

多维数字滤波器

李德群 周 涛 李延波 王殿山 陈鹤良 编

科学·技术·教育



多维数字滤波器

杜锡钰 肖 扬 裴正定 著
谷群山 王莉芝

国防工业出版社

(京) 新登字 106 号

图书在版编目 (CIP) 数据

多维数字滤波器/杜锡钰等著. —北京: 国防工业出版社, 1995

ISBN 7-118-01290-4

I. 多… II. 杜… III. 数字滤波器-多维分解 IV. TN713

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (94) 第 03561 号

多维数字滤波器

杜锡钰 肖扬 裴正定著
谷群山 王莉芝

责任编辑 耿新暖

*

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 5 1/8 135 千字

1995 年 1 月第 1 版 1995 年 1 月北京第 1 次印刷 印数 1-1500 册

ISBN 7-118-01290-4/TN·203 定价: 8.30 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分，又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展，加强社会主义物质文明和精神文明建设，培养优秀科技人才，确保国防科技优秀图书的出版，国防科工委于1988年初决定每年拨出专款，设立国防科技图书出版基金，成立评审委员会，扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是：

1. 学术水平高，内容有创见，在学科上居领先地位的基础科学理论图书；在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖，内容具体、实用，对国防科技发展具有较大推动作用的专著；密切结合科技现代化和国防现代化需要的高新技术内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值，密切结合科技现代化和国防现代化需要的新工艺、新材料内容的科技图书。
4. 填补目前我国科技领域空白的薄弱学科和边缘学科的科技图书。
5. 特别有价值的科技论文集、译著等。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展工作，负责掌握出版基金的使用方向，评审受理的图书选题，决定资助的图书选题和资助金额，以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书，由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就，积累和传播科技知识的使命。在改革

开放的新形势下，国防科工委率先设立出版基金，扶持出版科技图书，这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版，随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物，是对出版工作的一项改革。因而，评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进，这样，才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授，以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来，为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗。

国防科技图书出版基金
评审委员会

国防科技图书出版基金 第二届评审委员会组成人员

名誉主任委员	怀国模			
主任委员	黄 宁			
副主任委员	殷鹤龄	高景德	陈芳允	曾 铎
秘 书 长	刘琯德			
委 员	尤子平	朱森元	朵英贤	刘 仁
(按姓氏笔划为序)	何庆芝	何国伟	何新贵	宋家树
	张汝果	范学虹	胡万忱	柯有安
	侯 迂	侯正明	莫梧生	崔尔杰

序 言

本书系我国电路与系统研究领域内关于多维数字滤波器理论与应用的一部专著。本书系统地、较为全面地研究了多维数字滤波器的稳定性理论、设计理论及实现方法。本书的出版，将为多维数字滤波器在多维数字信号处理中的广泛应用，提供完善的、有效的设计工具及实现方法。

多维数字滤波器在图像处理中是一类重要的数字处理系统。利用它可以完成图像的去噪、增强、复原及特征提取等工作。因而可用它对生物医学图像、地震波数据、卫星遥感、遥测图像、雷达阵列接收数据、无损探伤检测图像、机器人视觉系统接收的数据等等，进行处理，获取所需信息。在高速数字图像通信系统中，多速率多维数字滤波器组构成图像压缩系统的主体，实现空域内的图像实时分解与压缩。在全数字高清晰度电视、可视电话及会议电视系统中，多维数字滤波器组将成为图像通信终端的一个组成部分。超大规模集成电路的迅猛发展，为多维数字滤波器的实现创造了良好的条件。本书正是在这一背景下问世的。

与一维数字滤波器相比较，多维数字滤波器有三个主要的特点：（1）多维数字滤波的数据量大，因而存储量和计算量也大；（2）多维数字滤波器的分析在数学上不如一维那样完备，如一维多项式的可分解性在多维情况下不复存在，多维数字系统的零、极点不再是孤立的；（3）多维数字滤波器的设计有更多的自由度。

对于第一个特点，需尽可能选用多维递归数字滤波器，本书大部分章节是关于多维递归数字滤波器的分析与设计的。第二个特点涉及到多维递归数字滤波器的稳定性，使其稳定性分析复杂、困难。第二、三章讨论了多维递归数字滤波器在线性与非线性条件下的稳定性分析，第十章则专门研究第二类非本征奇点对多维

数字滤波器稳定性的影响。在这些章里，提出了有关稳定性分析的检验定理。对于不存在第二类非本征奇点的多维系统，二维与二维以上的系统的分析与设计是类似的，可以直接推广的。利用第三个特点，第六章提出了新的多维递归数字滤波器的拓扑结构，第五章提出了非对称半平面二维波数字滤波器的设计理论。

数字图像处理要求多维数字滤波器具有良好的线性相位特性，第四章与第六章分别给出了多维递归数字滤波器的近似线性相位设计方法。第七章则研究了多维非递归数字滤波器的变换法设计问题。二维数字滤波器的并行结构是其超大规模集成化、实现实时处理的关键，第九章研究了这一问题。

本书以 1987 年以来我们在国际国内重要学术会议和刊物上发表的三十余篇论文为基础，根据研究内容系统地整理、提炼而成。本书的内容系我们完成的两项国家自然科学基金（863 项目）课题的研究成果。本书的作者均系这两项国家自然科学基金课题组的主要成员。我国电路系统理论领域的著名学者，杜锡钰教授主持了这两个课题的研究，本书主要内容的研究工作是在他指导下完成的。本书第二、三、四、六章系肖扬博士的研究工作，第七、九章系裘正定教授的研究工作，第五章系谷群山博士的研究工作，第十章系王莉芝博士的研究工作，第八章系肖扬博士和谷群山博士的研究工作。全书由肖扬博士执笔。在此，谨对已赴国外工作的谷群山博士和王莉芝博士的配合表示感谢。

我们希望本书能为从事多维数字信号处理的科研、生产、国防部门、高等院校等的科研、技术、教学人员等，提供有效的设计理论和实现方法。由于时间仓促，水平有限，书中难免有错误，恳请读者指正。

作 者

1993 年 5 月 6 日

内 容 简 介

多维数字滤波器在图像处理中是一类重要的数字处理系统。利用它可以完成图像的去噪、增强、复原及特征提取等工作。因而可用它对生物医学图像、地震波数据、卫星遥感和遥测图像、雷达阵列接收数据、无损探伤检测图像、机器人视觉系统接收的数据等进行处理，获取所需信息。在高速数字图像通信系统中，多速率多维数字滤波器组构成图像压缩系统的主体，实现空域内的图像实时分解与压缩。在全数字高清晰度电视、可视电话及会议电视系统中，多维数字滤波器组将成为图像通信终端的一个组成部分。超大规模集成电路的迅猛发展，为多维数字滤波器的实现创造了良好的条件。

本书系我国电路与系统研究领域内关于多维数字滤波器理论与应用的一部专著。本书系统地、较为全面地研究了多维数字滤波器的稳定性理论、设计理论及实现方法。本书的出版，将为多维数字滤波器在多维数字信号处理中的广泛应用，提供完善的、有效的设计工具及实现方法。

本书可作为从事多维数字信号处理的科研、生产、国防部门以及高等院校等的科研、技术、教学人员的专业参考书和研究生的教学参考书。

目 录

第一章 绪论	1
1. 1 多维数字信号与多维数字系统的基本概念	1
1. 2 多维数字滤波器研究的基本问题	2
1. 3 二维数字滤波器至多维数字滤波器的推广	3
1. 4 线性条件下的多维数字滤波器的稳定性分析	4
1. 5 非线性条件下的多维数字滤波器的稳定性分析	5
1. 6 多维数字滤波器的设计与实现	6
第二章 线性条件下多维离散系统的稳定性分析	7
2. 1 概论	7
2. 2 二维离散系统稳定性的频域检验定理	9
2. 3 二维离散系统的稳定集合及其判定定理	12
2. 4 多维离散系统稳定性的离散傅里叶变换 (DFT) 检验	15
2. 5 二维离散系统的稳定性的列表检验法	18
2. 6 稳定性列表检验与频域检验定理的应用	20
第三章 非线性条件下多维数字滤波器的稳定性 分析理论与应用	22
3. 1 概论	22
3. 2 具有非线性因素的多维递归数字滤波器的稳定性分析方法	24
3. 3 非线性条件下二维状态空间数字系统的稳定性分析	30
3. 4 二维递归数字滤波器不存在极限环的频域判据	34
3. 5 非线性条件下多维数字滤波器的稳定性分析	40
第四章 线性相位多维递归数字滤波器设计	41
4. 1 概论	41
4. 2 现有的零相位二维递归数字滤波器设计方法	42
4. 3 线性相位二维递归数字滤波器设计	44
4. 4 二维线性相位互补 IIR 数字滤波器设计	46
4. 5 不可分离二维线性相位递归数字滤波器设计	47

4. 6 二维状态空间数字滤波器的实现	50
第五章 非对称半平面二维波数字滤波器的理论与设计	52
5. 1 概述	52
5. 2 非对称半平面波数字滤波器的基本理论	53
5. 3 格型结构扇形波数字滤波器的显式设计	56
5. 4 梯型结构圆对称波数字滤波器的设计	68
5. 5 多速率法设计窄带扇形滤波器	72
5. 6 多速率圆对称数字滤波器的设计	74
第六章 多维跳耦型数字滤波器的设计与实现	79
6. 1 概论	79
6. 2 多维跳耦型数字滤波器的导出	80
6. 3 二维 S 域至 Z 域双线性变换的数字实现	82
6. 4 二维跳耦型数字滤波器的设计	83
6. 5 二维跳耦型数字滤波器的计算机辅助分析	85
6. 6 二维跳耦型数字滤波器的实现	87
6. 7 二维跳耦型数字滤波器的计算机模拟	91
6. 8 线性相位二维跳耦型数字滤波器设计	92
第七章 多维非递归 (FIR) 数字滤波器的变换法设计	96
7. 1 概论	96
7. 2 变换法设计的基本问题	97
7. 3 变换法设计的基本原理	98
7. 4 轮廓线逼近问题	100
7. 5 轮廓线逼近的改进	103
7. 6 设计实例	105
7. 7 二维 FIR 滤波器的实现	107
第八章 多维多速率数字滤波器组的设计与应用	109
8. 1 概论	109
8. 2 二维互补数字滤波器组的定义	110
8. 3 二维镜像互补数字滤波器的设计	111
8. 4 线性相位二维递归数字滤波器组设计	114
8. 5 线性相位二维跳耦型数字滤波器组设计	115
8. 6 二维波数字滤波器组的设计	118
第九章 二维递归数字滤波器的并行结构	126

9. 1 概 论	126
9. 2 一维递归数字滤波器的脉动阵列结构	131
9. 3 二维递归数字滤波器的脉动阵列结构	135
9. 4 多速率二维 IIR 数字滤波器的脉动阵列结构	140
第十章 存在第二类非本征奇点的多维数字滤波器 的稳定性分析	142
10. 1 概论	142
10. 2 第二类非本征奇点分析的有关概念	143
10. 3 三维数字滤波器在 T^3 上的连续第二类非本征奇点	145
10. 4 三维数字滤波器在 T^2U 上的连续第二类非本征奇点	147
10. 5 存在第二类非本征奇点的多维数字滤波器的稳定条件	149
10. 6 一类具有第二类非本征奇点的三维数字滤波器稳定的充分 必要条件	153
参考文献	155

第一章 絮 论

1. 1 多维数字信号与多维数字 系统的基本概念

多维数字信号是具有 N 个独立变量的一个函数， $x(n_1, \dots, n_N)$ ，其中 N 称为信号的维数， $N \geq 2$ 的信号称为多维数字信号。常见的静止离散图像信号 $x(n_1, n_2)$ 是二维数字信号，活动离散图像信号 $x(n_1, n_2, n_3)$ 则是三维数字信号。多维数字系统实现对多维数字信号的处理和变换。从形式上看，多维数字系统是一种运算，将输入信号 x 映射为 y ：

$$y(n_1, \dots, n_N) = T[x(n_1, \dots, n_N)] \quad (1. 1)$$

$T[\cdot]$ 表示多维数字系统的运算。一个多维数字系统 $T[\cdot]$ 是线性移不变的，必须满足下列条件

$$\begin{aligned} & a_1 y_1(n_1 - m_1, \dots, n_N - m_N) + a_2 y_2(n_1 - m_1, \dots, n_N - m_N) \\ &= T[a_1 x_1(n_1 - m_1, \dots, n_N - m_N) + a_2 x_2(n_1 - m_1, \dots, n_N - m_N)] \end{aligned} \quad (1. 2)$$

线性移不变系统的冲激响应序列定义为

$$h(n_1, \dots, n_N) = T[\delta(n_1, \dots, n_N)] \quad (1. 3)$$

这时，可把输出序列写成

$$y(n_1, \dots, n_N) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{k_N=-\infty}^{\infty} x(n_1, \dots, n_N) h(n_1 - k_1, \dots, n_N - k_N) \quad (1. 4)$$

上式即为 M 维线性移不变系统的输入序列和输出序列的卷

积。冲激响应 $h(n_1, \dots, n_N)$ 所对应的系统即为多维数字滤波器。由此可见, 多维数字滤波器可实现对多维数字信号的处理和变换。若(1. 4)式的系统冲激响应 h 的支撑域是有限的, 则称该系统为有限区域脉冲响应(FIR)滤波器, 否则称之为无限区域脉冲响应(IIR)滤波器。(1. 4)式的Z变换即为系统的传递函数

$$H(z_1, \dots, z_N) = \sum_{n_1=0}^N \dots \sum_{n_N=0}^N a_{n_1 \dots n_N} z_1^{n_1} \dots z_N^{n_N} / \sum_{n_1=0}^N \dots \sum_{n_N=0}^N b_{n_1 \dots n_N} z_1^{n_1} \dots z_N^{n_N}$$
(1. 5)

多维 FIR 滤波器传递函数的分母为 1, 故多维 FIR 滤波器不存在稳定性问题。多维 IIR 滤波器的传递函数的分母多项式的存在, 则产生了系统的稳定问题。由系统的传递函数可以直接得到系统的差分方程实现

$$\begin{aligned} y(n_1, \dots, n_N) &= \sum_{k_1=0}^N \dots \sum_{k_N=0}^N a_{k_1 \dots k_N} x(n_1 - k_1, \dots, n_N - k_N) \\ &- \sum_{k_1=0}^N \dots \sum_{k_N=0}^N b_{k_1 \dots k_N} y(n_1 - k_1, \dots, n_N - k_N) \quad (1. 6) \end{aligned}$$

(1. 6)式表示系统对输入信号 x 和输出信号 y 的递归运算, 故 IIR 滤波器又称递归数字滤波器, 而 FIR 滤波器由于只对输入信号运算而与输出信号无关, 不存在(1. 6)式的第二项, 故 FIR 滤波器又称非递归数字滤波器。

1. 2 多维数字滤波器研究的基本问题

随着计算机科学与超大规模集成电路技术的迅速发展, 多维数字信号处理技术的应用领域也在迅速扩大。这些应用领域包括: 应用物理、化学方面的 X 射线谱分析, 生物医学工程方面的细胞、染色体、CT 图像分析, 环保监测中的大气污染、水域污染, 气象中的卫星云图分析, 石油地质勘探中的矿脉图分析, 地震监测的地震波图分析, 机械加工中的探伤检测, 高分辨率彩色电视系统与图像通信中的图像数据压缩, 智能机器人中的计算机视觉, 国

防与航空航天方面的导航、制导、监测等领域。

70年代中期以来，多维数字信号处理的理论与应用方面的研究，一直是人们所关注的研究课题。多维数字滤波器是多维数字信号处理技术的重要组成部分，作为多维系统，它实现对多维信号的处理功能，如滤波和谱分析等。但是，多维数字滤波器具有许多不同于一维数字滤波器的特点。首先，多维数字滤波器的稳定性分析就比一维数字滤波器困难得多，对于多维系统，没有像一维系统那样完善的数学理论作为工具。将会遇到一维情况下不出现的问题：一维系统的传递函数的因式可分解性在多维情况下不复存在；一维系统函数的零、极点孤立性在多维情况下也不存在；一维情况下不存在第二类非本征奇点问题，而对二维以上的系统，必须考虑第二类非本征奇点对系统稳定性的影响。其次，多维数字滤波器的设计与实现也由于稳定性问题而变得比一维数字滤波器复杂。要求所实现的多维滤波系统不仅在线性条件下稳定，而且在非线性条件下亦能保持稳定。

这就归结为需要研究的三个方面的问题，(1) 多维数字滤波器在线性条件下的稳定性问题，包括稳定性检验与第二类非本征奇点对多维系统稳定性的影响；(2) 多维数字滤波器在非线性条件下的稳定性问题，包括极限环的不存在性与有限字长实现的稳定条件；(3) 多维数字滤波器的设计和实现问题，包括多维波数字滤波器、多维跳耦型数字滤波器、线性相位多维递归数字滤波器、多维 FIR 数字滤波器的设计与实现，多维数字滤波器的并行算法与结构等。

1. 3 二维数字滤波器至多维数字 滤波器的推广

对于非递归数字系统，一维的系统设计可直接推广到二维以上的多维系统的设计中去。对于可分离递归数字系统，一维的系

统设计可直接推广到二维以上的可分离多维系统的设计中去。可分离多维系统由若干个仅含一个独立变量的一维系统的级联或并联而成。

$$H(z_1, \dots, z_N) = H(z_1) \cdots H(z_N) \quad (1.7)$$

$$H(z_1, \dots, z_N) = \sum_{n=1}^N H(z_n) \quad (1.8)$$

可分离多维数字滤波器的设计与实现与一维数字滤波器无实质差别。

对于不可分离多维递归数字滤波器，一维系统的设计与实现向二维以上的多维系统的推广，是有条件的。对于不存在第二类非本征奇点的线性多维递归系统，二维与二维以上的多维系统的设计与实现是类似的，无实质的区别。本书前九章研究的多维数字滤波器均属此类系统，因此关于二维数字滤波器的分析理论与设计方法均可推广到三维以上的多维数字系统的分析、设计与实现中去。避免在多维系统的设计与实现中出现第二类非本征奇点，使问题得以简化。

1. 4 线性条件下的多维数字 滤波器的稳定性分析

线性条件下的多维数字滤波器是指该系统是理想的，不存在饱和、溢出等非线性因素。一个多维递归系统能否正常实现主要在于该系统是否稳定。因此，多维递归系统的稳定性分析是必要的。

本书第二章关于多维离散系统的稳定性分析，以传统的多维离散系统的稳定性分析理论为基础，给出了多维离散系统的稳定性检验定理及分析方法，其中频域检验与复变量系数列表检验简化了多维离散系统的稳定性分析过程。

本书第十章则对存在第二类非本征奇点的多维数字滤波器的稳定性问题作了深入的研究。对于存在第二类非本征奇点的不可

分离多维递归系统，系统的稳定性问题变得极为复杂，具有许多一维分析不曾出现的问题与困难。二维以上的系统传递函数的第二类非本征奇点，即分子分母多项式同时为零的区域，便是一维系统分析所不曾遇到的。对于一维离散系统，系统的传递函数的分母多项式在单位圆盘内不为零是系统有界输入有界输出(BIBO)稳定的充分必要条件。在考虑第二类非本征奇点问题后，多维系统的传递函数的分母多项式在多圆盘内不为零则是系统BIBO稳定的充分条件。第十章讨论了第二类非本征奇点在各种情况下对系统稳定性的不同影响，稳定系统在稳定边界上允许存在的第二类非本征奇点的形态及其性质，并给出了第二类非本征奇点的存在性判据。

1. 5 非线性条件下的多维数字滤波器的稳定性分析

多维数字滤波器在有限字长条件下实现时，将遇到量化、饱和、溢出等非线性影响。目前，非线性条件下的多维数字滤波器的稳定性分析主要采用两种方法：一种是多维李雅普诺夫分析方法，另一种是鲍尔-朱里(Bauer-Jury)分析方法。在多维情况下，寻找对任意变量均满足李雅普诺夫条件的共轭正定矩阵是极为困难的，还没有一种确定的方法保证能找到该正定矩阵。另外，由于多维李雅普诺夫条件为稳定的充分条件，如果用有限的手段和计算没有找到该正定矩阵，则对所判决的系统的稳定性仍不能下结论。鲍尔-朱里的稳定性分析方法有其局限性，只能对某种特定结构并满足特定要求的多维或多维数字滤波器进行分析。第三章提出的非线性条件下的多维数字滤波器的稳定性检验定理，克服了多维李雅普诺夫分析方法的不确定性与鲍尔-朱里分析方法的局限性，可对直接形式实现的或状态空间结构的多维递归数字滤波器在非线性条件下的稳定工作域及稳定工作条件进行检验。