李伯谅编著

材料力学总复习与计算新方法

中山大学出版社

材料力学总复习与计算新方法

李伯谅　编著

中山大学出版社

内 容 简 介

本书是一本学习材料力学的参考书；也可作为材料力学习题讨论课的试用教材。根据多学时材料力学课程教学基本要求，本书从数百道材料力学习题中，归纳出68类典型习题（包括152道例题和讨论题）。书中还详述了一些具有明显优点的材料力学计算新方法。

本书适用于各种层次的工科大学生阅读；也可供一般工程技术人员参考。

材料力学总复习与计算新方法

李伯谅 编著

中山大学出版社出版发行
广东省新华书店经销
韶关新华印刷厂印刷

787×10902毫米 32开本 8.75印张 20万字
1991年11月第1版 1991年11月第1次印刷
印数：1-5300册

登记证号(粤)第11号
ISBN 7—306—00455—7
O·35 定价：6.90元

前　言

材料力学是一门与工程实际紧密联系的基础学科。要学好材料力学，既要掌握基本理论，又要重视习题演算。本书的第一部分是“材料力学总复习”。遵照“少而精”的教学原则和“启发式”的教学方法，为了使学生能用较少的时间掌握大量习题的解题方法，本书将数百道材料力学习题归纳成68类典型习题（包括152道例题和讨论题），每类习题又细分为解题步骤、解题注意事项、习题演算和讨论四部分讲述。其中的讨论题是根据典型习题的难点和学生在解题中常犯的错误，以问题的方式提出来，尔后又给出正确的解答。

本书的第二部分（附录）是作者自己提出的几种材料力学计算新方法。实践证明，学生掌握这些计算新方法后，在材料力学考试中，普遍能提高成绩20至30分。其中“求梁变形的新方法——悬梁法”已由华中理工大学鉴定为“较现在教科书上的各种方法有明显优点”的求梁变形方法。南京建工学院等四院校合编的材料力学教材和华中理工大学自编的工程力学教材均将“悬梁法”编入教材中。

本书由中国力学学会理事、华中理工大学固体力学专业博士导师黄玉盈教授和华南建设学院许建伟老师审稿，他们对本书提出了很多宝贵意见，在此表示衷心感谢。

本书可供工科大学生阅读，对职大、电大和函授学生，更

能起到课外“辅导教师”的作用；也可供一般工程技术人员参考。限于编著者水平，书中错漏之处，敬请力学同行和读者批评指正。

值本书出版之际，谨向本书所选习题的各书编著者致以深切的谢意。

编著者

1991年3月于广州

目　录

第一章　拉伸与压缩

一、基础知识

1. 材料力学的基本假设

(1) 连续、均匀假设

假设物体在其整个体积内都毫无空隙地充满了物质；且物体的力学性质各处都一样。

(2) 各向同性假设

假设物体沿不同方向具有相同的力学性质。常用的工程材料如钢、塑料以及浇注得很好的混凝土等，都可以认为是各向同性材料。如果材料沿不同方向具有不同的力学性质，则称为各向异性材料。在材料力学中所研究的主要限于各向同性材料。

(3) 弹性假设

当作用在物体上的外力不超过某一限度时，可将物体看成为完全弹性体。

(4) 小变形假设

假设物体受力后，其变形与构件的原始尺寸相比是很微小的。根据这个假设，在物体建立变形后的平衡方程时，仍可用变形前物体的尺寸和力的作用位置来代替变形后物体的尺寸和力的作用位置。同时，在计算中，对于表示物体变形的某些量值的二次幂、乘积以及二次以上的高次幂等都可以略去不计。小变形假设也是以后分析力和变形的叠加原理的

基础。

2． 轴向拉(压)杆件

杆件横截面形心的连线称为杆的轴线。轴线为直线的杆件称为直杆。如果作用在直杆上的外力或其合力的作用线与直杆的轴线重合，则产生轴向拉伸或压缩变形，这些杆件就称为轴向拉(压)杆件。

3． 轴力与轴力图

由外力作用而引起物体内部的一部分与另一部分之间的相互作用力称为内力。轴向拉(压)杆件横截面上的内力，因其作用线与杆件轴线重合，故称为轴力，用字母 N 表示。轴力 N 规定以拉力为正；压力为负。轴力的单位为牛顿(N)或千牛顿(kN)。

物体破坏之前，其内力既表示外力在物体内造成的破坏能力，也表示杆件抵抗破坏的能力。物体断裂破坏后，杆件抵抗破坏的能力已全部消失；而外力在物体内的破坏能力依然存在。因为在对杆件作强度校核之前还不知道物体是否会破坏，所以材料力学中所研究的内力，实质上是指外力在物体内造成的破坏能力。

表示轴力随横截面位置变化的图形称为轴力图。

4． 截面法

截面法是求内力的一般方法。求杆件某横截面的轴力时，假想从该横截面将杆件截开，同时加上正号轴力，然后取受力较少的一段杆为分离体，再由此分离体沿轴向的平衡方程求解轴力的大小和正负号。

5． 正应力

应力是内力的聚集程度，即单位面积上的内力。它表示外力在局部截面上造成的破坏能力。垂直于截面的应力分量

称为正应力，用字母σ表示；沿着截面的应力分量称为剪应力，用字母τ表示。轴向拉、压杆的横截面上只有正应力，且平均分布，所以横截面上各点的正应力等于该截面的平均应力。正应力的正负号与轴力一致，拉应力为正，压应力为负。过拉、压杆内某点的横截面上的正应力为过同一点各斜截面上的正应力之最大值。各段杆横截面上正应力之最大值，称为整根拉、压杆的最大工作应力，即最大正应力。应力的单位为牛顿/平方米（N/m^2）即帕（Pa）。

6． 轴向拉(压)时的变形・线应变

轴向拉(压)杆件受力后沿轴线的伸长(或缩短)，称为杆件的纵向变形；其垂直于轴线方向的缩短(或伸长)，称为杆件的横向变形。

杆件沿轴线方向每单位长度的伸长(或缩短)称为纵向线应变；沿垂直于轴线方向每单位长度的伸长(或缩短)称为横向线应变(图 1-1)。

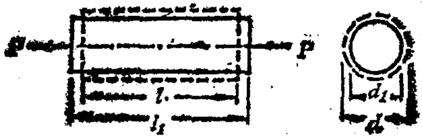

图 1-1

纵向变形　$\Delta l = l_1 - l$

纵向线应变　$\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$

横向变形　$\Delta d = d_1 - d$

横向线应变　$\varepsilon' = \dfrac{\Delta d}{d}$

7． 虎克定律・泊松比

(1) 虎克定律

当轴向受拉(压)杆内的应力不超过材料的比例极限时，应力与应变成正比，其比例常数称为材料的弹性模量，用字母E表示。

(2) 泊松比

当受拉(压)杆内的应力不超过材料的比例极限时，横向线应变ε'与纵向线应变ε之比的绝对值为一常数，此常数称为泊松比，用字母μ表示。且有

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon$$

8. 极限应力

(1) 屈服极限

应力变化不大而应变显著增加时的应力最低值，称为屈服极限，以σ_s表示。

(2) 强度极限

材料在断裂前所能承受的最大名义应力值，称为强度极限，以σ_b表示。

9. 轴向拉伸(压缩)的强度条件

保证拉伸(压缩)杆件不破坏而规定其最大工作应力不得超过材料的许用应力(许用应力等于极限应力除以大于1的安全系数)。

10. 轴向拉伸(压缩)的刚度条件

保证拉伸(压缩)杆件正常工作而限制其纵向变形不得超过允许的变形值。

11. 位移

受力物体变形时，物体内一点位置改变的直线距离或物体内一线段方向改变的角度。

12. 变形谐调条件

根据结构或杆件变形后各段杆既不分离，也不叠合的制约条件，作出位移图（或变形图），由位移图（或变形图）的几何关系列出各变形相互关系的方程。

二、主要公式

1. 横截面的正应力公式

$$\sigma=\frac{N}{A}$$

A——横截面面积

2. 任意斜截面的应力公式（图1-2）

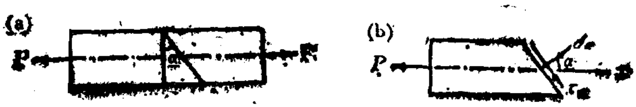

图 1-2

$$\sigma_{\alpha}=\sigma\cdot\cos^{2}\alpha,\quad \tau_{\alpha}=\frac{1}{2}\sigma\sin2\alpha$$

3. 虎克定律表达式

$$\Delta l=\frac{Nl}{EA}\quad 或 \quad \sigma=E\varepsilon$$

4. 泊松比计算公式

$$\mu=\left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right|$$

5. 轴向拉（压）时的强度条件

$$\sigma_{max}=\frac{N}{A}\leqslant[\sigma]$$

6. 许用应力计算公式

$$[\sigma]=\frac{\sigma^0}{n}$$

$$\sigma^0=\begin{cases}\sigma_s & （塑性材料）\\ \sigma_b & （脆性材料）\end{cases}$$

三、习题主要类型

1. 求轴力和作轴力图问题

（1）解题步骤

① 根据截面法求各段杆的轴力。

② 以横截面位置为横坐标，以各截面的轴力为纵坐标，分别作出各段杆的轴力图。

（2）注意事项

① 在应用“截面法”将杆截开之前，不允许对外力进行简化。

② 熟悉轴力的正负号规则。

（3）习题演算

等截面直杆的受力情况如图 1-3(a)所示，$P_1=40kN$，$P_2=55kN$，$P_3=25kN$，$P_4=20kN$。试计算各段杆的轴力，并作出轴力图。

【解】

1）求A端支反力　任设R_A的方向，如图 1-3(a)，由杆

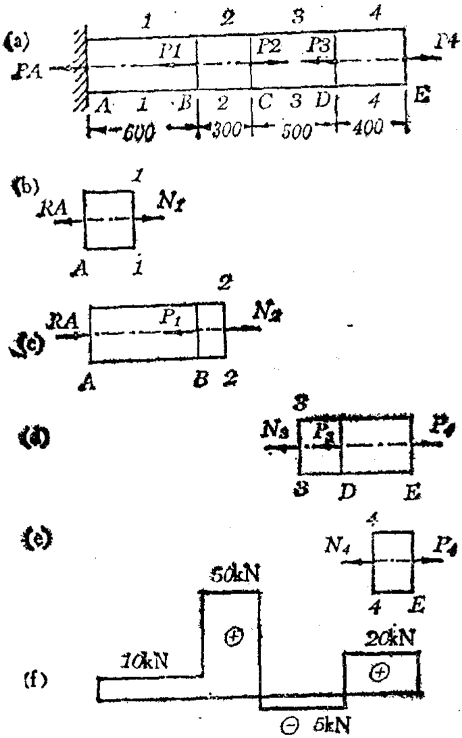

图 1-3

的平衡方程

$$\sum X = 0, \quad -R_A - P_1 + P_2 - P_3 + P_4 = 0$$

得 $R_A = -P_1 + P_2 - P_3 + P_4 = -40 + 55 - 25 + 20 = 10\text{kN}$

结果为正号表示R_A的实际方向与假设方向相同。

2）求各段杆的轴力　AB段：用截面法从AB段的任一横截面1-1处将杆截开，取外力较少的$A1$段为分离体，同时在1-1截开面上加上正号轴力N_1，由平衡方程

$$\sum X = 0, \quad N_1 - R_A = 0$$

得 $N_1 = R_A = 10\text{kN}$

结果为正号，表示N_1为拉力。

同理BC段 $N_2 = R_A + P_1 = 10 + 40 = 50\text{kN}$

CD段 取外力较少的3-E段为分离体，由平衡方程

$$\sum X = 0, \quad -N_3 - P_3 + P_4 = 0$$

得 $N_3 = -P_3 + P_4 = -25 + 20 = -5\text{kN}$

结果为负号，表示N_3为压力。

同理DE段 $N_4 = P_4 = 20\text{kN}$

3）讨论 在所有求轴力的平衡方程中都未出现P_2，是否N_1、N_2、N_3、N_4与P_2无关？

【答】 N_3、N_4与P_2无关；但N_1、N_2与R_A有关，而R_A与P_2有关，故N_1、N_2与P_2有关。

（4）作轴力图

按前述作轴力图的方法，作出杆的轴力图如图1-3(f)所示。

2. 杆件的强度校核(包括求最大轴力和计算截面尺寸)问题

（1）解题步骤

① 作轴力图。

② 求最大正应力。

等截面杆的最大正应力发生在最大轴力的横截面处；等轴力杆的最大正应力发生在最小横截面处；对于变截面、变轴力杆，有时难以确定最大正应力的位置，应分别计算各段杆横截面的正应力进行比较。

③ 取许用应力或计算许用应力。

④ 将最大正应力(或其表达式)和许用应力代入强度条

件，进行强度校核；或求出杆件能承受的最大轴力；或求出杆件所需的最小横截面积。

(2) 注意事项

① 熟悉由自重引起轴向分布力的计算。

② 正确地确定最大正应力所在的横截面位置。

(3) 习题演算

图 1-4 (a)、(b)所示用螺栓将两块钢板联结在一起的普通螺栓联接头，受拉力P的作用。已知拉力$P=100$kN，钢板厚$\delta=0.8$cm，宽$b=10$cm，螺栓直径$d=1.6$cm，钢板的许用应力$[\sigma]=17\times10^4$kN/m^2，试校核钢板的强度。

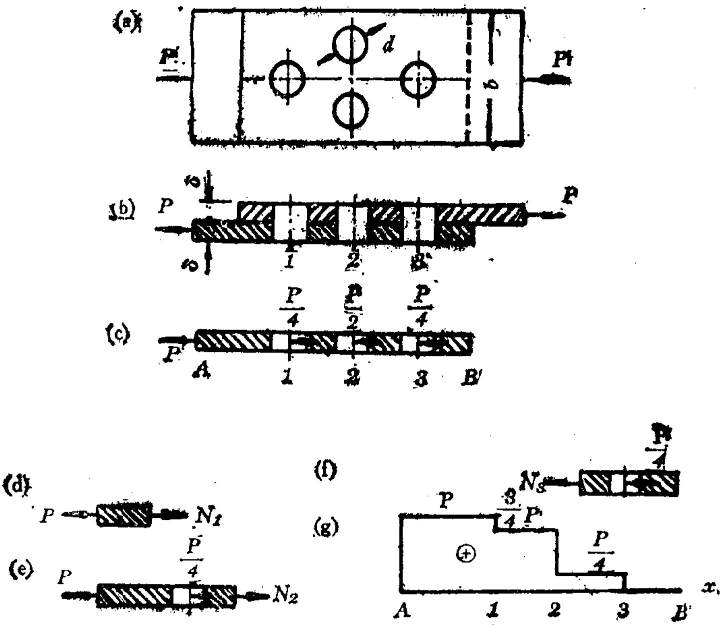

图 1-4

【解】 因上、下钢板的结构和受力情况相同。故可任取下板进行校核。又因外力通过四个螺栓组的组合截面形心，故各螺栓的受力相等。

1）求板的轴力并作出轴力图

A-1段 $\sum X=0$，$N_1=P$

1-2 段 $\sum X=0$，$N_2+\dfrac{P}{4}-P=0$，$N_2=\dfrac{3}{4}P$

2-3 段 $\sum X=0$，$N_3=\dfrac{P}{4}$

轴力图：图1-4(g)。

2）求最大正应力 因 3 截面处只有一个螺栓孔削弱，所以其横截面积较 2 截面大；且由轴力图中看出 3 截面的轴力较 2 截面的轴力小，所以最大正应力不会发生在3截面处。故仅需计算 1、2 截面的正应力。

$$\sigma_{1截面}=\frac{N_1}{A_1}=\frac{P}{\delta(b-d)}=\frac{100}{0.008(0.1-0.016)}$$

$$=14.9\times10^4\mathrm{kN/m^2}$$

$$\sigma_{2截面}=\frac{N_2}{A_2}=\frac{3P/4}{\delta(b-2d)}=\frac{3\times100}{4\times0.008\times(0.1-2\times0.016)}$$

$$=13.8\times10^4\mathrm{kN/m^2}$$

3）强度校核

$$\sigma_{max}=\sigma_{1截面}=14.9\times10^4\mathrm{kN/m^2}<[\sigma](=17\times10^4\mathrm{kN/m^2})$$

钢板满足强度要求。

4）讨论

① 有人认为用截面法从图 1-4(a)的2-2 截面截开，得到该截面上的内力 $N_2=P$。这种说法有何错误？

② 如果将上述联结件转成铅垂方向，并考虑钢板的自

重作用(设下板长为 l，比重为 γ)，问其轴力图有何变化?

【答】:

① 这种说法的错误是将上、下板当作一根整体杆来分析。事实上，上板与下板是通过四个螺栓联接的两个物体，右边的 P 力是平均分配到四个螺栓上再传到下板的，故下板的受力图如图 1-4(c)所示，其 2-2 截面稍左的轴力为

$N_{2(左)}=\dfrac{3}{4}P$，稍右的轴力为 $N_{2(右)}=\dfrac{P}{4}$。

② 由自重引起的轴向分布力如图 1-5(a) 所示(略去孔的削弱)。故下板的轴力图应在原轴力图基础的上叠加上图1-5(b)的轴力图。

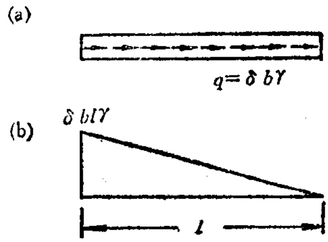

图 1-5

3. 薄壁圆环的强度校核问题

(1) 解题步骤

① 计算圆环横截面的轴力。用截面法从圆环的对称轴截开，取任一半圆环为分离体，在分离体有材料的截面处分别加上正号轴力 N；在分离体的空间截面处加上圆环原来的圆周分布力 p，如图 1-6(b)，再由垂直于截面方向的平衡条件求解轴力 N。

② 将求出的轴力(或轴力表达式)、圆环的截面积和许用应力代入强度条件进行强度校核；或计算最大圆周分布力；或计算最小圆环厚度。

(2) 习题演算

一内径为 $2r$、厚度为 t、宽度为 b 的薄壁圆环，在圆环