高等学校教学参考书

极化与磁化

冯慈璋 编

高等教育出版社

高等学校教学参考书

极化与磁化

冯慈璋 编

*

高等教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
通县觅子店印刷厂印装

*

开本850×1168 1/32 印张 7 字数 175,000
1986年1月第1版 1986年1月第1次印刷
印数 00,001—4,000
书号 15010·0668 定价 1.60元

目　录

第一章　有关极化和磁化的基础知识

§ 1-1　静电场的基本知识

1）静电学的基础是库仑定律。真空中，位于原点的点电荷 q_1 对于在 $\boldsymbol{r}$ 处另一点电荷 q 的作用力为

$$\boldsymbol{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_1}{r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r} \tag{1-1.1}$$

本书采用国际单位制(SI)，上式中电荷的单位是 C(库仑)，长度的单位是m(米)，ε_0 是真空的电容率(或称介电常数)，其值为8.85×10^{-12}F/m(法拉/米)，力的单位是N(牛顿)。

表征电场特性的基本场矢量是电场强度 $\boldsymbol{E}$，它被定义为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\lim_{q\to 0}\frac{\boldsymbol{F}}{q}\qquad \text{V/m(伏/米)} \tag{1-1.2}$$

一个位于原点的点电荷 q_1，在真空中，对 $\boldsymbol{r}$ 处引起的电场强度

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r} \tag{1-1.3}$$

上式所示关系，可推广于分布电荷的情况。如分布在体积 V' 内的电荷有体密度为 $\rho(\boldsymbol{r}')$，则这部分电荷在场点 $\boldsymbol{r}$ 引起的场强可表示为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'}\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\rho(\boldsymbol{r}')dV' \tag{1-1.4}$$

式中 $\boldsymbol{r}'$ 为源点的坐标。

不难证明，对于真空中静电场，普遍地有

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=0 \tag{1-1.5}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\rho/\varepsilon_0 \tag{1-1.6}$$

故称以上二式为真空静电场的基本方程。相应的积分形式的基本方程为

$$\oint\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0 \tag{1-1.7}$$

$$\oint_S\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V\rho\mathrm{d}V=q/\varepsilon_0 \tag{1-1.8}$$

式(1-1.8)与式(1-1.6)即高斯定理的表达式，$q=\int_V\rho\,\mathrm{d}V$ 为由闭合面 S 所限定体积 V 内的全部电荷。式(1-1.7)和(1-1.5)表明静电场的无旋性。

2) 根据式(1-1.5)，可知静电场还可通过标量电位 $\varphi(\boldsymbol{r})$ 表征其特性。电位与电场强度间有关系

$$\boldsymbol{E}=-\nabla\varphi \tag{1-1.9}$$

或

$$\varphi=\int^{\infty}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}\quad \mathrm{V}(伏) \tag{1-1.10}$$

真空中，由位于原点的点电荷 q，在 $\boldsymbol{r}$ 处引起的电位为

$$\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \tag{1-1.11}$$

对于由体积 V' 内的分布电荷 $\rho(\boldsymbol{r}')$ 产生的电场，电位的表达式为

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'}\frac{\rho(\boldsymbol{r}')}{r}\mathrm{d}V' \tag{1-1.12}$$

在式(1-1.6)中代入式(1-1.9)的关系，则

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\nabla\cdot(-\nabla\varphi)=-\nabla^2\varphi=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

或

$$\nabla^2\varphi=-\frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{1-1.13}$$

上式即泊松方程。如 $\rho=0$，则

$$\nabla^2\varphi=0 \tag{1-1.14}$$

即拉普拉斯方程。可见静电场中有体电荷分布处，电位函数满足泊松方程；在没有体电荷分布处，电位函数满足拉普拉斯方程。顺便指出，在直角坐标系中，算符 $\nabla=\boldsymbol{i}\frac{\partial}{\partial x}+\boldsymbol{j}\frac{\partial}{\partial y}+\boldsymbol{k}\frac{\partial}{\partial z}$，而 $\nabla^2=\nabla\cdot\nabla=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$。

3）极化理论中，一个基本概念是电荷系统的电极矩。

定义一个点电荷 q 对某一参考点的电极矩为 $q\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{r}$ 为参考点到电荷所在点的距离矢量。对于由 n 个电荷组成的系统，其电极矩为

$$\boldsymbol{p}=\sum_{i=1}^{n}q_i\boldsymbol{r}_i \tag{1-1.15}$$

式中 $\boldsymbol{r}_i$ 为由参考点到点电荷 q_i 所在处的距离矢量。

对于总电量为零，即 $\sum\limits_{i=1}^{n}q_i=0$ 的系统，其电极矩与参考点的位置无关，即为一恒定值。

总电量为零的电荷系统的电极矩，可用正、负电荷的作用中心（或电重心）表示成

$$\boldsymbol{p}=(\boldsymbol{r}_+-\boldsymbol{r}_-)q \tag{1-1.16}$$

式中 $\boldsymbol{r}_+$ 和 $\boldsymbol{r}_-$分别为正、负电荷作用中心的坐标，且

$$\boldsymbol{r}_+=\frac{\sum\limits_{\text{正电荷}}q_i\boldsymbol{r}_i}{\sum\limits_{\text{正电荷}}q_i} \tag{1-1.17}$$

$$r_- = \frac{\sum_{\text{负电荷}} q_i r_i}{\sum_{\text{负电荷}} q_i} \tag{1-1.18}$$

如令 $\boldsymbol{d}=\boldsymbol{r}_+-\boldsymbol{r}_-$,见图 1-1.1，则 $\boldsymbol{d}$ 即为正、负电荷作用中心的距离,且其方向由负电荷指向正电荷。

在总电荷等于零的系统中,由于正负电量相等,因此其电极矩称为电偶极矩。

由两个分别带等量异号的点电荷构成的电偶极子，其电偶极矩是最简单的例子。电偶极子的电矩 $\boldsymbol{p}=q_0\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{d}$ 的方向，也就是 $\boldsymbol{p}$ 的方向,是从负电荷指向正电荷(见图 1-1.2)。

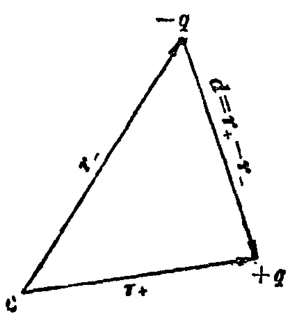

图 1-1.1

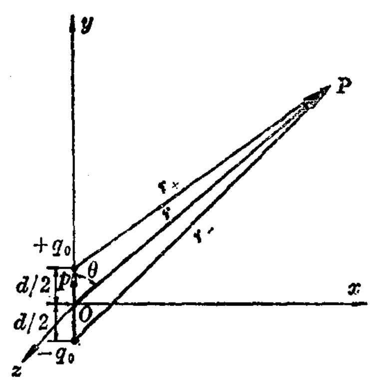

图 1-1.2

根据迭加原理，可以求得位于原点的电偶极子在真空中引起的电位为

$$\varphi=\frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \tag{1-1.19}$$

根据式(1-1.9),电场强度为

$$\boldsymbol{E}=-\nabla\varphi=-\nabla\frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}=$$

$$-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r})\nabla\frac{1}{r^3}+\frac{1}{r^3}\nabla(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r})\right]$$

由于
$$\nabla(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r})=\boldsymbol{p}$$
和
$$\nabla\frac{1}{r^3}=-\frac{3}{r^4}\nabla r=-\frac{3\boldsymbol{r}}{r^5}$$
最后得
$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}}{r^5}\boldsymbol{r}-\frac{\boldsymbol{p}}{r^3}\right) \tag{1-1.20}$$
可见电偶极子产生的电场强度，可由这样两个分量组成：一个分量沿 $\boldsymbol{r}$ 方向，另一个则正好与它的电偶极矩反向。

4）介质的静电性质可用它极化后每单位体积内的电偶极矩，即极化强度
$$\boldsymbol{P}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\sum\boldsymbol{p}}{\Delta V}\quad \mathrm{C/m^2}(\text{库仑/米}^2) \tag{1-1.21}$$
表示。由极化引起的极化电荷的体、面密度分别为
$$\rho_P=-\nabla\cdot\boldsymbol{p}\qquad \sigma_P=\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{n} \tag{1-1.22}$$
极化电荷和自由电荷一样，也能引起电场。它们共同引起的电场强度，应满足
$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}(\rho+\rho_P) \tag{1-1.23}$$
在式(1-1.23)中代入式(1-1.22)的关系，得
$$\nabla\cdot(\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P})=\rho \tag{1-1.24}$$
定义电位移矢量
$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}\quad \mathrm{C/m^2}(\text{库仑/米}^2) \tag{1-1.25}$$
可得
$$\nabla\cdot\mathbf{D}=\rho \tag{1-1.26}$$
可见电位移矢量的源，仅仅是自由电荷。与上式对应的积分形式为
$$\int_S\boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\int_V\rho\mathrm{d}V=q \tag{1-1.27}$$
上式与式(1-1.26)分别为普遍的高斯通量定理的积分形式和微分形式。

多数介质是线性的，具有恒定的极化率 χ，这时 $\boldsymbol{P}$ 与 $\boldsymbol{E}$ 之间成正比关系

$$\boldsymbol{P}=\chi\varepsilon_0\boldsymbol{E} \tag{1-1.28}$$

将上式代入(1-1 25)中，有

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\chi\varepsilon_0\boldsymbol{E}=\varepsilon_0(1+\chi)\boldsymbol{E}=\varepsilon\boldsymbol{E} \tag{1-1.29}$$

其中
$$\varepsilon=(1+\chi)\varepsilon_0=\varepsilon_r\varepsilon_0 \tag{1-1.30}$$

称为介质的电容率。而介质的相对电容率定义为

$$\varepsilon_r=\varepsilon/\varepsilon_0=1+\chi \tag{1-1.31}$$

在各向异性介质中，极化强度 $\boldsymbol{P}$ 与电场强度 $\boldsymbol{E}$ 的方向不一致，电位移 $\boldsymbol{D}$ 与 $\boldsymbol{E}$ 也不是同方向，这时式(1-1.28)和(1-1.29)所表示的关系就不再成立，$\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{E}$ 间的关系应写成

$$\left.\begin{aligned} D_x&=\varepsilon_{xx}E_x+\varepsilon_{xy}E_y+\varepsilon_{xz}E_z\\ D_y&=\varepsilon_{yx}E_x+\varepsilon_{yy}E_y+\varepsilon_{yz}E_z\\ D_z&=\varepsilon_{zx}E_x+\varepsilon_{zy}E_y+\varepsilon_{zz}E_z \end{aligned}\right\} \tag{1-1.32}$$

此时的电容率 ε，需用张量表示

$$\varepsilon=\begin{pmatrix}\varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz}\\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz}\\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz}\end{pmatrix} \tag{1-1.33}$$

通常 $\varepsilon_{xy}=\varepsilon_{yx}$，$\varepsilon_{zx}=\varepsilon_{xz}$，$\varepsilon_{yz}=\varepsilon_{zy}$，即 ε 是一对称张量。

5）在外施电场作用下，电介质发生极化，由极化引起的极化电荷和自由电荷一样，也产生电场。这样，空间任一点的电场是外施电场和极化电荷引起的电场二者的矢量和。

但是在介质内部，由极化电荷引起的附加电场的方向与外施电场方向是相反的，使合成电场比仅有外施场时为弱。决定极化强度 $\boldsymbol{P}$ 的电场强度不仅是外施场，而应是介质内部的合成场强。可见极化电荷的作用也减弱了极化强度，因此我们称极化电荷引起的附加电场为退极化场。

退极化场的量值与电介质的形状有关，通常我们把退极化电场强度表示成

$$\boldsymbol{E}_d=\beta\boldsymbol{P}/\varepsilon_0 \tag{1-1.34}$$

式中 β 称为退极化场强系数，是与介质形状有关的常数，且 $\beta\leqslant 1$。例如平板电容器中的介质，$\beta=1$；球形介质，$\beta=1/3$ 等。

6）为了便于参考，把与介质极化有关的一些物理量和一些基本关系式列出于表 1-1.1 中。

表 1-1.1

物理量	定义	编号	单位
电场强度 $\boldsymbol{E}$	$\boldsymbol{E}=-\nabla\varphi$	(1)	V/m
传导电流密度 δ_c	$\delta_c=\gamma\boldsymbol{E}$	(2)	A/m^2
电偶极矩 $\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{r}$	(3)	C·m
极化强度 $\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{P}=\dfrac{\partial\boldsymbol{p}}{\partial V}$	(4)	C/m^2
电位移 $\boldsymbol{D}$	$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}$	(5)	C/m^2
位移电流密度 δ_D	$\delta_D=\partial\boldsymbol{D}/\partial t$	(6)	A/m^2
介质的电容率 ε	$\varepsilon=\boldsymbol{D}/\boldsymbol{E}$ $\varepsilon=\varepsilon_0+\boldsymbol{P}/\boldsymbol{E}$	(7) (8)	F/m
静电能量密度 w_e'	$w_e'=\dfrac{1}{2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{D}$	(9)	J/m^3
高斯通量定理	$\int_S\boldsymbol{D}\cdot d\boldsymbol{S}=\int_V\rho dV$ $\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho$	(10) (11)	
电荷守恒定律	$\dfrac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot\delta_c=0$	(12)	

§ 1-2 恒定磁场的基本知识

1）磁场是运动的电荷（电流）引起的。另一方面，磁场对运动电荷又有作用力。静磁学是以电荷运动时，所受磁力（洛仑兹力）作为基础的。如有一试验电荷 q 以速度 $\boldsymbol{v}$ 在磁场 $\boldsymbol{B}$ 中运动，则它所受的磁力为

$$\boldsymbol{F}=q(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}) \tag{1-2.1}$$

在磁场 $\boldsymbol{B}$ 中,作用于元电流段 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 的力

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F}=I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B} \tag{1-2.2}$$

作用于电流回路的力为

$$\boldsymbol{F}=I\oint_{l}\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B} \tag{1-2.3}$$

而电流回路所受的力矩

$$\boldsymbol{T}=\mu\times\boldsymbol{B}/\mu_0 \tag{1-2.4}$$

式中的

$$\mu=\frac{\mu_0}{2}I\oint_{l}\boldsymbol{r}\times\mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{1-2.5}$$

是电流回路的磁矩,其 SI 单位为 Wb·m(韦伯·米)。

2) 真空中,由元电流段 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 引起的磁感应强度

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3} \tag{1-2.6}$$

式中 $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ H/m(亨利/米),在国际单位制中磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 的单位是 T(特斯拉=韦伯/米^2)。

如果场源是体密度为 $\delta(\boldsymbol{r}')$ 的分布电流,则它所产生的磁感应强度

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{r}')\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\mathrm{d}V' \tag{1-2.7}$$

可以证明,对于真空中的磁场,普遍地有

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0 \tag{1-2.8}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{\delta} \tag{1-2.9}$$

故称以上二式为真空中恒定磁场的基本方程。相应的积分形式的基本方程为

$$\oint_{S}\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0 \tag{1-2.10}$$

$$\oint_{l}\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\mu_0\int\boldsymbol{\delta}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\mu_0 I \tag{1-2.11}$$

式(1-2.10)和(1-2.8)即磁通连续性原理的表达式,说明恒定磁场是一个无散场。式(1-2.11)和(1-2.9)是安培环路定律在真空磁

场中的表达式，表明磁场是一个有旋场。

3）在电流密度 $\boldsymbol{\delta}=0$ 的区域，由于 $\nabla\times\boldsymbol{B}=0$，可以定义标量磁位 $\varphi_m(\boldsymbol{r})$，且

$$\boldsymbol{B}=-\mu_0\nabla\varphi_m \tag{1-2.12}$$

与电位相仿，标量磁位满足拉普拉斯方程

$$\nabla^2\varphi_m=0 \tag{1-2.13}$$

在物质的磁化理论中常用到磁偶极子的概念。磁偶极子是指一个很小的圆形回路。如回路的电流为 I，回路限定的面积为 $\mathrm{d}S$，则定义磁偶极矩

$$\boldsymbol{m}=\mu_0 I\mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1-2.14}$$

在真空中，位于原点的磁偶极子在 $\boldsymbol{r}$ 处产生的磁感应强度为

$$\boldsymbol{B}=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{3\,\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{r}}{r^5}\boldsymbol{r}-\frac{\boldsymbol{m}}{r^3}\right) \tag{1-2.15}$$

它在外磁场中所受的力矩

$$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{m}\times(\boldsymbol{B}/\mu_0) \tag{1-2.16}$$

定义磁化强度 $\boldsymbol{M}$ 为物质磁化后每单位体积的磁偶极矩

$$\boldsymbol{M}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\sum\boldsymbol{m}}{\Delta V} \tag{1-2.17}$$

磁性媒质对磁场的影响，可用磁化电流（或安培电流）密度来考虑。磁化电流的体、面密度分别为

$$\boldsymbol{\delta}_m=\nabla\times\boldsymbol{M}/\mu_0 \qquad \boldsymbol{k}_m=\frac{1}{\mu_0}(\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{n}^\circ) \tag{1-2.18}$$

磁化电流和自由电流一样都能产生磁感应强度，根据式（1-2.9），应满足

$$\nabla\times\boldsymbol{B}=\mu_0(\boldsymbol{\delta}+\boldsymbol{\delta}_m) \tag{1-2.19}$$

代入式(1-2.18)的关系于上式，

$$\nabla\times\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0}=\boldsymbol{\delta}+\nabla\times\boldsymbol{M}/\mu_0$$

或写成

$$\nabla\times(\boldsymbol{B}/\mu_0-\boldsymbol{M}/\mu_0)=\boldsymbol{\delta} \tag{1-2.20}$$

令 $$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{B}/\mu_0-\boldsymbol{M}/\mu_0 \tag{1-2.21}$$

并称为磁场强度，则(式 1-2.20)即成

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{\delta} \tag{1-2.22}$$

可见引起 $\boldsymbol{H}$ 的场源，只能是自由电流。

与式(1-2.22)相应的积分形式方程为

$$\oint_l \boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\,\boldsymbol{l}=\int_S \boldsymbol{\delta}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=I \tag{1-2.23}$$

上式与式(1-2.22)分别为(普遍的)安培环路定律的积分形式和微分形式。

对于线性媒质，磁化强度 $\boldsymbol{M}$ 与磁场强度间有线性关系

$$\boldsymbol{M}=\kappa\boldsymbol{H} \tag{1-2.24}$$

由于 $\boldsymbol{M}$ 是每单位体积的磁矩，κ* 也就与单位体积有关，故称为体积磁化率。而把

$$\chi_{\mathrm{m}}^{*}=\frac{\kappa}{\rho} \tag{1-2.25}$$

称为质量磁化率，上式中的 ρ 表示材料的密度。

如将式(1-2.24)代入式(1-2.21)，有

$$\boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{H}+\boldsymbol{M}=(\mu_0+\kappa)\boldsymbol{H}=\mu\boldsymbol{H} \tag{1-2.26}$$

或 $$\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H}=\mu_r\mu_0\boldsymbol{H} \tag{1-2.27}$$

式中 μ 称为媒质的磁导率，μ_r 为相对磁导率。由式(1-2.26)可得

$$\mu_r=1+\frac{\kappa}{\mu_0} \tag{1-2.28}$$

4) 在没有自由电流分布的区域，由于 $\nabla\times\boldsymbol{H}=0$，再考虑式

---

* 在我国国家标准 GB 3102.5-82《电学和磁学的量和单位》中，只规定了磁化率 κ $(\chi_m,\chi)=\mu_r-1$，是无量纲的。这是根据 $\kappa=\boldsymbol{M}/\boldsymbol{H}$ 定义的，而且 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{B}/\mu_0-\boldsymbol{H}$。

在有关磁学的文献和著作中，往往定义 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{B}-\mu_0\boldsymbol{H}$，由此而得的 $\kappa=\boldsymbol{M}/\boldsymbol{H}$ 显然是有量纲的。此外，这些著作中还把磁化率分成体积磁化率 $\kappa(=\boldsymbol{M}/\boldsymbol{H})$ 和质量磁化率 $\chi_m\left(=\frac{\sigma}{M}=\kappa/\rho\right.$，这里 σ 是比磁化强度，ρ 是材料的密度$\left.\right)$。编者认为这样加以区别存在一定优点，故在本书中也照这样处理，特此说明。

(1-2.12)和(1-2.27)，不难推得

$$\boldsymbol{H}=-\nabla\varphi_{m} \tag{1-2.29}$$

根据 $\nabla\cdot\boldsymbol{B}=\nabla\cdot(\mu_0\boldsymbol{H}+\boldsymbol{M})=\mu_0\nabla\cdot\left(\boldsymbol{H}+\frac{\boldsymbol{M}}{\mu_0}\right)=0$，即

$$\nabla\cdot\boldsymbol{H}=-\nabla\cdot\boldsymbol{M}/\mu_0 \tag{1-2.30}$$

把式(1-2.29)代入上式，有

$$\nabla\cdot(-\nabla\varphi_{m})=-\nabla^2\varphi_{m}=-\nabla\cdot\boldsymbol{M}/\mu_0 \tag{1-2.31}$$

或

$$\nabla^2\varphi_{m}=\frac{1}{\mu_0}\nabla\cdot\boldsymbol{M} \tag{1-2.32}$$

如果引入假想磁极 p_{m}，并设其体密度为 $\rho_{m}=-\nabla\cdot\boldsymbol{M}/\mu_0$ 和面密度为 $\sigma_{M}=\frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{n}^{\circ}$（与极化电荷密度和极化强度之间的关系完全相仿），则可得由假想磁极引起的标量磁位表达式

$$\varphi_{m}(\boldsymbol{r})=\frac{1}{4\pi}\int_{V'}\frac{\rho_{m}(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}V'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}+\frac{1}{4\pi}\int_{S}\frac{\sigma_{m}(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}S'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} \tag{1-2.33}$$

不但如此，还可以比照静电场得到一系列与磁极有关的计算式：

磁极之间的库仑定律 $$F=\frac{p_{m1}p_{m2}}{4\pi\mu_0r^2} \tag{1-2.34}$$

磁极所受之力 $$\boldsymbol{F}=p_{m}\boldsymbol{H} \tag{1-2.35}$$

磁极产生的磁场 $$H=\frac{p_{m}}{4\pi\mu_0r^2} \tag{1-2.36}$$

由相隔距离为 d 的正负磁极 $\pm p$ 引成的磁偶极矩

$$\boldsymbol{m}=p_{m}\boldsymbol{d} \tag{1-2.37}$$

磁矩为 $\boldsymbol{m}$ 的磁偶极子的位能

$$W_{p}=-mH\cos\theta \tag{1-2.38}$$

磁化强度 $$\boldsymbol{M}=\frac{\sum\boldsymbol{m}}{V}=\frac{p_{m}}{S} \tag{1-2.39}$$

5）一物体置于外磁场中，则物体中的磁场并不等于外磁场，这是由于在物体的两端要感应自由磁极如图 1-2.1 所示，这些自由磁极在物体内所产生的磁场与外施场方向相反，因而减弱了物

体内部的合成磁场，相应地也减弱了物体内的磁化强度。这部分附加磁场我们称为退磁化场。对于形状规则的物体，退磁化场强为

$$H_d = N\frac{M}{\mu_0} \tag{1-2.40}$$

式中N为退磁化系数，与物体形状有关，也与磁化方向有关。

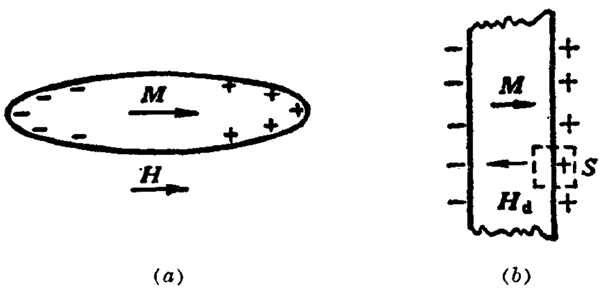

图 1-2.1

表 1-2.1

物　理　量	定　　义	编　号	单　位
磁感应强度	$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{M}+\mu_0\boldsymbol{H}$ $\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H}=\mu_r\mu_0\boldsymbol{H}$	(1) (2)	T(=Wb/m²)
磁化强度	$\boldsymbol{M}=\kappa\boldsymbol{H}=\kappa_r\mu_0\boldsymbol{H}$	(3)	T
(体积)磁化率	$\kappa=M/H$	(4)	H/m
(质量)磁化率	$\chi_m=\frac{K}{\rho}$(ρ为密度)	(5)	H·m²/kg
磁导率	$\mu=B/H=\mu_r\mu_0$ $\mu=\mu_0+\kappa$	(6)	H/m
退磁化场强	$H_d=\frac{1}{\mu_0}NM$	(7)	A/m
磁场强度	$H=B/\mu$	(8)	A/m
磁能密度	$w_m=\frac{1}{2}\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{H}$	(9)	J/m³

对于球形物体，$N=\frac{1}{3}$，对于图 1-2.1(b)的铁片，$N=1$。

6) 为了便于参考，把与磁化有关的一些恒定磁场基本关系式列于表 1-2.1 中。

7) 研究物质的磁性，常用到磁化曲线（$M\sim H$ 或 $B\sim H$ 曲线），这里作一简单的介绍。

图 1-2.2 示典型的$M\sim H$曲线，曲线(a)是抗磁质的，曲线(b)

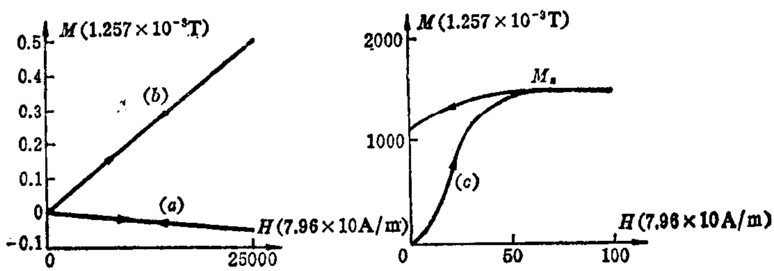

图 1-2.2

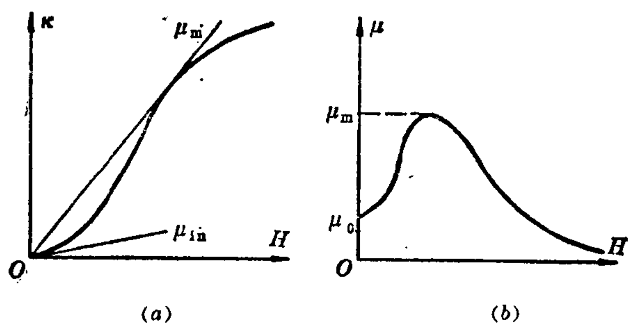

图 1-2.3

是顺磁质和反铁磁质的。这些物质的磁化曲线在正常状态下是线性的，而在外施场撤除后，不保留磁性。曲线(c)是典型的铁磁质和铁氧体磁性物质的 $M\sim H$ 曲线，它们的性质就十分不同。磁化曲线是非线性的，磁化率κ随H而变，见图 1-2.3(a)；并在某一H值时，κ为极大。还出现两个其它现象：一是饱和，在H足够大时，磁