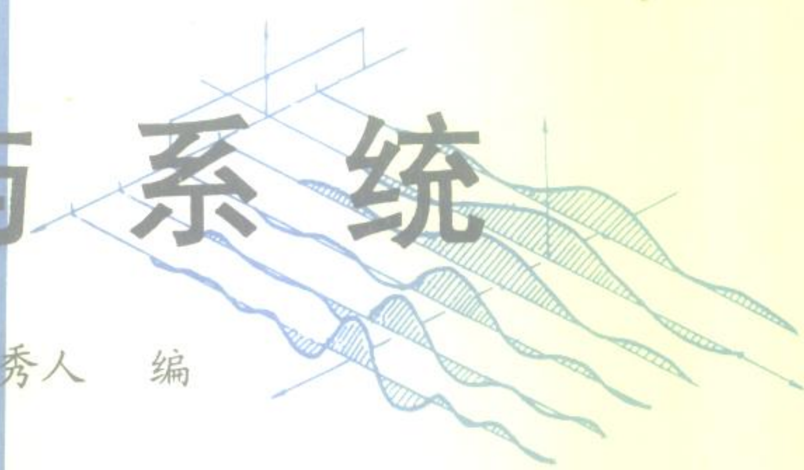
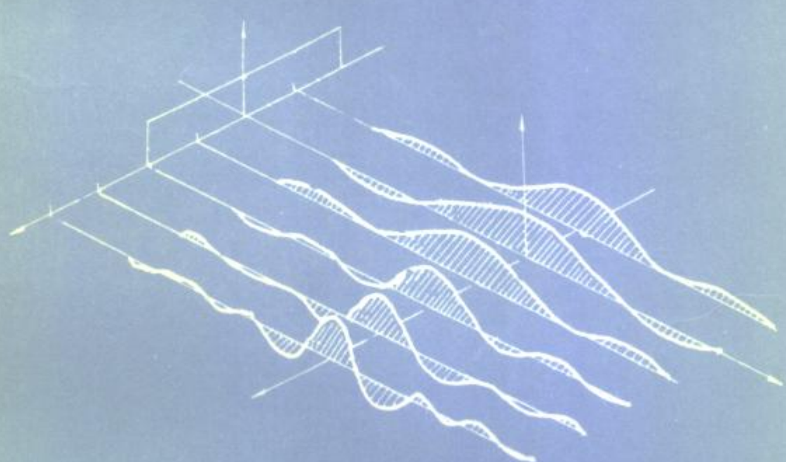
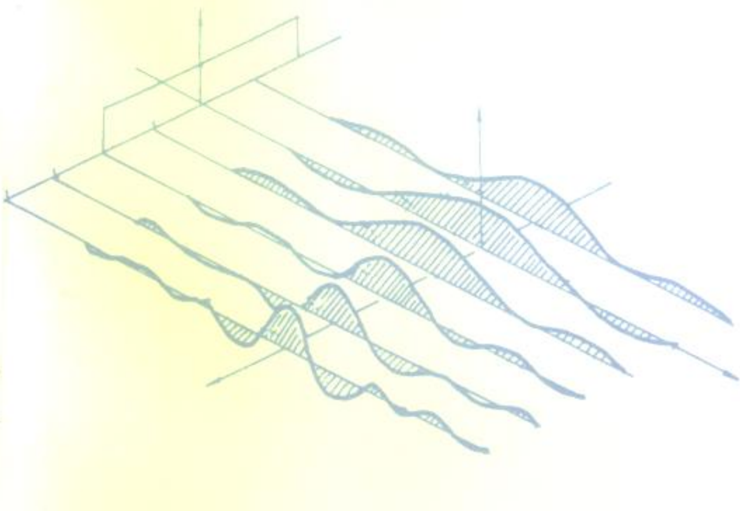
信号与系统



许庆山　李秀人　编





航空工业出版社

信号与系统

信号与系统

许庆山　李秀人　编

航空工业出版社

1998

内 容 提 要

本书是航空工业出版社1992年版《信号与系统》的修订版。本书根据国家教委1995年颁发的高等学校工科本科“信号与系统教学基本要求”对1992年版进行了全面修订。内容包括绪论、信号的时域分析、连续和离散时间系统的时域分析、连续和离散时间信号与系统的频域分析、连续和离散时间信号与系统的复频域分析、系统的状态变量分析等。

本书可作为四年制电子工程、信息工程等专业的本科生教材，也可作为有关专业的工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/许庆山，李秀人编．—修订版．—北京：航空工业出版社，1998.3
ISBN 7-80134-286-0

Ⅰ．信… Ⅱ．①许…②李… Ⅲ．信号理论 Ⅳ．TN911.2

中国版本图书馆CIP数据核字(97)第28966号

航空工业出版社出版发行
(北京市安定门外小关东里14号 100029)
北京地质印刷厂印刷 全国各地新华书店经售
1998年3月第1版 1998年3月第1次印刷
开本：787×1092 1/16 印张：20.75 字数：515千字
印数：1—2000 定价：22.50元

前　言

本书是航空工业出版社1992年出版的《信号与系统》一书的修订版本。新版本根据1995年国家教委颁发的高等学校工科本科“信号与系统教学基本要求”及编者十几年的教学实践经验，对第一版教材进行了全面修订。

与原版本相比，修订后的教材保持了原版本的体系和特色，仍采用连续时间与离散时间并行的讨论方式。

《信号与系统》是电子、通信、信息、控制等专业的一门重要的技术基础课，许多内容都与后续专业课密不可分。如连续时间信号的频域、复频域分析与网络理论、控制理论、通信理论；离散信号的频域、复频域分析与数字信号处理；状态变量分析与现代控制理论等。因此，本次修订时，在内容选取上兼顾了三个方面，一是突出基本概念的训练，以便为进一步学习上述学科打下扎实的基础；二是各部分内容都可根据专业需要进行扩展；三是注意连续和离散时间信号与系统间的联系与差别。为达此目的，在各种分析方法的叙述上，注意详细阐明物理概念以及这些方法之间的横向联系。所以本次修订时，将原版本中的一些内容进行精练、增删、重新组合，力求简明扼要，深入浅出。同时，对原书的习题也进行了全面修订，以便更好地配合正文。

本书第7、8、9章由李秀人执笔，其余各章由许庆山执笔。全书由许庆山主编。

本书为中国航空工业总公司“九五”规划教材，书稿承北京理工大学曾禹村教授审阅。曾禹村教授对书稿提出了不少宝贵意见，在此表示诚挚的感谢。刘玉华描绘了本书的全部插图，在此表示谢意。

限于水平和时间，疏漏和错误难免，恳请读者批评指正。

编　者
1997年9月于沈阳航空工业学院

目　录

第1章 绪 论

1.1 信号及其分类

什么是信号？信号是反映消息的物理量。例如，体温温度信号，它反映人体健康的消息；用热电偶进行测温时，所得的温差电势信号，它反映被测物体温度变化的规律；雷达荧光屏上的光点信号，表示有飞机出现的消息；早上八点钟的铃声表示开始上课的消息。可见，信号是消息的表现形式。严格地说，人们通常所说的信息，与消息有所不同。信息是存在于消息之中的新内容，这些新内容人们原来并不知道，一个陈旧的不含新内容的消息不含有信息。消息一般不能直接传递，常常需要借助于某些物理量（如声、光、电等）的变化来表示并传递，利用电磁波传送声音和图像就是最好的例证。

在可以作为信号的众多物理量中，电信号应用得最广，主要是因为许多非电物理量容易转换成电信号，而且电信号容易传送和控制。通常，人们常用的信号是随时间变化的，所以在数学描述上可以把信号表示为时间的函数，因此本书中函数和信号二词通用。

为了分析信号，需要事先对信号进行分类。不同的角度，对应着不同的分析方法。例如，按信号的物理性质来分，可有光、电、声、压力、位移等信号；按信号的用途来分，可有电话信号、电报信号、广播信号、电视信号、雷达信号、控制信号、遥感信号等。由于信号是用函数来描述的，所以在信号分析中是按信号所具有的函数特征来进行分类的。

一、确定信号与随机信号

确定信号是一个确定的时间函数。因此，对于确定信号来说，我们可以知道任一时刻的函数值。例如，我们非常熟悉的正弦信号 $f(t)=A\sin\omega_0 t$（其中 $\omega_0=2\pi/T$，$-\infty<t<\infty$）就是一个很好的例子，如图 1-1(a)所示。

随机信号又称为不确定信号。对于随机信号，不可能事先确定它的变化规律，因此无法用一个确定的时间函数来描述，这正是“随机”的含义。例如，图 1-1(b)所给出的传输系统的噪声和干扰就是一个随机信号的例子。

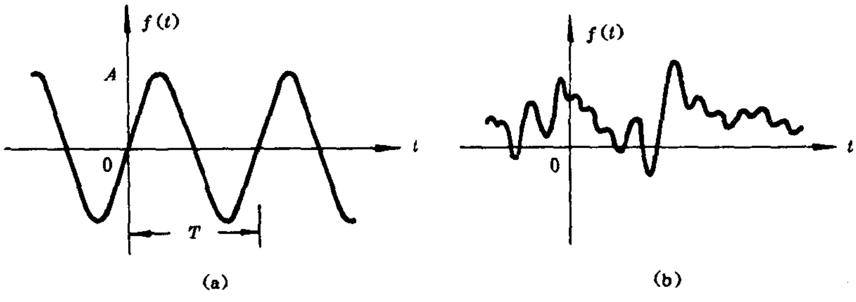


图 1-1 信号波形

尽管随机信号具有不确定性，但是对它的分析与研究也是十分重要的，一是因为它的客观

存在，二是因为在一定条件下某些随机信号的统计特性却是确定函数，从而可以由此掌握和预测它的变化规律。本书只讨论确定信号。

二、连续时间信号与离散时间信号

连续时间信号是指在$-\infty<t<\infty$范围内，任意时刻都具有确定函数值的信号，本书以$f(t)$来表示。图 1-2 是两个连续时间信号的例子，其中$f_2(t)$在$t=1$时刻的函数值不确定。所以，这里"连续"一词是指时间而言，至于幅度可以有跳变点。因此，$f_2(t)$的表达式可以分段列写为

$$f_2(t)=\begin{cases} t+1 & -1\leqslant t\leqslant 0 \\ 1 & 0\leqslant t<1 \\ 0 & t\leqslant -1 \text{ 或 } t>1 \end{cases} \tag{1-1}$$

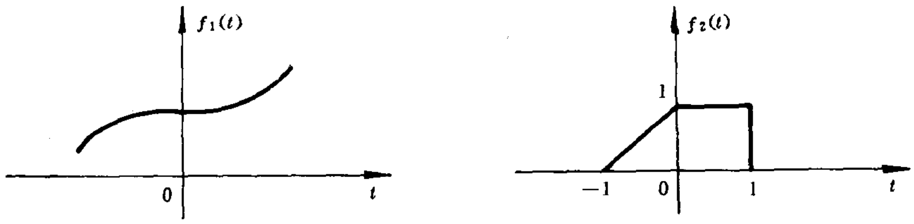


图 1-2　连续时间信号

离散时间信号是指仅在一些离散瞬时才有确定函数值的信号，至于这些离散瞬时之间其他时刻的函数值，既无定义，我们也不关心。本书以$f(kT)$或$f(k)$来表示离散时间信号，其中T为常数(时间间隔)，k为整数。正是由于T为常数，故常将$f(kT)$简写成$f(k)$。图 1-3 是离散时间信号的例子。

事实上，按年度或月份统计的人口或国民生产总值，就是离散时间信号的实例，在这里T是年或月。

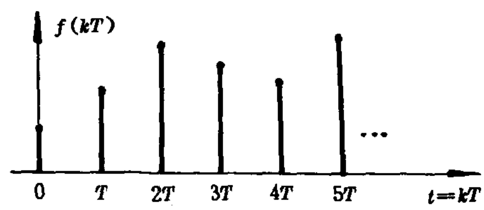


图 1-3　离散时间信号

许多离散时间信号可以是对连续时间信号的"采样"而得到的，这个过程如图 1-4 所示。图中开关的一端接连续时间信号$f(t)$，开关每隔T秒闭合一次并立即断开，则开关另一端出现的就是离散时间信号$f(kT)=f(t)|_{t=kT}$。由于$f(kT)$是一组有序的数，所以离散时间信号也称为"序列"。显然，将$f(kT)$记作$f(k)$并不影响问题的本质，因为采样时间间隔T是常数，只要我们心中清楚：$f(k)$中的自变量k标志着$f(t)$的离散化序列$f(k)=f(kT)$所出现的时刻为$t=kT$就可以了。

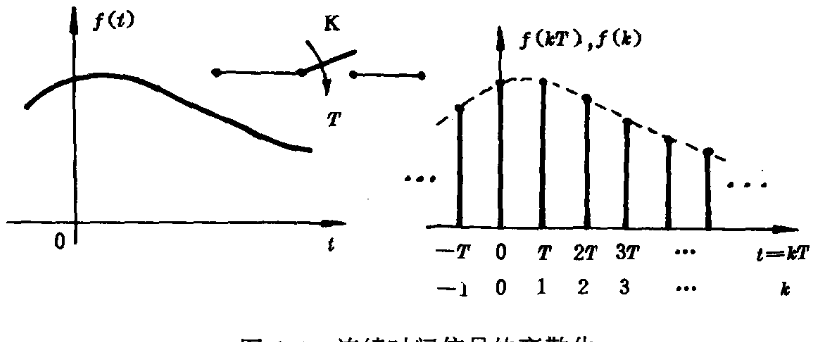
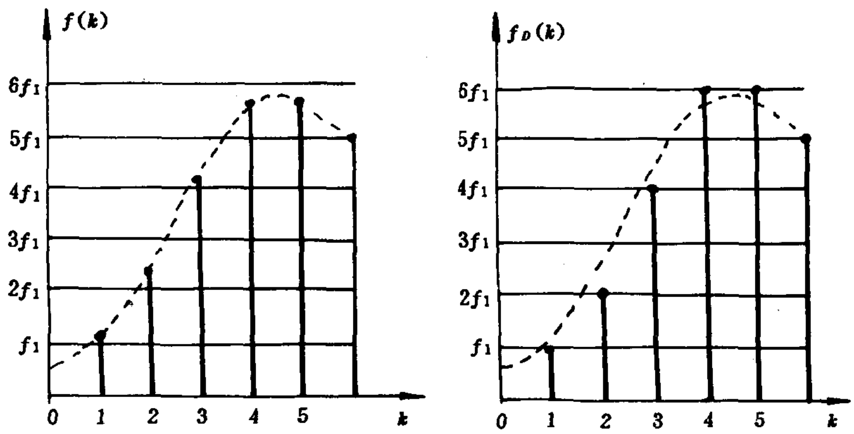


图 1-4　连续时间信号的离散化

正是由于离散时间信号是一列有序的数，所以序列 $f(k)$ 也可用下述方式表示(式中箭头指的是 $k=0$ 的位置，其中数值是任意假定的)

$$f(k)=\{\cdots,1,1,\underset{\uparrow}{1},2,2,2,\cdots\}$$

离散时间信号有时也被简单地称为“数字信号”。实际上，数字信号是离散时间信号 $f(k)$ 经过量化后的信号，记作 $f_D(k)$。所谓量化，是将一个数用一个作为单位的数去分，并取其最接近原数的整数值。图 1-5 表示了这个量化的过程，图中的量化单位是 f_1。例如图 1-5(a)中的 $f(3)=4.25f_1$，量化后取 $f_D(3)=4f_1$。在实际的数字系统中，一个数字信号是用二进制数来表示的，这里不作讨论。应该指出，通常的量化单位 f_1 是很小的，例如一块 8 位的“A/D”转换片，其量化单位是全量的 2^{-7}，因而数字信号 $f_D(k)$ 很接近未量化的离散时间信号 $f(k)$。所以，本书对它们不再加以区分，但这并不影响对问题的分析。



(a) (b)

图 1-5 离散时间信号 $f(k)$ 量化为数字信号 $f_D(k)$

三、周期信号与非周期信号

按信号的周期性划分，信号又可以分为周期信号与非周期信号。

周期信号是指按时间重复出现的信号。连续和离散周期信号的数学表达式分别为

$$f(t)=f(t+mT) \qquad m=\pm1,\pm2,\cdots \quad -\infty<t<\infty \tag{1-2}$$

$$f(k)=f(k+nN) \qquad n=\pm1,\pm2,\cdots \quad -\infty<k<\infty \tag{1-3}$$

满足上式的最小常数 T 和 N 分别为连续信号和离散信号的周期。图 1-6 给出了周期信号的例子。

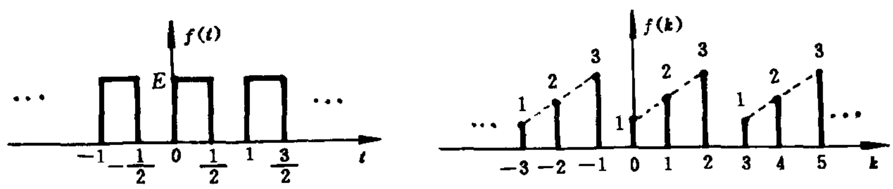


图 1-6 周期信号举例

不满足周期信号条件的信号都是非周期信号。

四、能量信号与功率信号

电系统中的信号，通常是随时间变化的电压和电流。我们知道，电阻两端加上电压后，流过

电阻的电流使其发热，说明电信号携带能量。其实，其他如声、光、力等信号也都携带能量。

为方便，通常规定，在$-T\leqslant t\leqslant T$时间间隔内电压或电流信号$f(t)$在1Ω电阻上消耗的能量为电压或电流信号的能量，所以信号$f(t)$的能量为

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}f^2(t)\mathrm{d}t \tag{1-4}$$

同样，规定信号$f(t)$在上述时间间隔内的平均功率为

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}f^2(t)\mathrm{d}t \tag{1-5}$$

对于给定信号$f(t)$：若$0<E<\infty$且$P=0$，则称为“能量信号”；若$0<P<\infty$且$E=\infty$，则称为“功率信号”。例如，直流信号和周期信号都是功率信号，而时间有限信号（即只在有限时间内具有非零函数值）都是能量信号。

对于离散时间信号$f(k)$，其能量E和平均功率P的定义为

$$E=\lim_{N\to\infty}\sum_{k=-N}^{N}f^2(k) \tag{1-6}$$

$$P=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N}\sum_{k=-N}^{N}f^2(k) \tag{1-7}$$

需要指出，信号作为消息的表现形式与载体，在对它进行传输和加工之前，有必要事先对信号本身进行深入研究，于是形成了“信号分析”这门学科，这是实现对信号的滤波、采样、检测、估值以及特征提取等近代技术的基础。关于信号分析的一些基本概念和方法，本书将陆续加以介绍。

1.2 系统及其分类

什么是系统？系统可以看作是一个由许多相互关联的事物组合在一起以便完成某种特定功能的有机整体。显然，这样的系统随处可见。例如，机械系统、通信系统、控制系统、化工系统、光学系统、语音处理和图像识别系统等。尽管系统的概念存在于各种不同的学科和领域，但是系统所实现的功能几乎都可以看成是对输入信号的传输、加工和变换。例如，收音机把接收的电磁波变换成语音信号；照相机把接收的物体反射的光信号还原成物体的图像；电子计算机将输入的数据进行处理，以便从输出数据中得到原输入数据所包含的信息。

由上可见，系统的主要功能是把输入信号转换成所需要的输出信号。这种功能可用图1-7的框图来表示。考虑到系统的输入$\boldsymbol{x}$和输出$\boldsymbol{y}$可能有多个，所以用黑体表示，并且$\boldsymbol{x}$和$\boldsymbol{y}$既可能是连续信号也可能是离散序列。因此，从数学观点来看，系统可以被定义成从一个集合$\boldsymbol{x}$到另一个集合$\boldsymbol{y}$的变换，即

$$\boldsymbol{y}=T[\boldsymbol{x}] \tag{1-8}$$

式中$T[\ ]$代表系统对输入信号$\boldsymbol{x}$所施加的数学运算或加工变换的规律。

为了说明系统的基本功能是对输入信号施加某种变换或数学运算，让我们讨论图1-8所

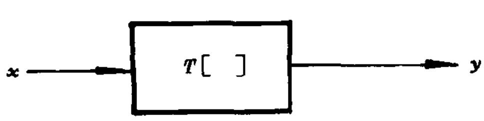


图 1-7 系统的框图表示

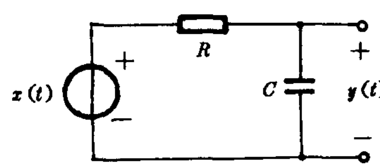


图 1-8 RC 电路的信号变换功能

示的 RC 串联电路的信号变换功能。由基尔霍夫电压定律，可列出系统的数学模型(即联系输入和输出的数学表达式)为

$$RC\,\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+y(t)=x(t) \tag{1-9}$$

这是一阶线性常微分方程。从式(1-9)可以看出 RC 串联电路对输入 $x(t)$ 加工变换成输出 $y(t)$ 的过程是：输入电压减去输出电压，再乘以标量 $1/R$，得电容电流，即 $i_C(t)=C\,\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{R}\{x(t)+[-y(t)]\}$；电容器对此电流积分，并乘以标量 $1/C$，得输出电压，即 $y(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(\tau)\mathrm{d}\tau$。所以，这个 RC 电路在把输入信号变换成输出信号的过程中，进行了三种运算，即求和、乘标量、积分。可以说，这三种运算是连续时间系统所进行的基本运算，可以用图 1-9 的三种运算单元来表示。这样，图 1-8 所示 RC 电路的信号变换功能可用图 1-10 的模拟框图来表示。顺便指出，采用图 1-9 的三种基本运算单元，就可以建立任何一个连续时间系统的模拟框图，以便在实验室模拟一个实际的系统(详见第 9 章第 9.2 节)。

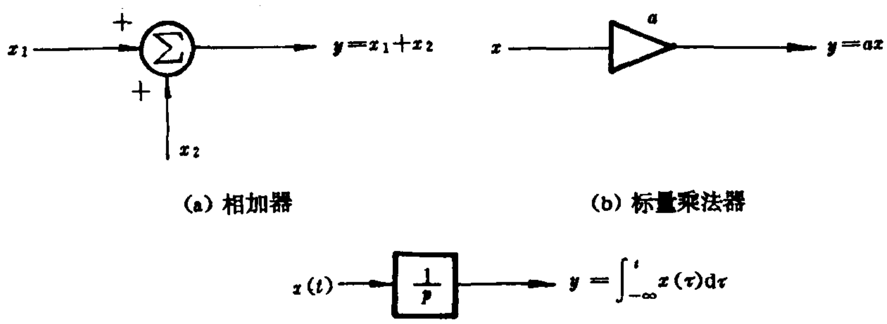


图 1-9　连续时间系统的三种基本运算单元

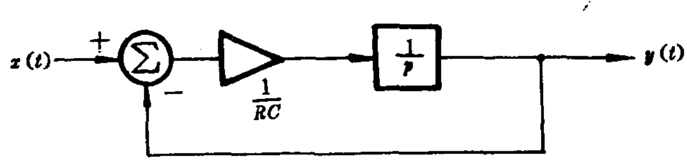


图 1-10　图 1-8RC 电路的模拟框图

一般来说，本书讨论的单输入—单输出连续时间系统的数学模型是一个 n 阶常系数线性微分方程，即

$$\sum_{i=0}^{n}a_i\,\frac{\mathrm{d}^i y(t)}{\mathrm{d}t^i}=\sum_{j=0}^{m}b_j\,\frac{\mathrm{d}^j x(t)}{\mathrm{d}t^j} \tag{1-10}$$

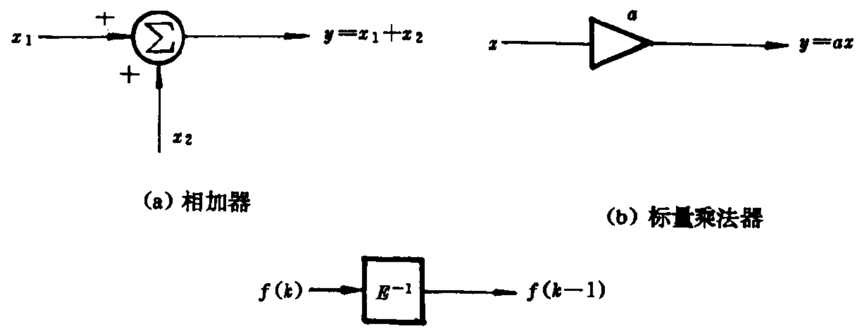
式中 a_i 和 b_j 为常数，$x(t)$和 $y(t)$分别为系统的输入(激励)和输出(响应)。

为了说明离散时间系统是如何对输入信号进行变换和运算的，让我们对一个银行存款问题进行描述。设第 k 个月初向银行存款 $x(k)$元，月利息为 a，每月的利息不取出，用 $y(k)$表示第 k 个月初的本金和利息之和，则可写出这个存款问题的数学模型为

$$y(k)=x(k)+(1+a)y(k-1) \tag{1-11}$$

这是一阶线性差分方程。在这个问题中，存款 $x(k)$是系统输入，$y(k)$是系统输出。容易看出，在 $x(k)$变换为 $y(k)$的过程中进行了三种运算：求和，即 $x(k)+(1+a)y(k-1)$；乘标量，即$(1+a)y(k-1)$；单位延时，即 $y(k)$经单位延时得 $y(k-1)$。可以说，这是离散时间系统所进行的三

种基本运算，如图 1-11 所示。因此，式(1-11)的离散时间系统可用图 1-11 的三种基本运算单元进行模拟，其模拟框图如图 1-12 所示。



(a) 相加器

(b) 标量乘法器

(c) 延时单元

图 1-11　离散时间系统的三种基本运算单元

一般来说，本书讨论的单输入—单输出离散时间系统的数学模型是一个 n 阶常系数线性差分方程，即

$$\sum_{i=0}^{n} a_i y(k-i) = \sum_{j=0}^{m} b_j x(k-j) \qquad (1\text{-}12)$$

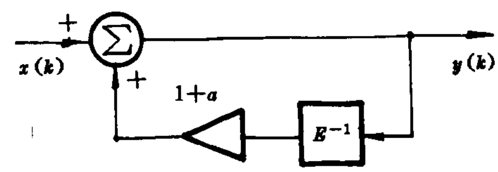


图 1-12　式(1-11)的模拟框图

同信号分类一样，我们也可以从不同角度对系统进行分类，这里主要根据信号与系统的数学模型和特征来分类。为方便，仅讨论单输入—单输出情况，其结论可以推广到多输入—多输出系统中去。

一、连续时间系统与离散时间系统

这是从系统所通过的信号的特征来分类的。连续时间系统的输入和输出信号都是连续时间信号，而离散时间系统的输入和输出信号都是离散序列。但是，也有一种混合系统，例如“A/D”转换器的输入是连续时间信号，而输出是离散时间序列。

二、线性系统与非线性系统

这是从系统的输入输出关系来分类的。所谓线性系统是指同时具备齐次性和叠加性的系统，即同时满足(为方便，用 $x \to y$ 表示系统对输入 x 产生输出 y)

若 $x \to y$，则 $ax \to ay$(齐次性)　　(1-13)

若 $x_1 \to y_1$ 和 $x_2 \to y_2$，则 $x_1+x_2 \to y_1+y_2$(叠加性)　　(1-14)

式中 a 为常数，x 和 y 代表连续或离散时间信号。因此，线性系统的线性是指

$$a_1x_1 + a_2x_2 \to a_1y_1 + a_2y_2 \qquad (1\text{-}15)$$

容易验证，线性微分和差分方程所描述的系统是线性系统。

不具备上述线性特性的系统称为非线性系统。

例 1-1　设系统 $y(k)=kx(k)$，试说明此系统是否为线性系统。

解　容易看出

$$x_1(k) \to y_1(k) = kx_1(k)$$

$$x_2(k) \to y_2(k) = kx_2(k)$$

$$a_1x_1(k)+a_1x_2(k)\rightarrow a_1kx_1(k)+a_2kx_2(k)=a_1y_1(k)+a_2y_2(k)$$

所以系统 $y(k)=kx(k)$是线性系统。

例 1-2 试考察图 1-13 所示 RC 电路是否为线性系统。设输入为电流源 $i(t)$，输出为 RC 电路的端口电压 $U(t)$，开关在 $t=0$ 时闭合。

解 令开关闭合前电容电压为零，即 $U_C(0)=0$，于是有

$$U(t)=Ri(t)+\frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1-16}$$

很明显，式(1-16)满足线性，故此时系统为线性系统。

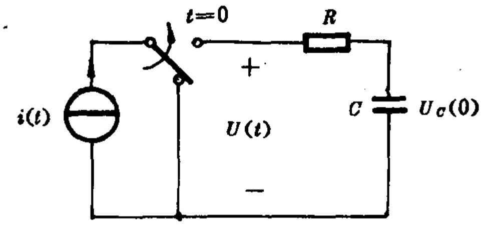


图 1-13 例 1-2 的 RC 电路

若开关闭合前电容电压不为零，即 $U_C(0)\neq 0$，则电路方程为

$$U(t)=\underbrace{U_C(0)}_{\text{零输入响应}}+\underbrace{Ri(t)+\frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau}_{\text{零状态响应}} \tag{1-17}$$

令激励为 $i_1(t)$，则响应为

$$U_1(t)=U_C(0)+Ri_1(t)+\frac{1}{C}\int_0^t i_1(\tau)\mathrm{d}\tau$$

若激励 $i_2(t)=2i_1(t)$，则响应为

$$U_2(t)=U_C(0)+2Ri_1(t)+\frac{2}{C}\int_0^t i_1(\tau)\mathrm{d}\tau\neq 2U_1(t)$$

显然，在 $U_C(0)\neq 0$ 时系统不满足均匀性，系统似乎不该被认为是线性系统。导致这一结论的原因是，系统的初始储能(或称初始状态)不为零。然而，如果把系统的初始状态也看作是对系统的一种激励，并产生零输入响应，则不难验证：初始状态为零时，系统的响应对外加激励呈线性，即零状态线性；外加激励为零时，系统的零输入响应对于初始状态呈线性，即零输入线性。所以，当人们把由常系数线性微分或差分方程所描述的系统称为线性系统时，是指其零输入响应和零状态响应分别线性。

三、时不变系统与时变系统

按系统的参数与时间的关系来分，可将系统分为时不变系统和时变系统。

连续时间的时不变系统满足下列关系：

若 $x(t)\rightarrow y(t)$，则 $x(t-t_0)\rightarrow y(t-t_0)$ (1-18)

式中 t_0 为任意实数。

离散时间的时不变系统满足下列关系：

若 $x(k)\rightarrow y(k)$，则 $x(k-N)\rightarrow y(k-N)$ (1-19)

式中 N 为任意整数。

这就是说，时不变系统响应的波形与输入接入的时刻无关，输入时间的提前和推后仅仅使输出产生同样时间的提前和推后，而输出波形的模式和幅度不变，如图 1-14 所示。

不满足上述关系的系统称为时变系统。

容易验证，常系数线性微分或差分方程描述的是时不变系统，是因为方程的系数是常数，而这些系数又是系统元件参数的函数。所以，时不变系统元件的参数是随时间不变的。显然，