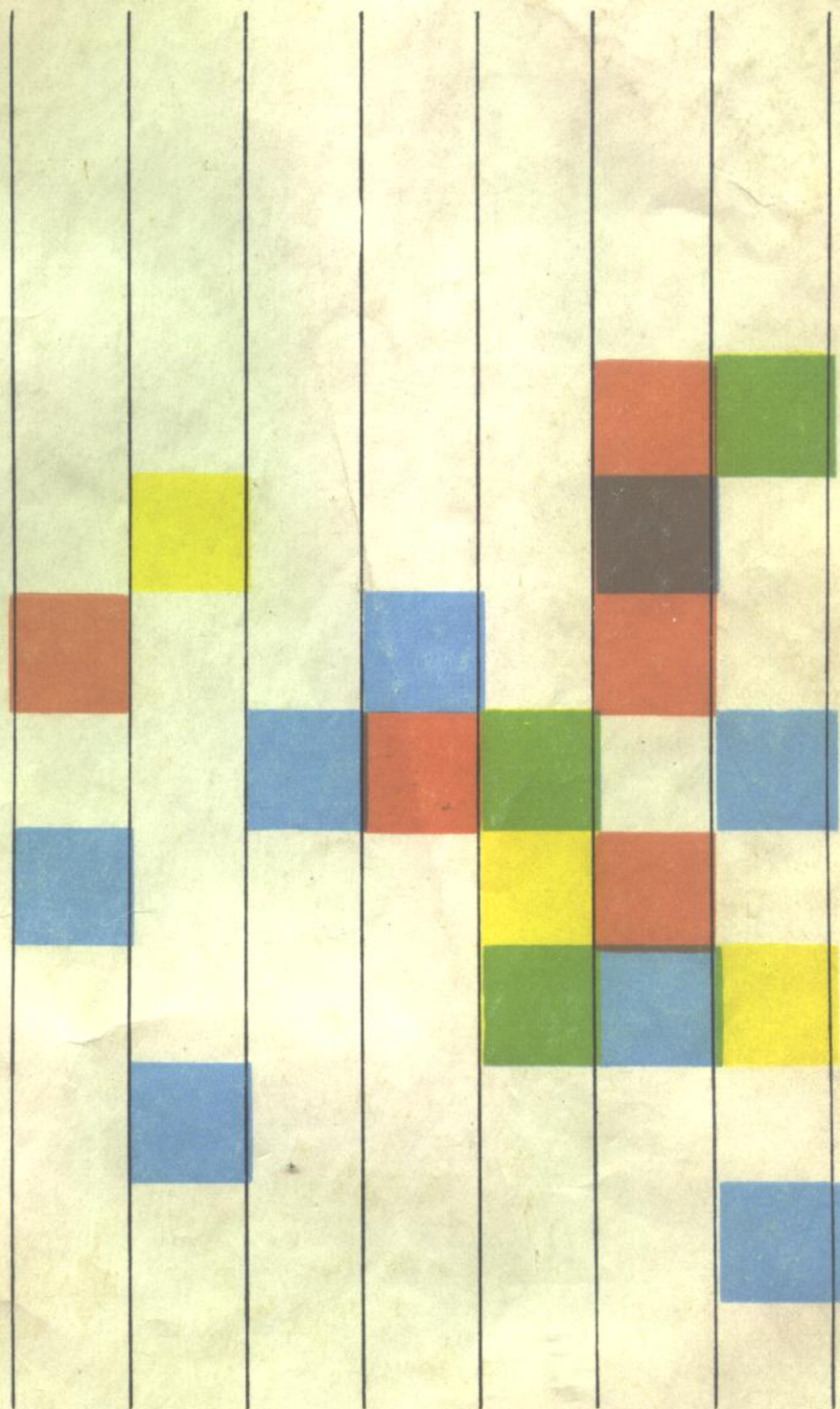


系统辨识基础

史维祥 尤昌德 编著



上海科学技术出版社

系统辨识基础

史维祥 尤昌德 编著

上

51.93
5
07253

出版社

FUNDAMENTALS OF SYSTEM IDENTIFICATION

系统辨识基础

史维祥 尤昌德 编著

上海科学技术出版社

内 容 简 介

本书比较系统地介绍了系统辨识理论及其在一些学科领域中的应用。既介绍了基本理论,又介绍了使用方法。主要内容有相关辨识法,离散模型的辨识方法,传递函数辨识方法,时间序列等,最后还介绍了现代谱分析技术。本书力求深入浅出,注重实用,尽量避免涉及过深的理论。书中举的很多实例侧重于机、电方面。

本书可供具有初步控制理论知识的工程技术人员和非自动控制类(如机电类等)工程技术人员阅读;也可作为有关专业的大学生、研究生的教学参考书。

系 统 辨 识 基 础

史维祥 尤昌德 编著

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

本书在上海发行所发行 商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 16.125 字数 385,000

1986年1月第1版 1988年1月第1次印刷

印数: 1—3,100

ISBN 7-5323-0619-4/TP·9

统一书号: 15119·2548 定价: 3.75 元

前 言

在控制工程中不论是设计还是分析一个系统,首先都要有一个描述被控过程动态特性的数学模型。随着科学技术的发展,对于诸如生物学、生态学、环境科学、乃至社会科学中的经济学、人口学等各个学科领域也都需要建立起描述系统中各个变量之间关系的数学模型。建立数学模型通常有两条途径——分析法和实验法。前者通过对过程本身的机理(物理的或化学的规律)分析来确定模型的结构和参数,后者是通过对实验过程的实测数据分析来确定。分析法只能用于建立象电路、力学系统等比较简单的模型,对于比较复杂的系统如果采用分析法来建立数学模型,或者是过于复杂或者是不够准确,有时甚至是不可能的。由于上述原因,采用实验法来建立数学模型的方法是十分普遍的。实验法建模的方法就是系统辨识。

所谓系统辨识就是对某一系统在已知输入、输出的基础上,从一类系统中确定一个与所测系统等价的系统。其实在工程上所采用的经验公式或半经验公式就是一种对系统静态模型的辨识。

近十年来系统辨识得到了很大的发展,并已逐渐形成一门独立学科,研究工作亦非常活跃。从1967年起国际控制联合会(IFAC)每三年召开一次国际性的辨识与参数讨论会。近年来我国在这方面的研究工作也取得了一些可喜的成果,并开始在许多部门应用。可以预料随着科学技术的发展和计算机的普遍应用,系统的建模问题将愈来愈突出。本书就是为了适应这个形势,为有助于这门学科的发展而编写的。

鉴于系统辨识的领域是相当复杂的,这个复杂性是由于应用、目的、条件等多样性所带来的。本着加强基础、突出重点、注意应用的原则,本书以单输入-单输出线性系统为主要对象,以相关分析法、最小二乘法、Levy法、时间序列分析和现代谱分析法等为主要内容。另外,为了便于初学者特别是非自动控制类的工程技术人员使用,本书尽量避免冗长的数学推导,而是介绍最基本的辨识理论;同时注意理论联系实际,在有关章节附有实例,以帮助读者理解和应用有关知识。

本书一、二、六、七、八章由史维祥执笔,三、四、五章由尤昌德执笔。在编写过程中得到西安交通大学汪荣鑫副教授的很多帮助,某些章节参考了他的《自动控制系统的辨识方法》与《时间序列分析与预报》等讲义。此外亦得到曹秉刚同志不少帮助。本书承顾瑞龙同志审阅,在此谨致谢意。

由于作者水平有限,书中缺点和错误在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

1986年10月

目 录

前 言

第一章 动态系统的研究方法	1
§ 1.1 模型、建模与系统辨识	1
§ 1.2 频域法	5
§ 1.3 时域法	13
§ 1.4 脉冲响应函数及辨识	18
第二章 相关辨识法	27
§ 2.1 有关随机过程的基础知识	27
§ 2.2 用互相关函数及白噪声对系统的辨识	38
§ 2.3 二位式伪随机序列的产生方法及其特性	40
§ 2.4 用伪随机二位式序列辨识线性系统	47
*§ 2.5 多输入-多输出系统的辨识	58
第三章 离散模型的辨识方法(一)	72
§ 3.1 采样与采样定理	72
§ 3.2 z 变换	75
§ 3.3 差分及差分方程	80
§ 3.4 根据系统的输入-输出的精确数据确定差分方程的系数	85
§ 3.5 最小二乘法估计差分方程的系数	87
§ 3.6 最小二乘法估计的性质	92
§ 3.7 最小二乘法的递推算法	94
§ 3.8 递推算法的适时估计	99
§ 3.9 相关分析-最小二乘两步法	103
第四章 离散模型的辨识方法(二)	107
§ 4.1 基本最小二乘估计的缺陷	107
§ 4.2 广义最小二乘法	109
§ 4.3 辅助变量法	115
§ 4.4 极大似然法	123
§ 4.5 几种参数估计方法的比较	130
§ 4.6 线性模型结构的辨识	131
§ 4.7 工业对象辨识实例	134
第五章 传递函数的辨识方法	137
§ 5.1 系统频率特性的测试方法	137
§ 5.2 由频率特性确定传递函数的图解法	142

§ 5.3 由实验频率特性求传递函数的解析法	147
§ 5.4 由线性离散模型求线性连续模型	159
§ 5.5 快速傅氏变换	168
第六章 时间序列	176
§ 6.1 平稳时间序列及其线性模型	176
§ 6.2 模型的参数估计	180
§ 6.3 模型的辨识与考核	187
§ 6.4 非平稳时间序列	194
§ 6.5 时间序列的预报	199
第七章 现代谱分析技术	207
§ 7.1 时窗函数及平滑技术	207
§ 7.2 谱密度的基本理论	214
§ 7.3 时间序列的谱密度估计	219
§ 7.4 普隆奈能谱密度估计	227
第八章 系统辨识中的一些实际问题	235
§ 8.1 辨识前的预备知识	235
§ 8.2 输入测试信号的选择	236
§ 8.3 数据滤波	242
§ 8.4 采样周期及试验数据长度的选择	242
§ 8.5 系统辨识误差	244
§ 8.6 模型的检验	249
参考文献	252

第一章 动态系统的研究方法

§1.1 模型、建模与系统辨识

一、模型

在客观世界中, 为了对某一事物或过程(如某一工程系统, 某一医疗过程等)进行定量研究, 常常需要建立表征该事物或过程本质的模型。所谓一个过程的模型就是对该过程本质方面的一种表述, 它能以某种形式提供关于该实际过程更全面、更深刻的知识。

因为建模的目的是为了以它为基础, 进一步作出各种决策, 所以, 模型应采用便于应用的形式。一般来说, 一个过程的模型总应把现实的过程简化, 从这一点来说, 模型是适当地降低了现实过程(或事物)复杂程度的本质性代表。

建立模型的主要目的有以下三个方面:

1. 研究

在科学研究中, 为了掌握事物发展与变化的规律, 以便更全面地更深刻地了解它, 研究它, 需要把一些属于感性的、表象的认识与素材抽象和提高成理性的东西。被抽象出来的、代表事物本质的模型, 就是体现该事物理性的一种形式, 而且抽象、概括成模型的过程本身常常也是科学研究的一部分。在工程实际中, 一旦建立了系统模型, 就可以对该系统的动态特性有更深入全面的了解; 有助于理解过程中所获得的数据, 提供探索和分析不同工作条件及各种参数对该系统工作的影响, 以便进一步改进系统及创造新的系统。

2. 设计与计算

在设计工作中, 对被设计的系统, 特别是比较复杂的系统, 常需要进行模拟、仿真等研究, 以便比较各种设计方案及选择合理的参数, 使所设计的系统达到设计要求(如稳定性、安全性、精度、产量等)。模型的建立就为以上工作提供了基础。通过模型化, 使系统能进行数学处理。例如, 只有确定了控制系统的模型的前提下, 才有可能采用各种最优化的方法, 对系统进行最优化分析和计算, 才有可能综合最优控制的算法。

3. 调查与预测

在工程实际中, 最常见的应用系统模型的场合之一是调查与预测工程实际系统工作的状况与性能。一个工程系统的控制和运行水平, 在很大程度上取决于人们对于该系统特性的掌握和认识程度。建立正确的系统模型可显著提高系统的控制和运行水平。在建立模型的基础上, 对各种控制和运行方式进行系统的模拟研究, 这是利用模型进行调查和预测的主要方法。

在实际工程系统中, 模型可分为物理模型和数学模型两类。

物理模型 通俗地说, 物理模型是原系统根据一些简化规则简化或缩小了的复制品, 亦可以是原系统的类比模拟。物理模型不同于数学模型(指数学方程式等), 它是一个具体对象, 也可以说它是在性能上较精确地等同于原系统, 或至少在本质上和原系统比较相近的某

种实物。例如一个由电阻、电容组成的电路,其输入与输出为电压,若选择适当的参数,在动态响应方面,可以与一个由节流器和流体容器所组成的流体传动系统相比拟,这样前者就可以作为该流体系统的物理模型。又如一个大型电液伺服系统控制的振动台,可以按一定规则用一个大大缩小了的小型振动台去模拟,这时后者亦是前者的物理模型。在工程上,物理模型通常可以用一些类比图形来表示。

数学模型 数学模型就是反映被建模型系统各物理量之间的数量关系的一种数学结构式,如代数方程、微分方程、传递函数等。在工程上,数学模型总是以数学式子来表示的。有些学者把系统的动态响应曲线表示的模型亦称数学模型。

例如在液压传动系统中,一个推动负载质量为 m 的油缸(作动筒)活塞副,当将进回油路都封死时,可以用一个弹簧质量系统来近似地模拟。弹簧刚性系数 K 对应于封闭油腔油柱的弹性系数(刚性系数)。当两者的运动质量及只与运动速度成正比的粘性摩擦系数 B 亦相同时,则这个弹簧质量系统就可看成活塞油缸及其运动质量系统的物理模型,而它们的数学模型(描述动态特性)则为

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + Ky = F$$

式中 y 为质量 m 的运动坐标, F 为加在其上的力。

在系统辨识中,还会遇到所谓随机性模型与确定性模型(以后将说明),参数模型与非参数模型等。用数学形式表达的模型是参数模型,对一个系统进行试验所得出的如阶跃响应曲线,频率特性曲线等则为非参数模型。

二、数学模型的建立

总的来说建立数学模型有两种途径,一种是分析法,即根据所研究系统的物理机理,利用有关定律(如牛顿定律、基尔霍夫定律、热力学定律等)及物理量之间的关系等,用数学方法推导出数学模型,这就是理论建模。另一种是试验法,即对一个已经存在的系统,根据观察、测量并记录得到的输入、输出实验数据,经过一些加工处理,求出非参数模型(如频率特性曲线、脉冲响应曲线)或参数模型(如传递函数、微分方程或差分方程)。这就是系统辨识。在实践中,上述两种方法常常是结合进行的。

理论建模没有固定的方法,但在建模过程中常常会遇到下面一些问题需要我们正确处理。

1. 确定模型的类型

建模前首先须确定所建模型是属于哪种类型,如所分析的系统是动态还是静态;是线性还是非线性;是确定性的还是随机性的;是连续系统还是离散系统;系统的参数是定常的还是时变的;是集中参数还是分布参数;在时域中研究还是在频域中研究等。这些都是首先要确定的问题,模型类型若判断错了,则理论分析就会与实际差得很远。

在时域中,线性系统的动态特性可以用线性微分方程来描述,非线性系统应由非线性方程来描述。在参数变化范围不大,而非线性又不严重(属连续曲线)时,非线性系统可进行线性化处理。

确定性过程的变化规律是确定的,有明显的规律,且事先可预测的,如电流流过电阻的压降,在已知所有作用力后某一特定质量的运动规律等。确定性过程的特性可用一般的代数方程或微分方程来描述。随机性过程是随机变化的,多变的,事先不能肯定的。如电子仪

器中的某些噪声信号。随机过程的特性只能用概率论及数理统计理论来研究。

在实际工程中,存在着集中参数型与分布参数型两类系统。集中参数型系统的动态特性可以用常微分方程来描述。典型的如一个集中质量 m 挂在一根质量可忽略的弹簧上的系统;在低频下工作由导线连成的电阻、电容、电感电路等。分布参数系统则要用偏微分方程来描述。要作为分布参数系统来处理的如在流体力学中的不等熵流的管路。在一个管路中流动的流体,若在管路中流体的各点速度与加速度、密度、温度及压力等均是相同的,一致的,或近于一致的,则这时流体的运动规律可作为或近似地作为集中参数来考虑,若不相同,不一致,则就应作为分布参数来研究。如果为了某些原因要将分布参数系统作为集中参数型来处理时,则只能将系统分割成很多小块,即所谓离散化,在每一块内可以集中参数系统来处理。当然在某些条件下,整个分布参数系统可近似地看作是集中型的,这时要慎重判断,以免产生不可允许的错误。在推导偏微分方程时,要仔细分析边界条件,边界条件确定得不正确,计算结果就会发生错误。在处理集中参数模型时,也可以在时域中离散化,对离散时间模型要用差分方程来描述,这将在第三章中详细讨论。

所谓单输入单输出系统,就是系统只有一个输入和一个输出变量。多输入多输出系统相应的变量就有多个。单输入单输出系统可以用通常的(所谓古典的)微分方程及传递函数来描述,而多变量系统要用状态方程、传递函数、矩阵等来描述,亦即用现代控制理论来研究它。

数学模型的其他结构形式就不在这里一一叙述了。

2. 详细分析及了解所建模型的物理本质

详细分析及了解所建模型的物理本质和各物理量之间的关系是建立数学模型的基础。在这基础上作必要的假设,就可根据本学科范围内的各种定理、公式等建立数学方程式。一般所引出的变量数必须与方程式数相对应。建立数学模型必须熟悉专业知识,对所作的各项假设必须有足够的根据,应作定性定量分析,否则往往就成为产生错误或误差的根源。方程式中某些系数如可能最好直接从实验中求出来。

3. 简化方程式

用上面的方法建立的方程式(数学模型)有时会显得很复杂而不实用,因此需要作必要的简化,如略去次要项、线性化等,使最后得到的数学模型既准确又实用。所以在作以上假设或进行简化时,实际上是在模型的精度与复杂程度之间权衡其利弊。

4. 对模型作检验

所得数学模型还需用实验或生产实践对其检验,看是否有足够的精度与准确度,必要时修改模型。在检验模型时必须在不同条件下和在所需要的各种参数范围内进行全面的检验,防止得出片面的结论。

在工程上,分析或设计一个系统(如控制系统)时,我们需要有一个对各种系统性能进行比较的基础,这种基础可以通过下述方法来实现,就是预先规定一些特殊的输入信号,然后比较各种系统对这些输入信号的响应。这些特殊的、专门的输入信号要求简单方便,便于理论分析,同时又与系统在实际工作中碰到的信号相类似,或存在着一定的关系。在实际中通常使用的信号有周期的与非周期的两种。周期信号最常用的是正弦信号。通过对系统在不同频率正弦输入信号下的稳态响应来研究系统的动态性能,称频率响应法,简称频域法。非周期信号通常使用的有脉冲、阶跃、斜坡等。在这些非周期信号输入下研究系统的暂态响应特性的方法称时域法。由于采用了统一的标准输入信号,我们就有可能确定系统在这

些标准信号输入下的性能的指标。事实上,这些标准信号通常也用作辨识系统的输入信号。§ 1.2 和 § 1.3 两节将简要说明上述的频域法及时域法的基本理论以及对系统进行辨识的方法。

三、系统辨识与参数估计

1. 定义

关于系统辨识,早在 1962 年扎德(Zadeh)就作了如下的定义:“根据对已知输入量的输出响应的观测,在指定一类系统的范围内确定一个与被辨识系统等价的系统。”根据这个定义,在系统辨识过程中,我们必须确定三方面的问题。第一、必须指定某类系统,这就是说,

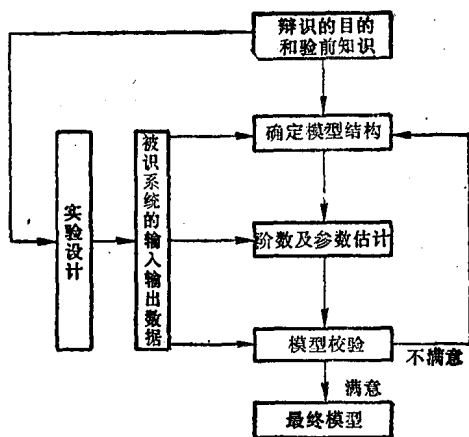


图 1.1-1

根据我们事先掌握的关于所要辨识的系统的知识,必须先确定所辨识系统属于那一种系统,即什么样的类型。是静态的还是动态的,线性的还是非线性的,参数是定常的还是时变的,是确定性的还是随机性的,是连续系统还是离散的系统等。显然这是系统辨识关键性的问题,若确定错了,往往会使系统辨识不能成功。第二、必须规定一类输入信号,辨识是在某一特定输入信号下进行的。通常的输入信号有正弦、阶跃、脉冲、白色噪声、伪随机信号等。第三、必须规定等价的含义。对于两个系统,仅仅当对于所有可能的输入值,它们的输入-输出关系完全相同时,这两个系统才是等价的。用系统辨识来建立的模型必须与原系统等价。

2. 建模步骤

用系统辨识的方法来建模的步骤可由图 1.1-1 来表示。建模大致可分为下述几个步骤:

(1) 明确辨识的目的和验前知识

在不同的场合下,系统辨识的目的是不同的。例如辨识所得的模型可以应用于研究分析系统的性质;对系统运行状况的调查和预测;为了设计出控制的策略以实施最优控制或自适应控制等。由于目的不同,辨识精度要求以及模型型式等亦就不同。

事先对被辨系统的了解程度,对该系统的辨识有很大影响。当对被辨对象一无所知时,则此对象称为“黑箱”。在有些场合为了获得足够的验前或“先验”知识,要进行一些预备性试验,通过这些试验能够提供:如系统中主要的时间常数;允许输入幅度;是否存在非线性;参数是否随时间变化;系统中的噪声水平;以及是否有延迟现象等。

(2) 实验设计

在这里上述第一点对辨识实验设计起着重大作用。设计包括:变量的选择;采用何种输入信号(包括信号大小等);采用正常运行信号还是附加试验信号;采样速率(时间间隔大小);辨识允许时间及确定测量仪器装置等。

(3) 模型结构的确定

(4) 参数估计

参数估计或参数辨识乃是在所研究对象的模型结构已知情况下,用实验方法来确定对

动态特性有影响的各个参数数值。参数估计是系统辨识中最主要的部分。“参数”与“信号”不同,参数是与自变量(如输入信号)无依赖关系的,用以表达出信号之间的关系的物理量。在机械系统中常须估计的参数如微分方程的系数,系统的自然频率 ω_n ,相对阻尼系数 ζ ,频带宽度等。

(5) 模型校验

模型求出后当然要进行校验。任何数学模型的有效性、正确性只能通过实验来回答。应该将求得的模型所代表的系统性能与真实系统实验结果进行比较,如果相差过大必须修正模型。

3. 分类

系统辨识方法可按下列不同原则进行分类:

- 1) 被辨识对象的数学模型采用怎样的类型:集中参数及分布参数,连续时间与离散时间,确定性与随机性;线性与非线性,参数与非参数模型等。
- 2) 采用什么类别和型式的输入信号:如正弦、阶跃、脉冲、白噪声、伪随机等信号。
- 3) 采用什么样的参数估计方法,如相关法、极大似然法、广义最小二乘法、利维(Lévy)法等。

§1.2 频 域 法

一、传递函数和频率响应的基本理论

1. 传递函数

设描述线性系统运动规律的常系数微分方程为:

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u \quad (1.2-1)$$

式中 x 为系统运动的坐标, u 为输入量。

若初始条件为零,对上式两边进行拉氏变换就可得

$$G(s) = \frac{x(s)}{u(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (1.2-2)$$

上式即为描述该线性系统动特性的传递函数。所以传递函数乃是初始条件为零时,线性定常系统的输出的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。拉氏变换及传递函数是一种运算工具,它把微分方程的运算转换成代数运算。传递函数可分解如下:

$$G(s) = K \frac{(s-z_1)(s-z_2)(s-z_3)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)\cdots(s-p_n)} = \frac{O(s)}{R(s)} \quad (1.2-3)$$

式中 $p_1, p_2, p_3, \cdots, p_n$ 为 $G(s)$ 的极点。 $G(s)$ 的分子部分 $O(s)$ 的根 $z_1, z_2, z_3, \cdots, z_m$ 称为零点。这些极点与零点的形式(如是虚数还是实数)及数值就决定了系统的动态特性。分母 $R(s)$ 若能析出 s^n ,则 $n=0, 1, 2$ 分别称为零型、I型、II型系统。

若一系统由多个环节组成,各个环节呈串联联接如图1.2-1(a),则总的传递函数等于各个环节传递函数的乘积,即

$$G(s) = \frac{O(s)}{R(s)} = G_1(s) G_2(s) G_3(s) G_4(s) \quad (1.2-4)$$

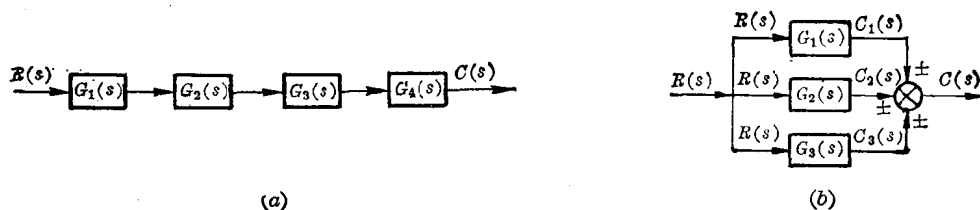


图 1.2-1

若各个环节呈并联联接如图 1.2-1(b), 则输入信号相同, 总的输出信号为各个环节输出信号之代数和。总的传递函数等于各个环节传递函数之代数和, 即

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \pm G_1(s) \pm G_2(s) \pm G_3(s) \quad (1.2-5)$$

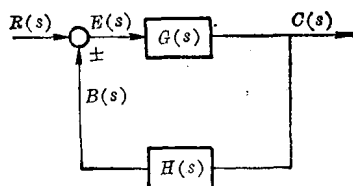


图 1.2-2

闭环联接如图 1.2-2 所示, 这时输出量 $C(s)$ 反馈到前面的相加点, 并且在相加时与参考输入量 $R(s)$ 进行比较。反馈信号 $B(s)$ 与误差信号 $E(s)$ 之比, 称作开环传递函数

$$\frac{B(s)}{E(s)} = G(s)H(s) \quad (1.2-6)$$

输出量 $C(s)$ 与误差信号 $E(s)$ 之比称为前向传递函数

$$\frac{C(s)}{E(s)} = G(s) \quad (1.2-7)$$

反馈信号 $B(s)$ 与输出信号 $C(s)$ 之比, 称作反馈回路传递函数

$$\frac{B(s)}{C(s)} = H(s) \quad (1.2-8)$$

闭环系统的输出信号 $C(s)$ 与输入信号 $R(s)$ 之比, 称作闭环传递函数

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 \pm G(s)H(s)} \quad (1.2-9)$$

2. 频率特性

在线性元件或系统输入端加正弦信号, 它的稳态输出具有与输入同一频率的正弦信号, 但是输出的振幅, 相角与输入不一定相同, 而与元件或系统参数及输入信号的频率有关。当输入、输出均为正弦信号时, 可以把传递函数 $G(s)$ 中的 s 代之以 $j\omega$, 传递函数就转化成了频率特性 $G(j\omega)$ 。频率特性是一个与元件或系统参数及输入信号频率有关的复变函数, 其数学表达式为

$$G(j\omega) = M(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = U(\omega) + jV(\omega) \quad (1.2-10)$$

式中 $G(j\omega)$ ——幅相频率特性;

$M(\omega)$ ——幅频特性;

$\varphi(\omega)$ ——相频特性;

$U(\omega)$ ——实频特性;

$V(\omega)$ ——虚频特性。

$$M(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}, \quad \varphi(\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)} \quad (1.2-11)$$

$M(\omega)$ 和 $\Phi(\omega)$ 可采用极坐标或对数坐标图等来表示。

极坐标图或称奈奎斯特图是当 ω 由零变化到无穷大时矢量 $|G(j\omega)|/G(j\omega)$ 的轨迹。例如 $G(j\omega) = \frac{K}{j\omega(T_1j\omega+1)(T_2j\omega+1)}$ 的极坐标图见图 1.2-3。

对数坐标图亦称波德图(见图 1.2-4), 它是由两张图组成, 其中一张称为幅频特性图。另一张称为相频特性图。大多数传递函数都是由一些基本因子相乘而得的, 它的幅值等于每一基本因子的幅值的乘积, 相角为每一基本因子相角的代数和, 即

$$\begin{aligned} |G(j\omega)| &= |G_1(j\omega)| |G_2(j\omega)| |G_3(j\omega)| \cdots |G_i(j\omega)| \\ \varphi(\omega) &= \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \cdots + \varphi_i(\omega) \quad (1.2-12) \end{aligned}$$

最常见的基本因子有: 增益放大系数 K ; 积分

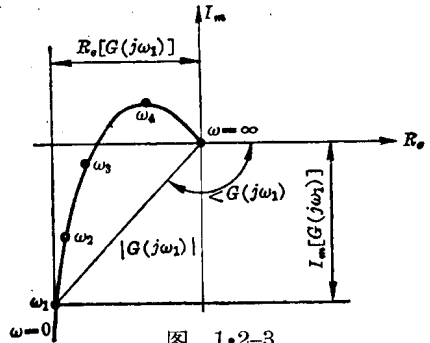


图 1.2-3

和微分因子 $(j\omega)^{-1}$; 一阶因子 $(1+j\omega T)^{-1}$; 二阶因子 $\left[1+2\zeta\left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)+\left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^{-1}$ 。若对(1.2-12)第一式两边取对数, 并乘以 20 则得:

$$20 \log |G(j\omega)| = 20 \log |G_1(j\omega)| + 20 \log |G_2(j\omega)| + \cdots + 20 \log |G_i(j\omega)|$$

于是乘法就变成了加法, 将各个因子的幅值对数相加就得到总的对数幅频特性, 这样可使绘图大为简化。

在绘制波德图的 $L(\omega)$ 部分时, 常用所谓 10 倍频程(dec)或倍频程的分贝值升降多少来表示曲线的斜率, 例如一阶因子 $(1+j\omega T)^{-1}$, 它的对数幅频特性曲线是由两条直线段组成, 低频段 $\omega \ll \frac{1}{T}$ 时是一条零分贝的水平线。高频段, 即 $\omega \gg \frac{1}{T}$ 时是一条经过 $\omega = \frac{1}{T}$ 时幅值为零分贝, 斜率为 -20 dB/dec 的斜线(见表 1-1 第二项), 这就是说在两个频率 ω_1 及 ω_2 之间, $\omega_2/\omega_1=10$, $\log \omega_2/\omega_1=1$, 在这频率范围上, 直线下降为 -20 dB 。

各种基本因子的波德图见表 1-1。当一个系统由多个基本因子组成时, 只要把各个因子的波德图在交接频率处连接起来就成为整个系统的幅频特性曲线, 整个相频曲线由每个因子的相角相加而成。

二、频率响应性能指标

在频域内, 通过频率特性分析, 可就下列一些指标对控制系统各方面的性能进行衡量。

1. 稳态精确度

控制系统的稳态精确度可以通过开环对数频率特性的低频区来评判。首先根据低频区线段的斜率可决定系统是属于那一类型的。若为水平的则属于 0 型系统; -20 dB/dec 为 I 型系统; -40 dB/dec 为 II 型系统。一旦系统属于哪一类型确定后, 稳态误差亦就定了。其次, 低频区确定了系统增益, 因幅频特性曲线延长在 $\omega=1$ 处的纵坐标为 $20 \log K$, 因此就表征了开环增益。各类型系统的静态精确度主要决定于增益 K 。

2. 幅值或相位稳定裕量

稳定裕量是系统稳定性的数量标志。系统的稳定性可以通过频率特性曲线来判断。稳定裕量表示系统的参数与系统在稳定边界时的参数之差。在对数频率特性曲线上, 幅值或相位裕量从图 1.2-4 即可清楚看到。在对数频率曲线上中频区(幅频特性曲线与横坐标相

表 1-1

名 称	频 率 特 性	幅相频率特性	对数频率特性
放 大 环 节 (比例环节)	K		
惯 性 环 节 (非周期环节)	$\frac{1}{Tj\omega+1}$		
振 荡 环 节	$\frac{1}{T^2(j\omega)^2+2\zeta Tj\omega+1}$		
积 分 环 节	$\frac{1}{j\omega}$		
微 分 环 节	$j\omega$		
一 阶 微 分 环 节 比 例 环 节	$Tj\omega+1$		
二 阶 微 分 环 节 比 例 环 节	$T^2(j\omega)^2+2\zeta Tj\omega+1$		

交处的穿越频率 ω_c 附近)就可确定各个裕量。为了得到满意的性能, 相位裕量一般在 30° 和 60° 之间, 而增益裕量一般大于 6dB 。

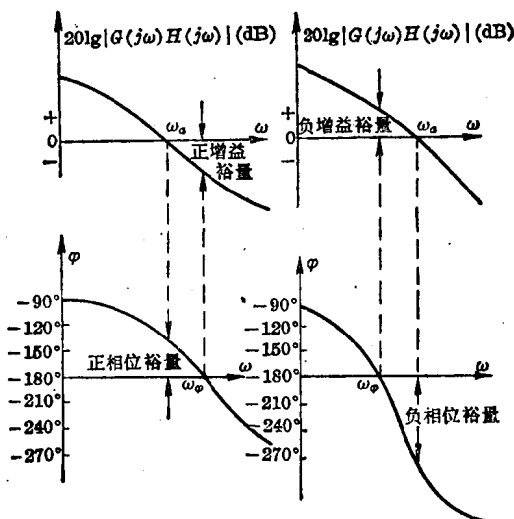


图 1.2-4

3. 谐振幅值、谐振频率

闭环幅频特性达到最大值的分贝数称谐振幅值 M_r , 达到谐振幅值时的频率 ω_r 称做谐振频率(见图 1.2-5)。

4. 带宽、截止频率

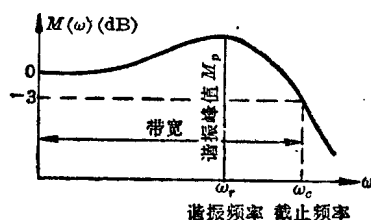


图 1.2-5

当闭环幅频特性下降到零频率幅值的 -3dB 时, 对应的频率 ω_c (图 1.2-5) 称为截止频率。闭环系统的幅值不低于 -3dB 时, 对应的频率范围 $0 \leq \omega \leq \omega_c$ 称为系统的频带宽度。它表明了控制系统的响应速度, 频带越宽系统的反应速度越快, 但太宽对高频噪声的过滤就越差。

5. 剪切率

剪切率是对数幅频曲线在截止频率附近的斜率, 斜线愈陡, 系统从噪声中辨别信号的能力愈强。

阶跃响应与频率响应的指标相互间存在一定的关系。对二阶系统来说, 对某一些指标可找出相互的定量关系。对于高阶线性定常系统, 若具有一对共轭复数闭环主导极点时, 阶跃与频率响应之间, 通常存在着下列关系:

(1) M_r 值表征了相对稳定性, 一般来说, M_r 的值越大, 相应的瞬态响应的过调量越大, M_r 的值大于 1.5dB 时, 阶跃响应将出现几次过调, 因此 $1.0 < M_r < 1.4$ 能得到满意的瞬态响应。

(2) 谐振频率 ω_r 的大小表征了瞬态响应的速度。 ω_r 的值越大, 时间响应便越快, 亦即上升时间随 ω_r 成反比变化。

(3) 在开环频率响应中, 瞬态响应的阻尼自然频率 ω_d 位于增益变量频率(穿越频率 ω_c)与相位交界频率之间。对于弱阻尼系统, ω_r 与 ω_d 是很接近的。

三、频率响应的辨识

若系统辨识的目的是求出传递函数及频率响应时, 用不同频率的正弦波作为辨识的输入信号是最直接, 最可靠的。用其他输入信号(如脉冲信号)来辨识系统时虽然亦可求出传递函数, 但要经过一些数学运算及离散化等近似计算, 所以一般地说, 直接用正弦波输入来求频率响应曲线精度亦是最高的。此外, 用频率响应法进行辨识可直观地看到系统各部分的频率特性(同时测出各部分输出), 便于调整一些参数或部件来改善系统的动态性能。所

以这种方法虽比较古老,但还是普遍使用的。

对系统频率响应的辨识首先要进行频率响应试验。

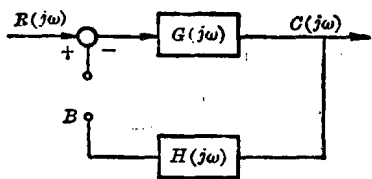


图 1.2-6

在进行频率响应试验时,首先要解决的一个问题是系统在开环还是闭环下进行试验。前面已说明过,系统开环下的波德图能对系统的稳定性、频带宽、稳态(静态)精度等作直接的评判。此外在开环测量时能容易地看到各个部件的响应特性;而且测得系统开环的频率特性后,求闭环的特性亦是比较容易的。由于以上种种原因,在

多数情况下系统都在开环下进行试验。若要直接知道系统在闭环下工作的频率特性时,则就在系统闭环联接下进行试验。在进行开环试验时,要将系统在反馈处断开(图 1.2-6)。正弦信号输入端为 A 点,输出端为 B 点。开环试验碰到的一个困难是当系统为 I 或 II 型时,系统会得到直流分量的偏移,即名义工作点在不断漂移,以及在低频下的大振幅输出,这样就会使输出信号难于处理,同时亦可能使传感器超出量程等。解决问题的办法是可以分别测量出 I 型及 II 型系统输出的一阶及二阶导数,如速度及加速度。例如不用电位器作为传感器来测量马达轴的位置,而改用转速计来测量转速。在必要时可将信号积分以便测出位移。解决问题的另一个办法是设置一个最小的负反馈包围被试件。这个反馈将直流偏移和低频振幅降低到允许的程度,而不会明显地改变有关频率范围内的响应特性。

在试验测试装置方面,对于电气系统的输入处可加电信号(如电液伺服系统)时,用正弦信号发生器。在研究机械或流体等系统时,常要用超低频信号发生器(如 XD5)。在不能用电信号输入的场所,则只能用偏心凸轮等信号发生器,这时一定要注意输入信号必需保持正确的正弦波形状。当然在这种场合,输入信号发生器,特别在频率很高时,将比前一种情况困难得多。输出信号不管是那一种物理量,在大多数情况下总是把它转换成电量来测量,这时可用自整角机、位移、速度、压力、温度等传感器来拾测输出信号。信号的记录通常用各种示波器(如紫外线示波器、长余辉示波器等)。值得指出的是在测量前必须仔细检查传感器或记录仪器本身的频率响应特性,它们的频宽必须远大于被试对象的频率测试范围。一般传感器及记录仪的说明书上都有关于本仪器的频率响应特性的说明,若没有确切的这方面数据,建议对这些仪器作专门的动态测试。在确保各种仪器设备及对象工作正常及试验结果符合一定规律后,再进行正式的记录。

在试验过程中输入信号幅值保持不变,而频率则由小到大地改变。输入信号幅值究竟取多大是设计试验时要决定的另一个问题。取的幅值过小,试验结果会受到不灵敏区、非线性因素过大的影响,输出信号的信噪比很低,甚至可能淹没在随机噪声中难以分辨。输入信号太大则会使对象超出线性区工作范围。此外还要考虑到所谓“速度限”及“加速度限”,即输入信号的最大速度及加速度必须低于对象所能产生的最大速度及加速度,否则若超过速度限时,输出信号的波形要变成三角形波,超过加速度极限时,输出波型亦会偏离正弦波形状。由于以上的限制,输入信号的幅值亦要有相应的限制。正弦波的最大速度为 $2\pi A f$, 最大的加速度是 $(2\pi f)^2 A$ 。其中 A 是幅值。因此最大的幅值 $A_{\max}$ 可计算如下:

对于一个给定的速度限,在频率为 f 时的非畸变正弦波响应的最大幅值为:

$$A_{\max} = \text{速度限} / 2\pi f$$

而对加速度限则为:

$$A_{\max} = \text{加速度限} / (2\pi f)^2$$

计算的结果可绘成图 1.2-7, 在直线右边是可以使用的工作区。

速度限及加速度限可以用理论近似算出, 亦可用试验实测之。

在测试中常常会碰到的困难是输出信号载有随机噪声分量, 这种噪声可能把希望的输出信号弄模糊而使其读数困难, 一般高频下的响应信号总是较小, 因此这个问题就更为突出。解决的方法是当测试信号与噪声信号频率差得较大时, 可以选用合适的低通滤波器来抑制大部分噪声。有时系统的非线性因素亦会对输出波形产生畸变, 这种情况若产生在非主要频率区则问题不大; 若发生在频率特性曲线变化剧烈区, 则将带来测试误差, 这时只能尽可能减少对象的非线性。七十年代已成功地生产了各种频率响应分析仪, 如国内有 BT-13、日本有 SZ-100 伺服分析仪。美国有 911, 英国有 1310 等仪器。当系统的输入、输出可用电信号时, 它们能自动扫频, 有的能通过 X-Y 记录仪直接绘出频率特性曲线。

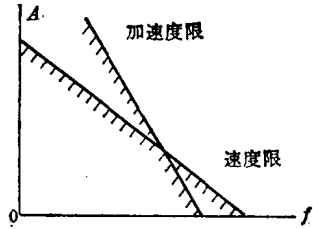


图 1.2-7

在正常情况下试验, 示波器上同时记录了输入、输出信号后, 求出频率特性曲线就不困难了, 只要求出在不同频率下输入、输出信号的幅值比及它们的相位角, 就可绘出波德图等。至于相位角的大小可以在示波器上直接量出, 若在阴极射线示波器上将输入、输出信号作为 X, Y 轴数值来表示, 则可用所谓李沙育图形法来求相位角。

求出波德图后, 再进一步求出数学模型即传递函数可用许多方法, 这里只介绍一种最简单, 但比较近似的方法, 就是根据波德图上对数幅频特性曲线的斜率等直接算出传递函数。

在前面绘制波德图时已经说过, 波德图上渐近线的斜率是 $\pm 20 \text{ dB/dec}$ 的倍数。如果实验对数幅频曲线低频区有 -20 dB/dec 的斜线, 则必有 $1/j\omega$ 因子; 若 $\omega = \omega_1$ 时, 由 -20 dB/dec 变化到 -40 dB/dec , 那么显然, 在传递函数中应包含有 $1/[1+j(\omega/\omega_1)]$ 的因子。

而如果在 $\omega = \omega_2$ 处, 斜率变化了 -40 dB/dec , 那么在传递函数中必包含了二阶因子, 即 $1/[1+2\zeta(j\frac{\omega}{\omega_2})+(j\frac{\omega}{\omega_2})^2]$ 等。

因此只要对试验所得的对数幅频特性曲线上作渐近线, 就可估计出系统模型的结构, 即系统是由那些典型环节组成的。各个典型环节的转角频率 ω_1, ω_2 等可以从图上各渐近线的交点近似地读出, 二阶环节的相对阻尼系数 ζ 可以将试验所得的二阶环节曲线与标准图 1.2-8 比较就可近似地求出。所以各个环节的参数都是可以从图上确定的。最后还要求系统总的放大系数(增益) K 。对于不同类型的系统放大系数的求法亦不同, 根据控制理论, 放大系数 K 可按图 1.2-9 所示方法在试验所得的波德图上求出。图上(a)为零型系统, (b)为 I 型系统, (c)为 II 型系统。虚斜直线是

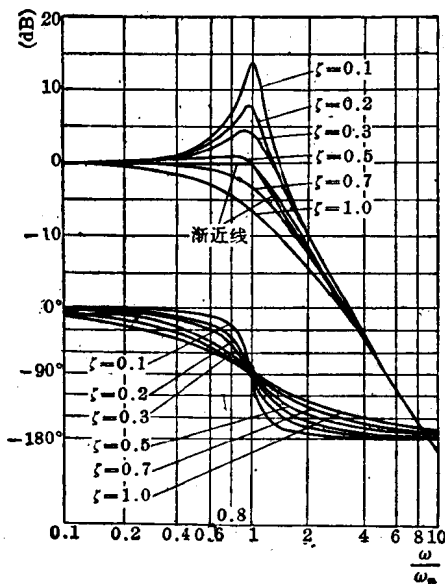


图 1.2-8