地震学的数学问题

〔瑞典〕M.巴特 著

科学出版社

地震学的数学问题

〔瑞典〕M. 巴 特 著
郑 治 真 译
朱 传 镇 校

科 学 出 版 社
1976

内 容 简 介

本书是地震学方面的数学工具书，全书共分四部分。第一部分为二、三、四章，介绍积分、微分的基础理论。第二部分为五、六、七章，介绍特殊函数。第三部分为八、九、十、十一章，介绍地震学中的一些数学方法。最后一部分为一些经典问题和重要方法在地震学中的应用。

本书可供地震工作人员、地球物理工作者和大专院校有关专业师生参考。

M. BÅTH

MATHEMATICAL ASPECTS OF SEISMOLOGY

Developments In Solid Earth Geophysics 4

Elsevier Publishing Company Amsterdam-London-New York 1968

地震学的数学问题

〔瑞典〕M. 巴 特 著

郑 治 真 译

朱 传 镇 校

*

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1976 年 10 月第 一 版　开本：787×1092 1/32

1976 年 10 月第一次印刷　印张：15 7/8

印数：0001—7,770　字数：358,000

统一书号：13031 · 478

本社书号：713 · 13—15

定价：1.62 元

译者的话

在毛主席关于“**抓革命，促生产，促工作，促战备**”的伟大战略方针指引下，一个攀登地震预报科学高峰的群众运动，正在全国轰轰烈烈地展开，为了适应地震队伍迅速发展的需要，我们遵照毛主席关于“**洋为中用**”的教导，翻译出版了«地震学的数学问题»一书，以供参考.

本书是基础理论参考书，一半内容是介绍理论地震学所需要的应用数学，一半内容是对地震学的各种应用. 阅读对象为一般地震工作者. 与同类的理论书籍比较，本书有自己的特点：第一，具有教科书的特点，在内容方面按教科书性质编写的，同时给出了必要的推导和提示，因而适于自修阅读；其次，书中结果多为各种文献的综合，并给出了必要的数学知识，因而无需查阅大量原始文献；再次，系统地介绍了地震研究工作中常用的数理方法，如特殊函数、波动方程、兰姆问题、稳相法和最速落径法、矩阵计算等。这本书的缺点是，内容方面缺少波谱分析、统计数学、震源方面的位错理论和有限移动源等问题，并缺少大量的参考文献.

由于译者的水平有限，难免有错误和不妥之处，望同志们提出宝贵意见.

前　言

一般的地震学大学生的数学知识满足不了阅读更近代的教科书或有关方面的原始文献的要求，例如地震学各部分中很基本的贝塞耳(Bessel)函数就不包括在一般的数学课程中．编写本书的目的就是要克服大学生数学上的不足．对于要阅读象伊文(Ewing, Jardetzky and Press 1957)或者布列赫夫斯基赫(Brekhovskikh 1960)所著的一类书籍的读者，书中提供了几乎全部所需要的数学，因而读者无需不断地查阅原始文献．

假定读者具有地震工作者通常所需要的数学基础，以及波的传播现象和有关理论地震学的某些知识．由这个知识水平出发，给出了为现代研究、特别是理论地震学方面所需要的应用数学．因此，书中一半内容是应用数学，其余部分是对地震学问题的各种应用．虽然我们的直接目的是为了地震学的需要，但是大部分内容对应用数学方面的大学生也有用．

本书最主要目的是为理论地震学中最现代部分的研究提供便利．因此象下面题目给出的一些或者直接与观测地震学相联系，或者具有基础数学知识就很易掌握的内容，就没有包括在内．书末给出了以下几方面的文献目录：

(1) 地图投影：凯拉韦(Kellaway, 1946)．

(2) 向量与张量计算：马吉努(Margenau and Murphy, 1943)，朱斯(Joos, 1956)．

(3) 球面三角：斯马特(Smart, 1936)．

(4) 观测资料的统计处理：利维 (Levy and Preidel,

1945)，费希尔（Fisher, 1950），布莱克曼（Blackman and Jukey, 1958），鲁宾逊(Robinson, 1967)。

这些题目和参考书是仅作为例子给出的，其数目很多。

全书共分为四部分，计十四章。在编排书的内容时，数学内容放在前面，地震学方面的应用部分放在各节的末尾，但是某些应用更广泛的数学方法放在第四部分。

在编写过程中，参考了大量的原文，一般地说，这里给出的结果是已查到的种种文献的综合。

M. 巴特

目　录

第二部分 特殊函数

第三部分 数学方法选

第四部分 一些地震学应用

第一章 绪　论

1.1 数学物理微分方程

主要的数学物理微分方程可归纳为几种简单类型，这些类型之间紧密地联系着，然而与这些方程类型有关的物理问题之间却存在着显著的差异．在处理这些类型方程的求解问题时，很方便的是能够把它们统一进行考虑．

本节中仅形式上比较这些方程；而不涉及其细节，例如所采用的符号的意义等．我们由称为电报方程的方程类型出发，此方程适用于电报导线中电流或张力波的传播，然而电报方程却是从其它领域中归纳出来的(例如，大气学方面)：

$$a\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}+b\frac{\partial\psi}{\partial t}+c\nabla^2\psi=-ce \qquad [1]$$

∇^2是拉普拉斯算子(∇＝倒δ或 nabla)，有时也记为Δ；a、b、c是常数，t是时间，e为源或尾闾。

方程[1]是一般型方程，由它可给出一系列的特殊情况：

(1) $a=0$；取$c/b=-g^2$：

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}-g^2\nabla^2\psi=g^2e \qquad e\neq0 \qquad [2]$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}-g^2\nabla^2\psi=0 \qquad e=0 \qquad [3]$$

这是热传导方程，[2]式中具有源或尾闾，[3]式中没有．

(2) 给定$b=0$，取$c/a=-v^2$：

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}-v^2\nabla^2\psi=v^2e \qquad e\neq0 \qquad [4]$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}-v^2\nabla^2\psi=0 \quad e=0 \qquad [5]$$

这是波动方程，[4]式具有源或尾闾，[5]式中没有，这类方程适用于声波(或者一般的弹性波)，弦或膜的位移，水波和电磁波(v 是相速度或波速).

考虑不随着时间变化的稳定状态， 即 $\partial/\partial t=0$， 由方程[2]—[5]得到更特殊的情况. 从而分别有：

$$\nabla^2\psi=-e \qquad [6]$$

这是泊松方程(具有源或尾闾，e 是源密度=已知的点函数). 以及：

$$\nabla^2\psi=0 \qquad [7]$$

这是拉普拉斯方程(无源和尾闾). 如果令[4]和[5] 式中的 v 为无穷大，就得到与[6]、[7]式相同的结果.

下面这个方程不能由[1]式推导出来，但是它对我们却很有用. 即：

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}+a^2\nabla^2\nabla^2\psi=a^2e \qquad [8]$$

当没有源或尾闾时：

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}+a^2\nabla^2\nabla^2\psi=0 \qquad [9]$$

这个方程适用于杆或者平板的横向运动. 它包含有双重的拉普拉斯算子 $\nabla^2\nabla^2$， 在数学上这并没有什么特殊意义，只不过是在 $\nabla^2\psi$ 上再进行一次 ∇^2运算.

总之，我们看出， 上面给出的这些方程 (它们在数学物理中非常重要)之间存在着很多相似的地方，如都是线性的、二阶的(方程 [8]、[9] 除外，它们是四阶的)以及其导数都具有常系数. 例如在波动方程[4]和[5]式中的常系数表示我们假定相速度 v 与空间和时间无关. 但是，实际上把 v 做为时间

和空间函数的方程在一些领域中非常重要，例如在量子物理、波动力学以及某些光学分支中．在固体地球物理中，把 v 做为深度函数的方程很重要．

1.2 坐标变换

在应用数学中，特殊函数是出现在偏微分方程的求解中．这个问题是由寻求满足于给定的微分方程和边界条件的函数所组成．这些边界的形状常常要求采用曲线坐标 q_1、q_2、q_3以代替笛卡尔直角坐标 x、y、z．从而产生了坐标变换．

$$\left.\begin{aligned} x&=x(q_1,q_2,q_3)\\ y&=y(q_1,q_2,q_3)\\ z&=z(q_1,q_2,q_3)\end{aligned}\right\} \qquad [1]$$

微分[1]式有：

$$\left.\begin{aligned} dx&=\frac{\partial x}{\partial q_1}dq_1+\frac{\partial x}{\partial q_2}dq_2+\frac{\partial x}{\partial q_3}dq_3\\ dy&=\frac{\partial y}{\partial q_1}dq_1+\frac{\partial y}{\partial q_2}dq_2+\frac{\partial y}{\partial q_3}dq_3\\ dz&=\frac{\partial z}{\partial q_1}dq_1+\frac{\partial z}{\partial q_2}dq_2+\frac{\partial z}{\partial q_3}dq_3\end{aligned}\right\} \qquad [2]$$

长度单元 dl 为：

$$(dl)^2=(dx)^2+(dy)^2+(dz)^2=Q_{11}^2dq_1^2+Q_{22}^2dq_2^2+Q_{33}^2dq_3^2+$$
$$+2\,Q_{12}dq_1dq_2+2\,Q_{13}dq_1dq_3+2\,Q_{23}dq_2dq_3$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{其中：}\quad Q_{ij}=\frac{\partial x}{\partial q_i}\frac{\partial x}{\partial q_j}+\frac{\partial y}{\partial q_i}\frac{\partial y}{\partial q_j}+\frac{\partial z}{\partial q_i}\frac{\partial z}{\partial q_j}\\ &\text{当 } i=j \text{ 时：}\\ &\quad Q_{ii}=\left(\frac{\partial x}{\partial q_i}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial q_i}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial q_i}\right)^2 \quad i=1,2,3\end{aligned}\right\} \qquad [3]$$

如果特殊情况有 $j\neq i$ 时 $Q_{ij}=0$，则：