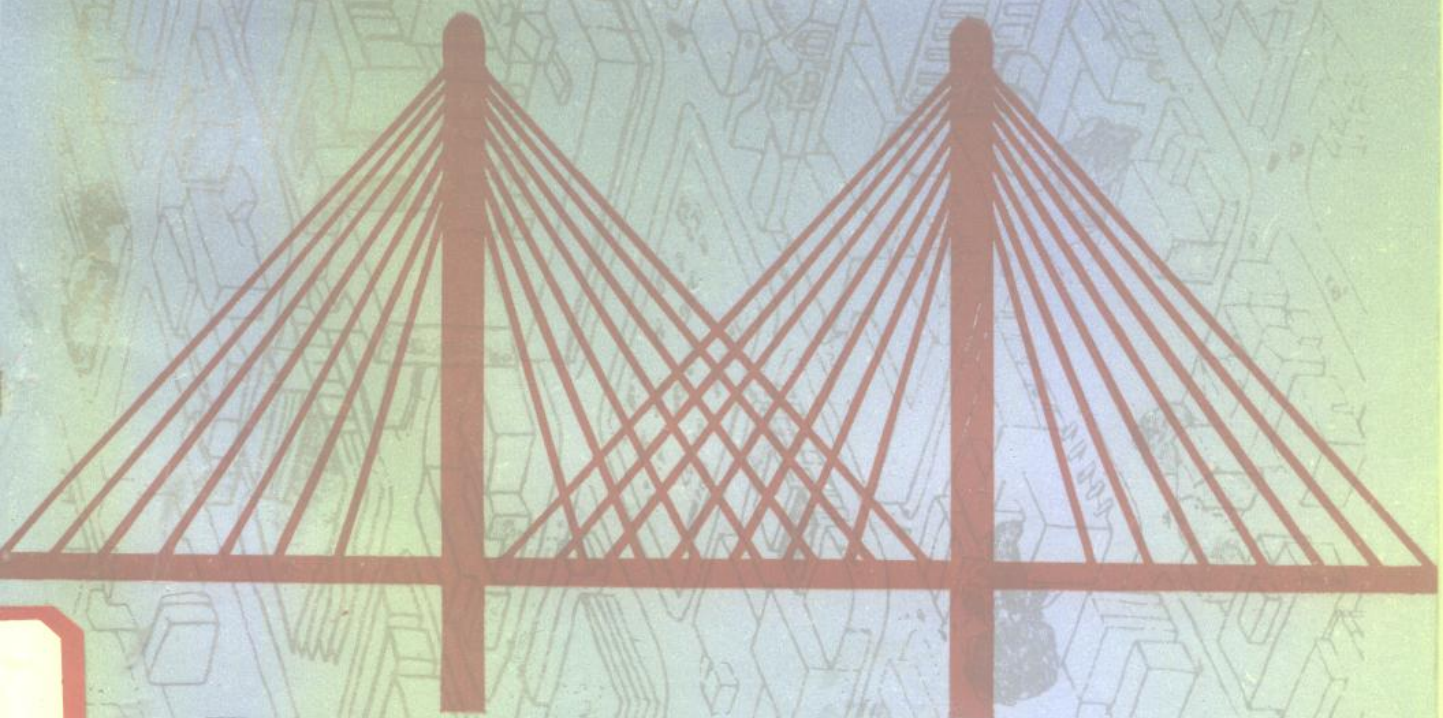


高等学校教材

结构力学

刘尔烈 主编
张振衡 主审



天津大学出版社

高等学校教材

结 构 力 学

刘尔烈 主编

张振衡 主审

天津大学出版社

内 容 提 要

本书是根据 1993 年国家教委工科结构力学课程教学指导小组(扩大)工作会议修订的《高等工业学校结构力学课程教学基本要求》编写的。

全书共十二章,内容包括:绪论,平面体系的几何组成分析,静定结构的内力计算,结构的位移计算,力法,位移法,力矩分配法,结构矩阵分析,影响线,结构的极限荷载,结构的稳定计算,结构的动力计算。

本书可作为土建、水利、道桥等各专业的教材,也可供有关专业和工程技术人员参考。

结 构 力 学

机 械 工 业 出 版 社 编 排 及 印 刷 厂 印

*

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:20 $\frac{1}{4}$ 字数:500 千

1996 年 7 月第一版 1996 年 9 月第一次印刷

印数:1—4000

ISBN 7-5618-0845-3
O·79 定价:22.00 元

前 言

本书是根据一九九三年国家教委工科结构力学课程教学指导小组(扩大)工作会议修订的《高等工业学校结构力学课程教学基本要求》(参考学时范围:120 学时左右)编写的,可作为土建、水利、道桥等各专业“结构力学”课程的教材。

本书编审分工如下:

- 、 刘尔烈(天津大学)担任主编,并编写第一、三、九、十一章;
- 崔思第(天津城市建设学院)编写第二、四章;
- 刘金春(河北工业大学)编写第五、十章;
- 周丽芬(华北水电学院)编写第六、七章;
- 孙大风(华北水电学院)编写第八章;
- 徐振铎(天津城市建设学院)编写第十二章。
- 张振衡(天津大学)担任主审;
- 张学凯(河北工业大学)审查第五、十章。

由于编者水平所限,加之时间仓促,书中难免存在缺点错误,诚恳希望读者批评指正。

编 者

1995 年 10 月

目 录

第一章 绪论	1
§ 1-1 结构力学的研究对象和任务	1
§ 1-2 结构的计算简图	1
§ 1-3 杆系结构的分类	4
§ 1-4 荷载及其分类	5
§ 1-5 结构力学发展简史	6
第二章 平面体系的几何组成分析	8
§ 2-1 概述	8
§ 2-2 几何组成分析的几个概念	8
§ 2-3 几何不变体系的组成规则及举例	10
§ 2-4 体系的几何组成与静力学解答特征的关系	14
习题	15
第三章 静定结构的内力计算	18
§ 3-1 单跨静定梁	18
§ 3-2 多跨静定梁	23
§ 3-3 静定平面刚架	25
§ 3-4 三铰拱	30
§ 3-5 静定平面桁架	36
§ 3-6 静定组合结构	44
§ 3-7 静定结构的特性	46
习题	48
第四章 结构的位移计算	56
§ 4-1 概述	56
§ 4-2 虚功原理	57
§ 4-3 平面杆件结构位移计算的一般公式	64
§ 4-4 静定结构在荷载作用下的位移计算	66
§ 4-5 图乘法	71
§ 4-6 静定结构由于温度改变和支座移动引起的位移计算	75
§ 4-7 互等定理	78
习题	81
第五章 力法	87
§ 5-1 超静定结构的组成和超静定次数的确定	87
§ 5-2 力法原理和力法方程	89
§ 5-3 荷载作用下超静定结构的内力计算	93

§ 5-4 对称性的利用	100
§ 5-5 力法计算超静定拱	105
§ 5-6 温度变化和支座移动情况下超静定结构的计算	109
§ 5-7 超静定结构的位移计算	113
§ 5-8 超静定结构最后内力图的校核	115
习题	117
第六章 位移法	123
§ 6-1 位移法的基本概念	123
§ 6-2 位移法的基本未知量数目	125
§ 6-3 等截面直杆转角位移方程	126
§ 6-4 应用结点及截面平衡条件计算超静定结构	132
§ 6-5 应用基本结构及典型方程计算超静定结构	141
§ 6-6 对称性的利用	147
§ 6-7 力法与位移法比较	149
习题	151
第七章 力矩分配法	156
§ 7-1 力矩分配法的基本概念	156
§ 7-2 力矩分配法计算连续梁和无结点线位移刚架	163
§ 7-3 超静定结构的特性	173
习题	174
第八章 结构矩阵分析	178
§ 8-1 概述	178
§ 8-2 矩阵位移法的基本概念及连续梁的计算	178
§ 8-3 局部坐标系中的单元刚度矩阵	185
§ 8-4 单元刚度矩阵的坐标变换	188
§ 8-5 平面刚架的整体刚度矩阵	190
§ 8-6 支承条件的引入和非结点荷载的处理	195
§ 8-7 平面结构矩阵分析算例	198
§ 8-8 平面刚架静力分析程序	206
习题	214
第九章 影响线	219
§ 9-1 影响线的概念	219
§ 9-2 静力法作简支梁的影响线	220
§ 9-3 机动法作静定梁的影响线	223
§ 9-4 间接荷载作用下的影响线	226
§ 9-5 桁架的影响线	227
§ 9-6 影响线的应用	228
§ 9-7 简支梁的内力包络图和绝对最大弯矩	232
习题	235

第十章 结构的极限荷载	238
§ 10-1 概述	238
§ 10-2 极限弯矩,塑性铰和破坏机构	238
§ 10-3 单跨超静定梁的极限荷载	240
§ 10-4 连续梁的极限荷载	244
§ 10-5 比例加载的几个定理	246
§ 10-6 简单刚架的极限荷载	249
习题	252
第十一章 结构的稳定计算	255
§ 11-1 结构失稳的两种基本形式	255
§ 11-2 计算临界荷载的静力法	257
§ 11-3 计算临界荷载的能量法	259
§ 11-4 弹性支承等截面直杆的稳定计算	262
§ 11-5 变截面杆件的稳定计算	266
习题	267
第十二章 结构的动力计算	270
§ 12-1 概述	270
§ 12-2 单自由度体系的无阻尼自由振动	272
§ 12-3 单自由度体系的无阻尼强迫振动	275
§ 12-4 阻尼对振动的影响	280
§ 12-5 多自由度体系的自由振动	285
§ 12-6 多自由度体系在简谐荷载作用下的强迫振动	293
§ 12-7 多自由度体系在一般荷载作用下的强迫振动	299
§ 12-8 计算频率的近似方法	305
习题	308
主要参考书目	316

第一章 绪 论

§ 1-1 结构力学的研究对象和任务

用建筑材料组成并能支承荷载的建筑物,都可以称为结构,如房屋、桥梁、堤坝、码头等都是结构实例。

结构的类型是多种多样的,从几何观点来看,可分为:杆系结构、板壳结构和实体结构三大类。杆系结构是由若干杆件组成的结构,杆件的长度远大于其横截面的宽度和高度;板壳结构是指厚度尺寸远小于长度和宽度的结构,也称薄壁结构;实体结构是指长、宽、高三个几何尺寸属于同一量级的结构。

结构力学的研究对象是杆系结构,这里所说的结构是狭义地指杆系结构。

结构力学的具体任务是:

1. 分析杆系结构的组成规律和合理形式;
2. 讨论在外界因素(如荷载、温度变化和支座移动等)的影响下,结构的反力、内力和位移的计算原理和方法;
3. 研究结构的稳定性。

掌握结构力学的原理和方法,目的在于保证结构的安全、实用,并使之符合经济、合理的要求。

学习结构力学需要高等数学、理论力学和材料力学等先修课程的知识,而结构力学也将在后续课程:钢结构、钢筋混凝土结构和其它专业课中得到应用。

§ 1-2 结构的计算简图

对结构进行力学分析时,由于实际结构及其受力的复杂性,要完全按照实际情况进行计算是非常困难的,也是不必要的。因此,必须将实际结构作必要的抽象和简化,采用简化了的图形代替实际结构,使其成为既能反映真实结构的主要特征又便于力学计算的模型,这样的图形称为结构计算简图。

选取结构计算简图应遵循以下原则:

- 1) 抓住主要因素,尽可能反映结构的实际情况。
- 2) 略去次要因素,方便结构计算。

由于计算简图的选择直接关系到计算精度和计算工作量的大小,计算简图应根据结构的重要性、计算问题的性质和设计阶段的要求以及计算工具的性能等具体情况来选择。例如,对重要的结构应采用比较精确的计算简图,以提高结构的可靠性。采用电算的计算简图同手算相比,可以选取的复杂一些。

将实际杆系结构简化为计算简图,通常从以下几个方面进行简化。

1. 结构体系的简化

工程中的结构实际上都是空间结构,对空间结构进行计算往往比较复杂,工作量较大。但其中许多结构在一定条件下,可略去影响结构的次要因素,将其分解简化为平面结构,使计算得到简化,并能满足一定的工程精度要求。

2. 杆件的简化

在杆系结构中,当杆件的长度大于它的横截面尺寸(高度或宽度)五倍以上时,通常可近似地认为:杆件变形时,其横截面仍保持平面,杆件截面上的应力可根据截面的内力来确定,杆件的内力仅沿杆长方向变化。因此,在计算简图中,可以用杆轴线来代替杆件,用各杆轴线互相联结构成的几何图形来代替真实结构。

3. 结点简化

杆件与杆件的连接区用杆件轴线的交点表示,称为结点或节点。结点可分为下列三种:

(1)刚结点 刚结点的特征是汇交于结点的各杆端,既不能相对移动,也不能相对转动,即结点处各杆之间的夹角不因结构变形而改变。如图 1-1a 所示为一钢筋混凝土刚架的结点。该结点可以传递力和力矩,其计算简图如图 1-1b 所示。

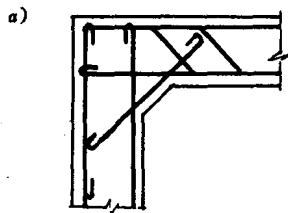


图 1-1

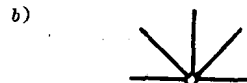
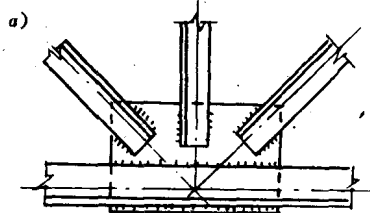


图 1-2

(2)铰结点 铰结点的特征是汇交于结点的各杆端不能相对移动,但各杆可以绕结点自由转动。如图 1-2a 所示钢桁架的结点,根据结点的构造和桁架的受力特点简化为铰结点。铰结点可以传递力,但不能传递力矩。其计算简图如图 1-2b 所示。

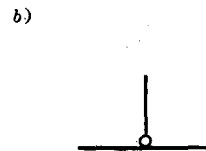
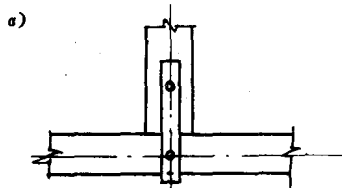


图 1-3

(3)组合结点 组合结点的特征是汇交于结点的各杆端均不能相对移动,但其中一部分杆

件为刚性联结,各杆端不允许相对转动,其余杆件为铰接,允许绕结点转动。如图 1-3a 所示木屋架中的一个结点,其计算简图如图 1-3b 所示。

4. 支座的简化

支座是结构与基础的联结装置。常见的平面结构支座有以下四种:

(1) 可动铰支座 可动铰支座也称滚轴支座(图 1-4)。它的特征是允许被支承的结构既可以绕铰中心(A 点)转动,也可以沿着支承面移动。支座反力只有作用点及作用线均为已知的一个力,如图 1-4b 所示的竖向反力 V 。

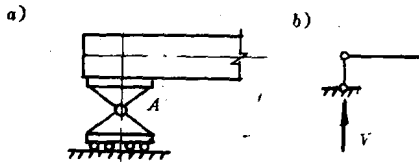


图 1-4

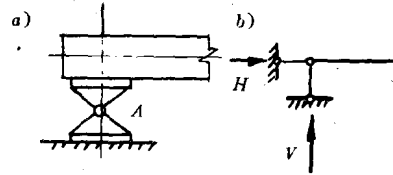


图 1-5

(2) 固定铰支座 固定铰支座(图 1-5)的特征是允许被支承的结构绕铰中心(A 点)转动,但不允许沿支承面移动。支座反力可分解为如图 1-5b 所示的水平反力 H 和竖向反力 V 。

(3) 固定支座 固定支座(图 1-6)的特征是结构与支座联结处既不允许转动,也不允许发生水平和竖向移动。支座反力可分解为如图 1-6b 所示的水平反力 H 、竖向反力 V 和反力矩 M 。

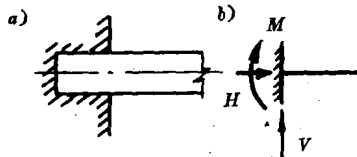


图 1-6

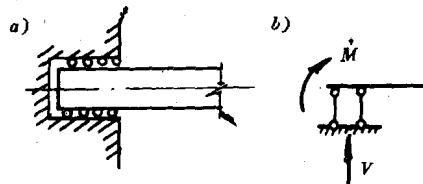


图 1-7

(4) 定向支座 定向支座也称滑移支座(图 1-7)。它的特征是允许被支承的结构沿支承面移动,但不允许有垂直支承面的移动和绕支承端的转动。支座反力可分解为如图 1-7b 所示的竖向反力 V 和反力矩 M 。

5. 荷载和反力的简化

作用于结构上的外力(包括荷载和反力)可以分为体积力和表面力。体积力是指分布在结构内的作用力,如自重和惯性力等;表面力是指分布在结构表面上的作用力,如风压力、水压力及设备重力等。在杆件和支座简化的情况下,无论是体积力还是表面力都可以按静力等效原则简化为作用在杆轴上和支座上的力。根据外力分布状况,荷载可以简化为集中荷载和沿杆轴方向分布的线荷载;反力通常可以简化为集中反力。

6. 材料性质的简化

为了计算的简化,需要将组成结构的材料的性质理想化,即假定建筑材料是连续的、均匀的、各向同性的、完全弹性或弹塑性的。实际上,这些假定对于某些建筑材料,如钢筋混凝土、木材和石料等均带有不同程度的近似性。

下面举例说明计算简图的选取。

图 1-8a 所示为一单跨公路桥,由两个桥墩、若干根梁和面板组成,该桥为空间结构。

结构体系简化:因为梁是按一定间距排列的,故可将一定间距的面板荷载传递到单根梁上,并和梁的自重及反力一起简化到梁轴线所在的竖直平面内。

梁的简化:梁为细长杆,可以用梁的轴线表示梁。当梁端部与桥墩的接触面长度相对较小时,可取梁两端部与桥墩接触面中心的间距作为梁的计算跨长 l 。

支座的简化:由于梁和桥墩之间的摩擦力,梁不能左右移动,但是,当温度变化时,梁仍可伸长或缩短。当梁发生弯曲变形时,梁的两端允许微小转动。因而梁的支承情况可简化为:一端为固定铰支座,另一端为可动铰支座。

荷载的简化:将面板和梁的自重及人群荷载等简化为沿梁轴线分布的均布荷载 q ,对于车辆荷载,因其轮胎和桥面接触面的面积相对较小,可将轮压 P_1 和 P_2 简化为集中荷载。

综上所述,可得计算简图如图 1-8b 所示。

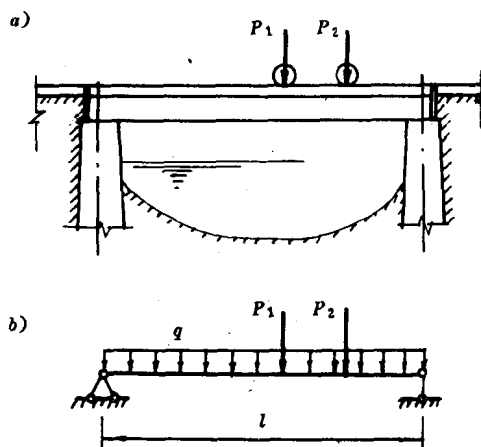


图 1-8

§ 1-3 杆系结构的分类

结构力学研究的结构物是用结构的计算简图来表示的,因此,结构的分类实际上是计算简图的分类。

按空间观点,结构可分为空间结构和平面结构两类。平面杆系结构指的是,组成结构的所有杆件的轴线和荷载的作用线都在同一平面内。平面杆系结构通常分为以下几种类型:

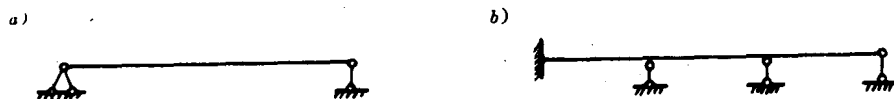


图 1-9

1. 梁

梁是一种受弯杆件,其轴线通常为直线。常见的有单跨梁和多跨梁(图 1-9)。

2. 刚架

刚架是由梁和柱组成的结构,其结点以刚结点为主,也可以有铰结点和组合结点(图 1-10)。

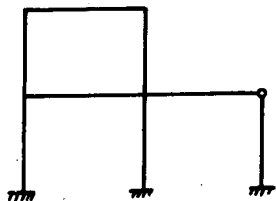


图 1-10

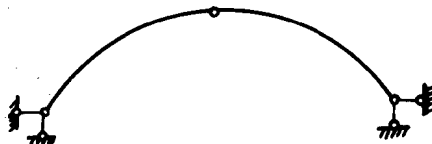


图 1-11

3. 拱

拱是轴线为曲线且在竖向荷载作用下支座处产生水平反力的结构(图 1-11)。

4. 桁架

桁架是由若干直杆在两端用铰联结而成的结构(图 1-12)。

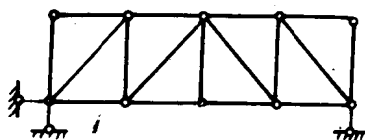


图 1-12

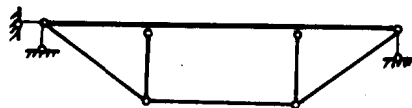


图 1-13

5. 组合结构

组合结构是桁架和梁或桁架和刚架组合在一起构成的结构(图 1-13)。

§ 1-4 荷载及其分类

荷载是指主动作用在结构上的外力。此外,其它外界因素,如温度变化、支座移动和材料收缩等也能引起结构内力和变形,从广义上讲,也可以称为荷载。

合理地确定荷载是正确地进行结构计算的一个重要前提。如果将荷载估计过大,会造成不必要的浪费;如果将荷载估计过小,则可能使结构处于危险状态。因此,确定荷载时应十分慎重,通常可参照有关的《荷载规范》。对于特殊的结构,应结合具体情况专门研究确定。

根据荷载的不同特征,主要有以下几种分类方法:

1. 按荷载的分布状况分类

可以分为集中荷载和分布荷载。若作用在结构上的荷载的分布面积远小于结构的尺寸,则可为荷载是作用在结构的一个点上,将该荷载视为集中荷载,如火车和汽车的轮压等。若荷载沿杆件的长度连续分布,则为分布荷载,如静水压力、土压力等,荷载的大小用单位长度上的作用力——荷载集度来表示。当分布荷载的集度为定值时,称为均布荷载。

2. 按荷载作用时间的久暂分类

可以分为恒载和活载。恒载是指长期作用在结构上不变的荷载,如结构的自重等。活载是指作用在结构上的可变荷载,如人群荷载、吊车荷载等。

活荷载又可分为定位荷载和移动荷载。定位荷载是指在结构上能占有任意位置的荷载,例如,人群荷载和堆货荷载等。移动荷载是指一系列相互平行且间距不变,在结构上移动的荷载,例如,火车、汽车荷载等。

3. 按荷载作用的性质分类

可以分为静力荷载和动力荷载。静力荷载是指荷载的大小、方向和作用位置不随时间变化,或虽有变化但较缓慢不使结构产生明显的加速度,因而可以略去惯性力影响的荷载。风荷载、雪荷载等大多数活荷载在设计中都视为静力荷载。动力荷载是指由于荷载的作用使结构产生明显的加速度,因而惯性力不容忽视的荷载。如地震荷载,机械振动荷载等。

§ 1-5 结构力学发展简史

结构力学是随着人类文明和生产的发展,在建筑实践的基础上,逐步形成、不断开拓的一门力学分支学科。

中国古代建筑有数千年的悠久历史,创造了极为辉煌的成就。

在房屋建筑结构方面,据浙江余姚河姆渡新石器时代遗址考古发现,早在六千年以前,我们的祖先已经建造了木框架结构房屋,单幢房屋长近 30 米,分为 6—7 间。木构件按用途分为桩、柱、梁、板,并采用榫卯联结。这种结构后来得到进一步发展,建造了许多像故宫那样举世闻名的建筑。

在水工结构方面,突出的一例是四川灌县的都江堰,这是公元前 256—251 年秦朝蜀郡太守李冰率领修建的岷江水利枢纽工程。创造了用竹笼装卵石作堤坝结构。这项工程减轻了水患,灌溉农田达 300 多万亩。主体结构至今屹立于大江之上。这种构造简单、规模宏伟的结构堪称世界之最。

在桥梁结构方面,最早有详细文字记载的是公元前 220 年秦始皇下令重修的咸阳渭水大桥。在著名的古桥中,有公元 605—617 年隋朝匠师李春主持修建的河北赵县安济桥,该桥采用单跨石拱结构,跨长 37.37 米,矢高 7.23 米,其造型优美,结构合理,早于欧洲同类结构桥梁 1200 多年。此外,1169 年建于广东潮州的开关活动式桥——广济桥,1701 年建于四川泸定大渡河上的铁索桥——泸定桥,其独特的结构型式,当时在世界上都是绝无仅有的。

在长期的工程实践中,我国古代劳动人民积累了丰富的经验,对结构型式、构件形状、工程计算等方面进行了认真的总结,留下了许多宝贵的文献,如东周时的《考工记》,北宋时的《营造法式》,明代的《鲁班经》等等。其中不少内容至今仍具有重要科学价值。

总的来说,古代工程结构是根据实践经验和粗略计算建造的,当时还没有系统的结构分析理论。直到 15 和 16 世纪,力学在欧洲开始萌芽。17 世纪,人们开始研究材料强度。18 世纪的工业革命,促进了应力应变的研究以及单个杆件的强度和稳定性研究。进入 19 世纪之后,由于资本主义经济的继续发展,工业生产水平的提高,大型厂房、船舶、堤坝以及铁路桥梁的兴建,提出了更为复杂的结构计算问题,促进了桁架和连续梁计算理论的诞生,奠定了结构力学的初步基础。到 19 世纪中叶,结构力学从力学中划分出来成为一门独立的学科。以后,随着钢结构

的广泛应用,结构计算成为结构设计的必要步骤,结构分析理论有了很大发展。建立了利用能量原理计算结构的位移和应用力法计算超静定结构的一般理论。20 世纪初,钢筋混凝土结构开始被广泛应用,出现了刚架等新的结构型式,相应的各种计算理论和方法,如位移法、力矩分配法等相继出现。20 世纪中期以后,又发展了考虑塑性的结构计算理论、结构稳定计算和结构动力学计算理论。随着生产发展和科技进步,新材料新技术的应用,结构物的规模更加大型化,形式更加多样化,受力体系更加复杂化。这就要求有相应的理论分析方法和高效能的计算工具。电子计算机的应用使结构计算跃进到一个新的水平。以计算机为工具的新的结构分析方法——有限单元法(在杆系结构力学中常称为结构矩阵分析)得到迅速的发展和广泛的应用。结构优化设计使结构更加合理、实用和经济。可以说,目前结构力学已进入有史以来发展最快的时期,其应用范围早已超出建筑结构领域,其应用水平也达到前所未有的程度。

近年来,以新技术新材料为主要特征的大跨度的薄壳结构、折板结构、悬索结构、张力结构、悬挂结构、网架结构和充气结构等纷纷问世,大批超高层结构相继建成。例如 1974 年建成的美国芝加哥西尔斯大厦,总高达 443m,总建筑面积达 41.8 万 m^2 。

近代中国由于长期腐朽的封建统治,加之解放前近百年帝国主义的侵略、压迫和掠夺,严重地阻碍了生产发展和科技进步。

解放后,我国结构力学的教学和科研工作得到迅速的发展,一面学习国外的先进成果,一面开展我们自己的研究工作。仅在解放初期短短的十多年内,就在刚架静力学,结构动力学、薄壳结构以及结构的荷载、安全度和极限设计等方面取得了可喜的成果。尤其是改革开放以后,我国学者和工程师对结构力学理论研究和实际应用的步伐大大加快了,在诸如高层结构、复合材料结构、网架结构、地下工程结构以及各种复杂结构的稳定计算和结构的非线性分析等方面都取得了累累硕果,发表了大量论著,设计、建成了大批型式新颖、结构合理的高水平的工程项目。例如,广东国际大厦主楼采用筒中筒钢筋混凝土结构,63 层,高 197m;天津体育中心赛馆采用双层球形网壳结构,直径 135m,覆盖面积 1.43 万 m^2 ,是亚洲最大的穹顶;上海电视塔以巨型空间框架串连复杂网壳球体组成,高 462m 是亚洲第一,世界第三高塔。此外,还有像葛洲坝水利枢纽工程,秦山核电站、齐鲁石化等一批规模宏伟、结构复杂的工业项目,以及上海南浦大桥、郑州黄河公路桥等重点交通项目。我们有理由相信,随着我国四个现代化建设的进程,我国结构力学将迅速赶超世界先进水平。

第二章 平面体系的几何组成分析

§ 2-1 概 述

杆系结构通常是由若干杆件相互联结而组成的体系,并与地基联结成一体,用来承受荷载的作用。但并不是无论杆件怎样组成都能作为工程结构使用。例如图 2-1a 所示的体系,受到任意荷载作用时,若不考虑由于材料应变而引起的变形,体系的位置和形状是不会改变的,这样的体系称为几何不变体系;而图 2-1b 所示的体系,虽不考虑由于材料应变而引起的变形,但即使在很小的荷载作用下,也将引起体系几何形状的改变,这类体系称为几何可变体系。一般工程结构都必须是几何不变体系,而不能采用几何可变体系,否则将不能承受任意荷载而维持平衡。因此,在设计结构和选取其计算简图时,必须判别它是否几何不变,从而决定其能否被采用。这一工作就称为体系的几何组成分析。

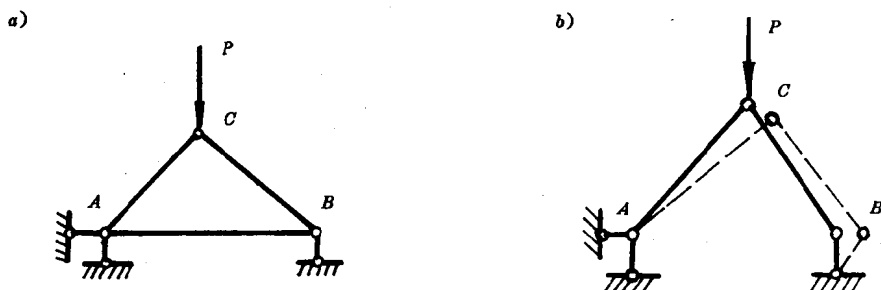


图 2-1

本章只讨论平面体系的几何组成分析。

几何组成分析的目的在于:

- 1) 判别某一体系是否几何不变,从而决定它能否作为结构。
- 2) 在结构计算时,根据体系的几何组成,判定结构是静定的,还是超静定的,以便选取相应的计算方法。
- 3) 进行几何组成分析,可以搞清结构各部分在几何组成上的相互关系,便于我们选择简便合理的计算顺序。

§ 2-2 几何组成分析的几个概念

对体系进行几何组成分析时,判断一个体系是否几何不变涉及到体系运动的自由度。所谓自由度就是确定体系位置所需要的独立的几何参变量的数目。例如一个点在平面内自由运动时,其位置需要用两个独立的坐标 x 和 y 来确定(图 2-2a),所以一个点在平面内有两个自由

度。

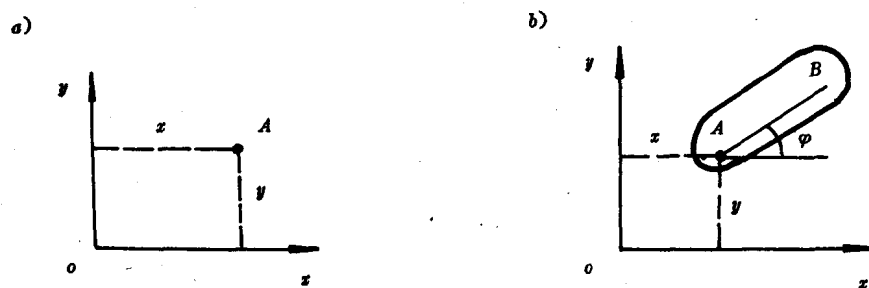


图 2-2

在几何组成分析中,由于不考虑杆件本身的变形,于是可以把一根梁,或由若干杆件构成的已知是几何不变的部分,看作是一个刚体。平面内的刚体称为刚片。

一个刚片在平面内自由运动时,其位置可由它上面的任一点 A 的坐标 x 、 y 和任一直线 AB 的倾角 φ 来确定(图 2-2b),因此一个刚片在平面内有三个自由度。

支承结构的基础,当不考虑其本身的变形时,在平面问题中也可以看作为一个刚片。但这种刚片是不动刚片,它的自由度为零。

体系的自由度,将因加入限制运动的联结装置而减少。减少自由度的装置称为联系(或约束)。

用一根链杆将一个刚片与基础相联结(图 2-3a),因 A 点不能沿链杆方向移动,故刚片只有两种运动方式: A 点绕 C 点转动,刚片绕 A 点转动。此时刚片的位置只需用两个参数如链杆的倾角 φ_1 和刚片上任一直线的倾角 φ_2 即可确定。该刚片的自由度已由 3 减少为 2,故知一根链杆相当于一个联系。

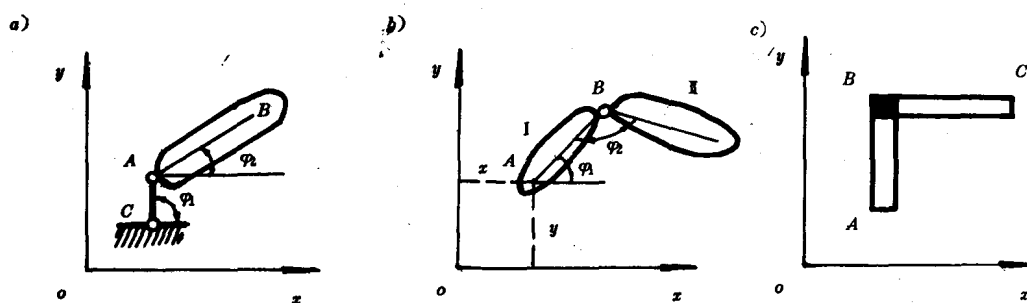


图 2-3

用一个铰 B 把两个刚片联结起来(图 2-3b),这种联结两个刚片的铰称为单铰。当刚片 I 的位置由 A 点的坐标 x 、 y 和倾角 φ_1 确定后,刚片 II 只能绕 B 点转动,其位置只需一个参数 φ_2 即可确定。这样两个刚片的自由度由 6 减少为 4。故知一个单铰相当于两个联系。

图 2-3c 所示为两个刚片 AB 和 BC 在 B 点联结成一个整体,其中的结点 B 称作刚性结点。原来的两个刚片在平面内共有 6 个自由度,刚性联结为整体后,只有 3 个自由度,故知一个刚性联结相当于 3 个联系。

如果在一个体系中增加一个联系,而体系的自由度并不因此而减少,则此联系称为多余联系。

例如,平面内一个自由点 A 原来有两个自由度。如果用两根不共线的链杆①和②把 A 点与基础相联(图 2-4a),则 A 点即被固定,因此减少两个自由度,可见链杆①和链杆②都是非多余联系。

如果用三根不共线的链杆把 A 点与基础相联(图 2-4b),实际上仍只减少两个自由度,因此这三根链杆中只有两根是非多余联系,而第三根是多余联系(可把三根链杆中的任何一根视为多余联系)。

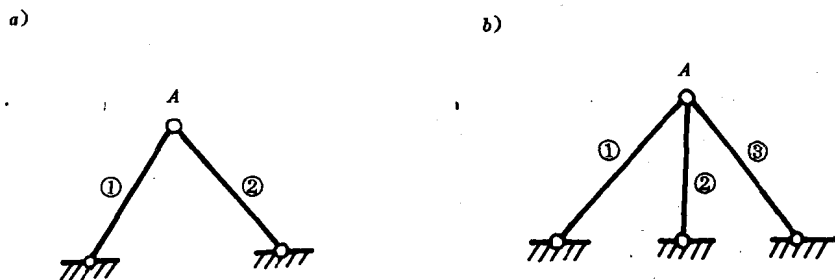


图 2-4

由此可知,一个体系中如果有多个联系存在,那么,应当分清楚哪些联系是多余的,哪些联系是非多余的。

§ 2-3 几何不变体系的组成规则及举例

体系的几何不变性是由体系的各刚片之间有足够的联系,且这些联系布置合理这两个条件来保证的。

在图 2-1a 所示的体系中,杆件 AB 、 BC 、 CA 之间用 A 、 B 、 C 三个单铰两两相联,构成了无多余联系的几何不变体系。这种由三个不共线的铰相互联结而成的三角形不变体系的规律称为铰结三角形几何不变规律。它是无多余联系几何不变体系组成的基本规律。为了分析问题方便起见,有时可以把一根链杆当作一个刚片;而一个刚片如果只用两个铰与其它体系相联结,也可以当作一根链杆。于是上述“三角形规律”通常采用如下的三个规则表达。

三刚片联结规则:三个刚片用不在同一直线上的三个铰两两相联,则所组成的体系为几何不变体系,且无多余联系。

图 2-5a 所示的三个刚片 I、II、III 由 A 、 B 、 C 三个单铰两两相联。假定刚片 I 不动,我们来研究各刚片之间相对运动的可能性。由于刚片 II 与刚片 I 用铰 A 相联,故刚片 II 只能绕铰 A 转动,其上 C 点的运动轨迹是以 A 为圆心,以 AC 为半径的圆弧;而刚片 III 与刚片 I 用铰 B 相联,刚片 III 只能绕 B 点转动,其上 C 点的运动轨迹是以 B 为圆心、以 BC 为半径的圆弧。而实际上刚片 II、III 是用铰 C 相联结的, C 点既是刚片 II 上的点,也是刚片 III 上的点,它不可能同时沿两个方向不同的圆弧运动,只能在两个圆弧的交点处固定不动。于是各刚片间不可能发生任何相对运动。故该体系是几何不变的,且无多余联系。

两刚片联结规则:两刚片之间由一单铰与一根不通过铰的链杆相联结,则所组成的体系为几何不变体系,且无多余联系。