線性與非線性電路

習題與問題詳解

〔美〕蔡少棠　葛守仁　等著

曉園出版社
世界圖书出版公司

内 容 简 介

本书是享有盛名的美籍华人蔡少棠、葛米仁等教授所著《线性与非线性电路》一书的习题与问题详解。

线性与非线性电路习题与问题详解

蔡少棠　葛守仁　等原著

高亚玮　朱国华　　译著

*

晓园出版社

世界图书出版公司北京重印

北京朝阳门内大街137号

通州印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

*

1992年10月第一版　　开本 711×1245　1/24

1992年10月第一次印刷　　印张:29

印数:0001－1550

ISBN:7－5062－1330－3/TN·10

定价:21.60元(W_B9201/29)

前　　言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

線性與非線性電路詳解

（目　　錄）

第一章　克希荷夫定律

〔習題〕

1.4-1　寫出在圖 4.1c 中下列敘述的意義：

(a) $i_k(t_1) = -2\text{mA}$

(b) $i_2(t_1) = 4\text{A}$

(c) $-v_k(t_1) = 5\text{V}$

解　(a)在時間 t_1 時，第 k 支路中有 -2mA 的電流流入節點 k 中（與箭頭方向相反）。

(b)在時間 t_1 時，第 2 支路中有 -4A 的電流流出節點 2（與箭頭方向相同）。

(c)在時間 t_1 時節點 k 之電壓較節點 h 之電壓低（小）5V。

1.4-2　證明電壓迴路②－③－⑤－②中，電壓 v_{2-3}，v_{3-5}，v_{5-2} 之和等於零。

解

$$v_{2-3} = e_2 - e_3$$

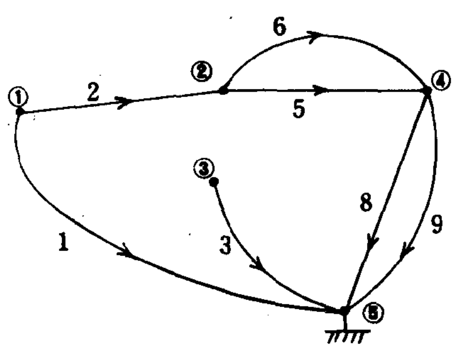
$$v_{3-5} = e_3 - e_5$$

$$v_{5-2} = e_5 - e_2$$

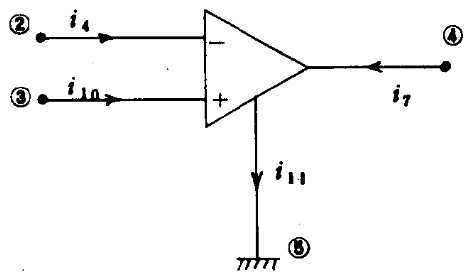
$$v_{2-3} + v_{3-5} + v_{5-2} = e_2 - e_3 + e_3 - e_5 + e_5 - e_2 = 0$$

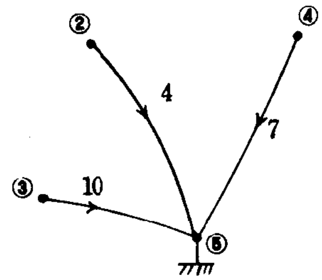
1.5.2-1 證明圖 4-4 中的運算放大器（op-amp）電路的指向圖（digraph）是圖 5.8。假設運算放大器的節點 5 為參考節點（datum node）。

解　我們依照課本所敘方法，先將 op-amp 去掉後可得到



然後將 op-amp 以多端元件之方法畫出指向圖（digraph）





和上圖合併，便可得到圖 5.8 。

（若用直接畫出，其結果也相同）。

1.5.2-2 選節點 5 爲參考點（ datum node ），試證圖 5.8 中的 10 個支路電壓 v_1 , v_2 ⋯ , v_{10} ，依KVL 可以用四個節點到參考點的電壓 e_1 , e_2 , e_3 , e_4 表示如下：

$$
\begin{array}{lll}
v_1 = e_1 & , & v_6 = e_2 - e_4 \\
v_2 = e_1 - e_2 & , & v_7 = e_4 \\
v_3 = e_3 & , & v_8 = e_4 \\
v_4 = e_2 & , & v_9 = e_4 \\
v_5 = e_2 - e_4 & , & v_{10} = e_3
\end{array}
$$

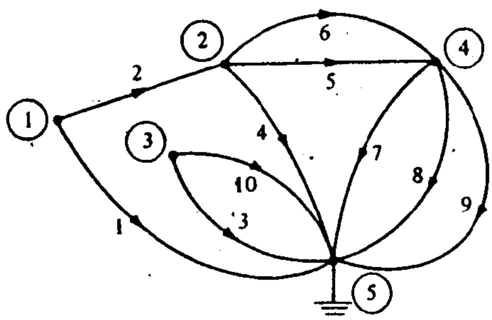


圖 5.8

解 參見圖5.8

∵ $e_5 = 0$

① $v_1 = e_1 - e_5 = e_1$

②由 KVL

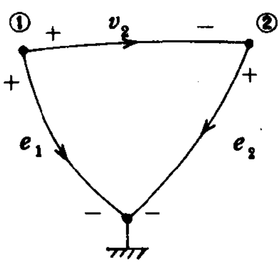
$e_1 = v_2 + e_2$

$v_2 = e_1 - e_2$

③ $v_3 = e_3 - e_5 = e_3$

④ $v_4 = e_2 - e_5 = e_2$

⑤ $e_2 = v_5 + e_4$



$v_5 = e_2 - e_4$

⑥ $e_2 = v_6 + e_4$

$v_6 = e_2 - e_4$

⑦ $v_7 = e_4 - e_5 = e_4$

⑧ $v_8 = e_4 - e_5 = e_4$

⑨ $v_9 = e_4 - e_5 = e_4$

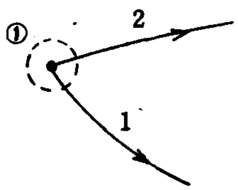
⑩ $v_{10} = e_3 - e_5 = e_3$

1.5.2-3　試證圖 5.8 中，節點 1，2，3，4 之 KCL 方程式可表示如下：

$$i_1 + i_2 = 0$$
$$-i_2 + i_4 + i_5 + i_6 = 0$$
$$i_3 + i_{10} = 0$$
$$-i_5 - i_6 + i_7 + i_8 + i_9 = 0$$

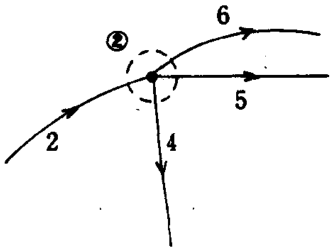
解　①由 KCL

$i_1 + i_2 = 0$

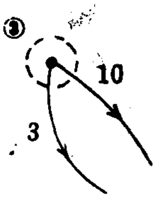


② $i_2 = i_5 + i_6 + i_4$

$-i_2 + i_4 + i_5 + i_6 = 0$

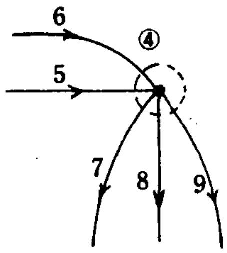


③ $i_3 + i_{10} = 0$



④ $i_5 + i_6 = i_7 + i_8 + i_9$

$-i_5 - i_6 + i_7 + i_8 + i_9 = 0$



1.5.2-4 將式(5.3)和(5.4)表示成矩陣形式，其中 $\mathbf{v}=[\,v_1\,,\,v_2\,,\cdots v_{10}]^T$，$\mathbf{i}=[\,i_1\,,\,i_2\,,\cdots\,i_9]^T$，$\mathbf{e}=[\,e_1\,,\,e_2\,,\,e_3\,,\,e_4]^T$，此處 T 表示矩陣的轉置。

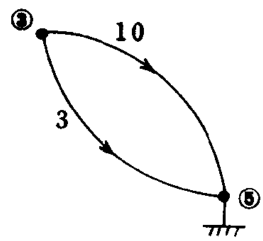
解

$$\begin{bmatrix} v_1\\ v_2\\ v_3\\ v_4\\ v_5\\ v_6\\ v_7\\ v_8\\ v_9\\ v_{10}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\1&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&1&0&-1\\0&1&0&-1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e_1\\e_2\\e_3\\e_4\end{bmatrix}$$

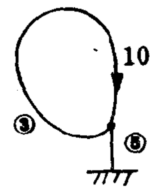
$$\begin{bmatrix}1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&-1&0&1&1&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&-1&-1&1&1&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1\\i_2\\i_3\\i_4\\i_5\\i_6\\i_7\\i_8\\i_9\\i_{10}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix}$$

.5.2-5 當圖 4.4 中的支路 3 短路時，節點③和⑤將被簡化成一個節點。試證圖 5.8 中將包含一自迴圈（ self - loop ）。（註：自迴圈由一個支路和一個節點所組成）。

解 當支路 3 存在時，



當支路 3 短路時，



即成爲一自迴圈。

1.5-4　參考圖5.15

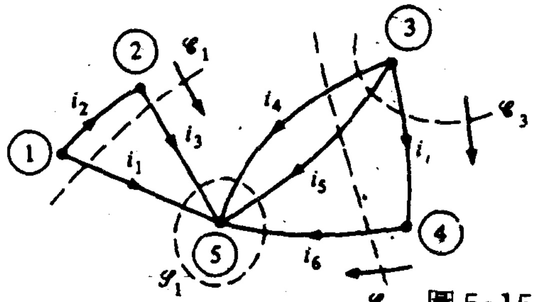


圖 5-15　切集之指向圖

(a) $\{\beta_1, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6\}$ 是一個切集（cut set）嗎？

(b)列出所有圖 5.15 中的切集。

解　(a)是的，由定義知

①當 $\beta_1, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6$ 全移走時，圖 5.15 成爲一非連接指向圖（unconnected digraph）。

②當移去 $\beta_1, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6$ 任一支路時，圖 5.15 仍爲一連接指向圖（connected digraph）。

(b) $\{\beta_1, \beta_3\}$

$\{\beta_4, \beta_5, \beta_6\}$

$\{\beta_4, \beta_5, \beta_7\}$

$\{\beta_1, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6\}$

$\{\beta_2, \beta_3\}$

$\{\beta_1, \beta_2\}$

$\{\beta_6, \beta_7\}$

1.6-2　(a)證明 (6.3) 式中的四個方程式是線性相關的（linearly dependent）。

(b)證明 (6.3) 式中任三個方程式皆是線性獨立的（linearly independent.）

解　(a) $K_1[i_1+i_2-i_6]+K_2[-i_1-i_3+i_4]$

$+K_3[-i_2+i_3+i_5]+K_4[-i_4-i_5+i_6]=0$

可得到一組非零解

$$K_1 = \quad K_2 = \quad K_3 = \quad K_4$$

故得證(6.3)式中之四個方程式為線性相關。

(b)用同樣的方法，若令

$$f_1 = i_1 + i_2 - i_6$$
$$f_2 = -i_1 - i_3 + i_4$$
$$f_3 = -i_2 + i_3 + i_5$$
$$f_4 = -i_4 - i_5 + i_6$$

則下列四方程式

$$af_1 + bf_2 + cf_3 = 0$$
$$af_1 + bf_3 + cf_4 = 0$$
$$af_2 + bf_3 + cf_4 = 0$$
$$af_2 + bf_4 + cf_1 = 0$$

皆不能得到除 $a=0$，$b=0$，$c=0$ 以外的一組解，故證實本題(b)之敘述。

1.7-2 考慮任一電路的指向圖（digraph）。假設對 $t \geq 0$，$\mathbf{v}(t)$ 滿足KVL，$\mathbf{i}(t)$ 滿足KCL，試證在 $t_1 \geq 0$，$t_2 \geq 0$ 時，

$$\sum_{k=1}^{b} v_k(t_1) i_k(t_2) = 0 \qquad \sum_{k=1}^{b} v_k(t_2) i_k(t_1) = 0$$

$$\sum_{k=1}^{b} v_k(t_1) \dot{i}_k(t_2) = 0 \qquad \sum_{k=1}^{b} \dot{v}_k(t_1) i_k(t_2) = 0$$

$$\sum_{k=1}^{b} v_k(t_2) \dot{i}_k(t_1) = 0 \qquad \sum_{k=1}^{b} \dot{v}_k(t_2) i_k(t_1) = 0$$

$$v_k(t) = \frac{dv_k(t)}{dt} \qquad \dot{i}_k(t) = \frac{di_k(t)}{dt}$$

解 ① $\sum_{k=1}^{b} v_k(t_1) i_k(t_2)$

$$= [v_1(t_1), v_2(t_1), \cdots, v_b(t_1)]^T [i_1(t_2), i_2(t_2), \cdots i_b(t_2)]$$
$$= [\mathbf{A}^T \mathbf{e}(t_1)]^T \mathbf{i}(t_2)$$
$$= \mathbf{e}^T(t_1)(\mathbf{A}^T)^T \mathbf{i}(t_2)$$
$$= \mathbf{e}^T(t_1) \mathbf{A}\, \mathbf{i}(t_2)$$

$\because$ $i(t)$ 滿足KCL，故 $\mathbf{A}\mathbf{i}(t_2) = 0$

$\therefore$ $\sum_{k=1}^{b} v_k(t_1) i_k(t_2) = 0$

註：A，$\mathbf{i}(t_k)$，$\mathbf{v}(t_k)$ 表示矩陣

② $\sum_{k=1}^{b} v_k(t_2) i_k(t_1) = [A^T e(t_2)]^T i(t_1)$

$$= e^T(t_2)(A^T)^T i(t_1)$$

$$= e^T(t_2) A\, i(t_1) = 0$$

$\because$ i(t) 滿足KCL

③ $\sum_{k=1}^{b} v_k(t_1) \dot{i}_k(t_2) = [A^T e(t_1)]^T \dot{i}(t_2)$

$$= e^T(t_1)[A^T]^T \dot{i}(t_2)$$

$$= e^T(t_1)(A)\frac{d}{dt} i(t_2)$$

$\because$ A爲非時變，i(t) 滿足KCL

$\therefore$ 原式 $= e^T(t_1)\frac{d}{dt}(A) i(t_2)$

$$= e^T(t_1)\frac{d}{dt} 0$$

$$= 0$$

④ $\sum_{k=1}^{b} \dot{v}_k(t_1) i_k(t_2) = \frac{d}{dt}[A^T e(t_1)]^T i(t_2)$

$$= \frac{d}{dt} e^T(t_1)(A^T)^T i(t_2)$$

$$= \frac{d}{dt} e^T(t_1)(A) i(t_2)$$

$$= \frac{d}{dt} e^T(t_1)\, 0$$

$$= 0$$

⑤ $\sum_{k=1}^{b} v_k(t_2) \dot{i}_k(t_1) = [A^T e(t_2)]^T \dot{i}(t_1)$

$$= e^T(t_2)[A^T]^T \dot{i}(t_1)$$

$$= e^T(t_2)(A)\frac{d}{dt} i(t_1)$$

$$= e^T(t_2)\frac{d}{dt}[A]\, i(t_1)$$

$$= 0$$

⑥ $\sum_{k=1}^{b} \dot{v}_k(t_2) i_k(t_1) = \frac{d}{dt}[A^T e(t_2)]^T i(t_1)$

$$= \frac{d}{dt} e^T(t_2)[A^T]^T i(t_1)$$

$$=\frac{d}{dt}\mathbf{e}^T(t_2)(\mathbf{A})\,\mathbf{i}(t_1)$$

$$=\frac{d}{dt}\mathbf{e}^T(t_2)\,0=0$$

1.7-4 驗證對所有的 i_3，i_4 和 e_1，e_2 值，在(7.25)式，(7.24)式中之 $\mathbf{i}$，$\mathbf{v}$ 皆滿足特立勤定理（Tellegen's theorem.）$\mathbf{v}^T\mathbf{i}=0$。

解

$$\begin{bmatrix} i_1\\ i_2\\ i_3\\ i_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&-1&-1\\0&0&1&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1\\ i_2\\ i_3\\ i_4\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_1\\ v_2\\ v_3\\ v_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\\1&-1\\1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_1\\ e_2\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{v}^T=[\,e_1\ \ e_2\,]\begin{bmatrix}1&0&1&1\\0&1&-1&-1\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}^T\mathbf{i}=[\,e_1\ \ e_2\,]\begin{bmatrix}1&0&1&1\\0&1&-1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&-1&-1\\0&0&1&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1\\ i_2\\ i_3\\ i_4\end{bmatrix}$$

$$=[\,e_1\ \ e_2\,]\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1\\ i_2\\ i_3\\ i_4\end{bmatrix}=0$$

即不論 e_1，e_2，i_3，i_4 之值為何

$\mathbf{v}^T\mathbf{i}=0$

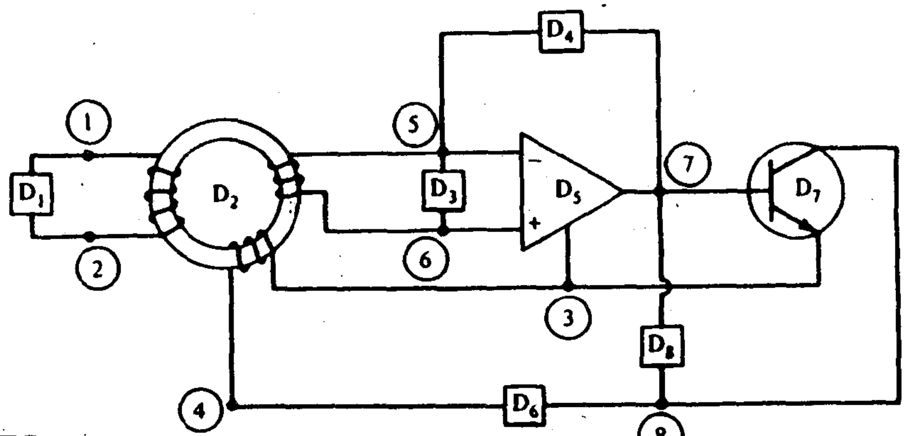
〔問 題〕

1 如圖 P1.1 所示，除 D_2 是一三埠元件外，我們選下列各元件之參考點如下所示：

(a)利用下表，畫出圖 P1.1 中各元件的元素圖（element graph）。

(b)由(a)所得之元素圖，畫出圖 P1.1 中電路的方向圖（digraph）。

(c)重覆(b)，但 D_5 的參考點改為⑦，D_7 的參考點改為⑧。

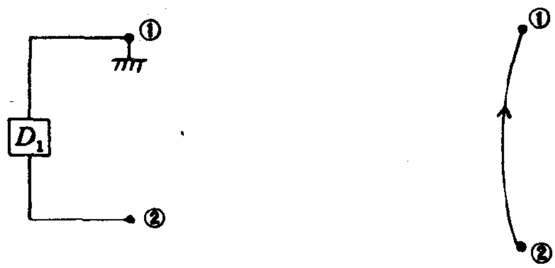


圖P1.1

元件	參考點（Datum）
1	①
3	⑥
4	⑤
5	③
6	⑧
7	⑦
8	⑦

解 (a)

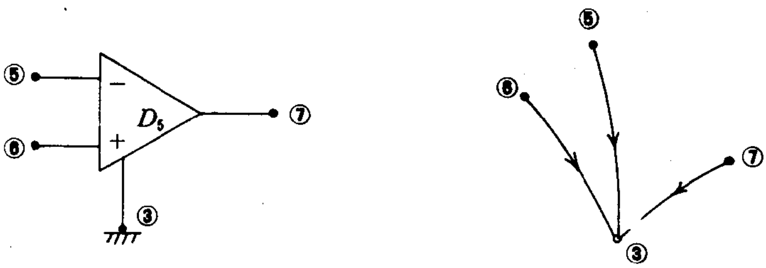
D_1



D_3

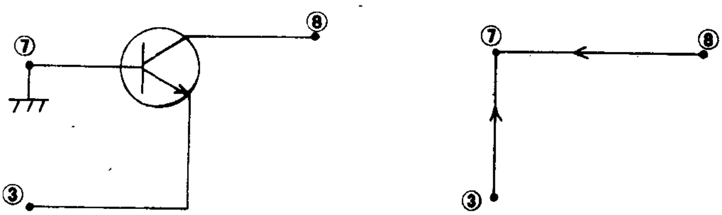
D_4

D_5

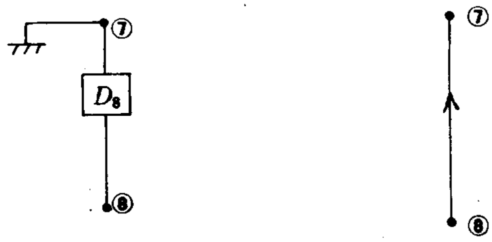


D_6

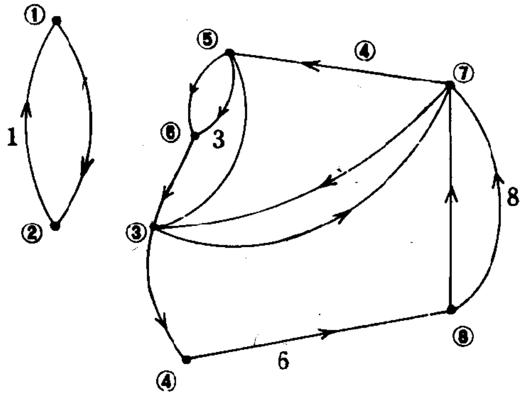
D_7



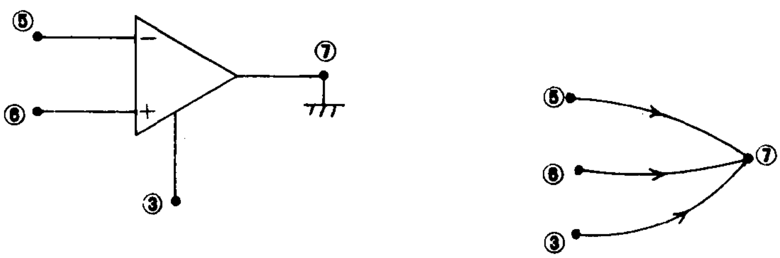
D_8



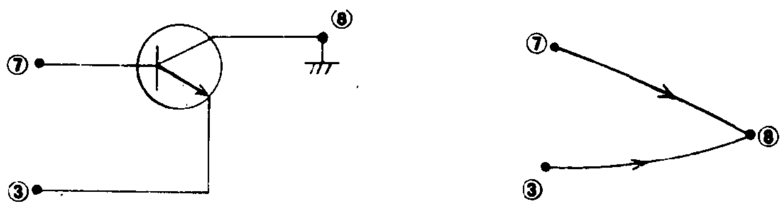
(b)

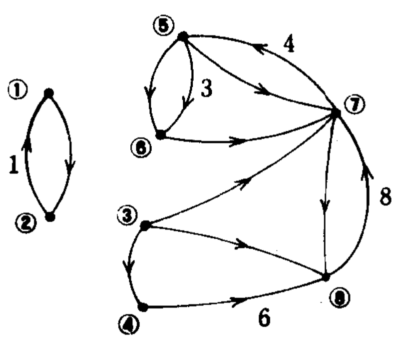


(c) D_5



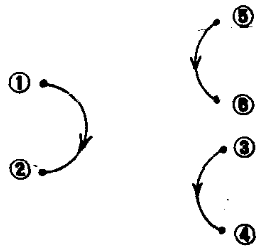
D_7





註：

D_2 ⇒



2 考慮圖 P1-2 中的電路，除了 D_8 這三埠元件外，對每個元件選擇一組參考點（datum ）

(a)對圖 P1-2 中所標示出之參考點，畫出其相對之基本圖形。

(b)利用(a)所得之圖形，畫出圖 P1-2 電路之指向圖。

(c)重覆(b)，但電晶體之參考點改爲③，運算放大器之參考點改爲⑧。

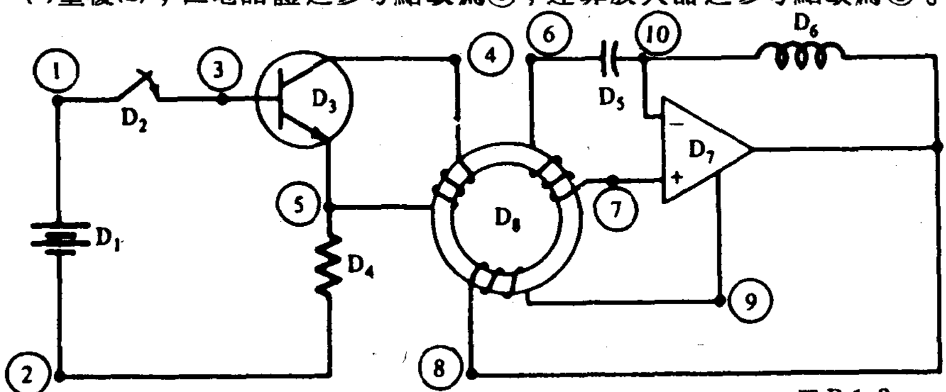
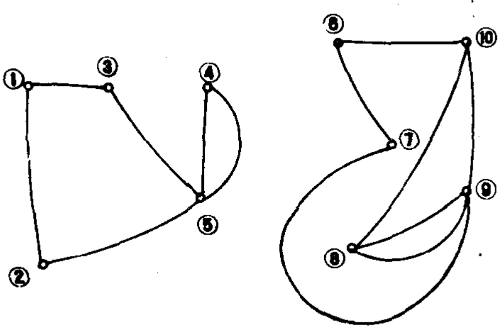


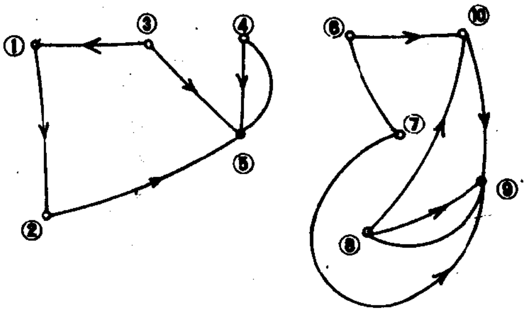
圖 P 1.2

元件編號	參考端編號
1	②
2	①
3	⑤
4	⑤
5	⑩
6	⑩
7	⑨

解 (a)

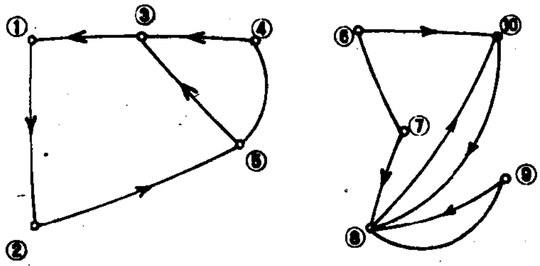


(b)



（ D_8 此三埠元件未指定共同點，其方向可自定）

(c)



3. 參見圖 P1.3

(a)當 $v_{2-3}=10V$，$v_{6-3}=6V$，$v_{4-1}=2V$ 時 v_{6-1}，v_{4-6}，v_{4-2} 爲何？

(b)假如選節點 3 爲運算放大器之參考點（ datum ）節點 4 爲電晶體之參考點，試畫出圖 P1.3 指向圖（ digraph ），並利用此圖重覆(a)。

(c)選節點 5 爲運算放大器及電晶體的參考點，重覆(b)。

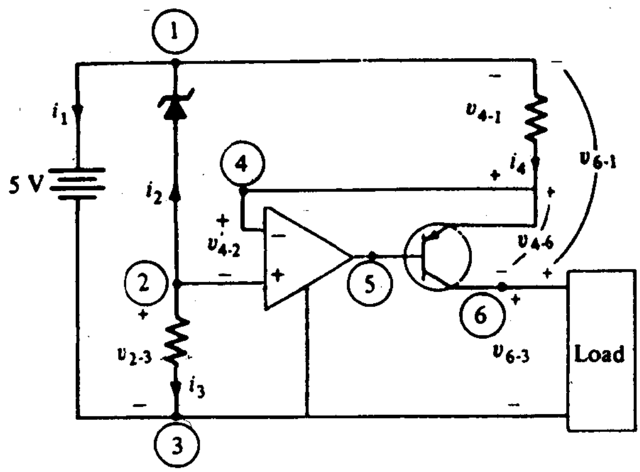


圖 1.3

解　(a)利用 KVL

$v_{1-3}=5V$