，并且作出了重大的发展．他们在科研领域内都是善于开发新天地的先驱者．

伯克霍夫于1909年到普林斯顿大学任教．为了抵制哈佛大学对伯克霍夫的招聘，普林斯顿大学于1911年破格提升他为正教授．但是，他认为哈佛大学的学术环境对他的研究工作更有利，因

此情愿去那里作一位助教授，直到 1919 年才提升为正教授．在 1932 年哈佛大学授予他以潘金斯（Perkins）数学教授为名的荣誉，并在 1935 到 1939 年期间委任他为文理学院院长．在 1924—1926 年期间伯克霍夫担任美国数学学会主席，而在 1936 到 1937 年他是美国科学促进会主席．伯克霍夫一生曾获取了许多世界性的数学奖，他是美国数学界公认的一位杰出的领袖．但是，由于他是一个只醉心于数学研究的人，在政治上有时不免发表一些脱离实际生活和出尔反尔的观点，这不免使不了解他的人们产生某些误解．

伯克霍夫一贯主张在数学上创造性和发现新结果比数学体系的整理和解释更加重要．他和当时的 L. 迪克森（Dickson）与穆尔等一代美国数学家的工作虽没有欧洲的那种完美程度，却富有美国特色——充满着活力、进取性和创造精神．实际上，是他们用自己的成就和坚毅的个性宣告了美国数学已经进入世界前列．

伯克霍夫也是一位有名的教育家，他诲人不倦，从不计较在教学上多花时间会损害科研上的进展．他具有出色的讲课艺术，能使整个课堂生动活跃；为了解答学生们的疑难，写了许多深入浅出和富有启发性的讲义．当年哈佛大学数学系的许多优秀博士都是他的门生．另外，在 1929 年前后伯克霍夫还讲授了几遍初等几何，并在 1932 年提出了以比例尺和半圆分度规为基础的初等几何学的五条公理．在 1940 年他又和 R. 比特利（Beatley）合作写了一本初等几何学的书，对当时美国的几何教学起了促进的作用．

伯克霍夫在数学上的成就是多方面的．以下我们将作一扼要的介绍．

a）他把斯图姆（Sturm）-刘维尔（Liouville）的二阶线性微分方程的自伴边值问题的特征理论推广到 n 阶线性微分方程的非自伴边值问题的情形；

b）在 1917 年他给出一个简单原理：在函数空间中任何正交函数组必是完全的，只要它可以（在伯克霍夫的意义下）任意逼近该空间的一个完全基．并且他把这原理应用于特征函数系．这一