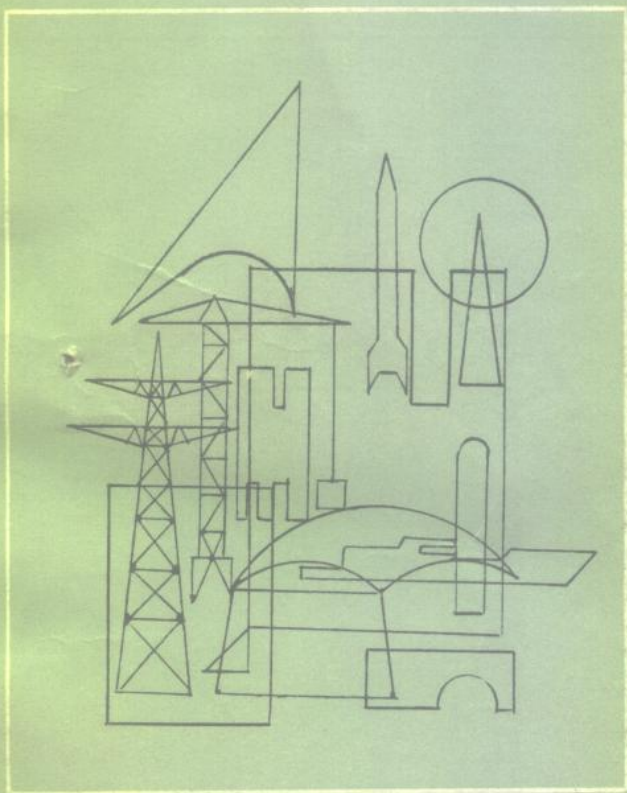


刘烈全 编著



工程结构优化基础

华中工学院出版社

工程结构优化 基础

刘烈全 编著

华中工学院出版社

工程结构优化基础

刘烈全 编著
责任编辑 王有登

*

华中工学院出版社出版
(武昌喻家山)
湖北省新华书店发行
湖南省新华印刷二厂印刷

*

开本: 787×1092 1/32 印张: 9.25 字数: 210,000
1985年8月第一版 1985年8月第一次印刷
印数: 1—7,000
统一书号: 15255—034 定价: 1.85元

内 容 提 要

工程结构的自动化、最优化设计的研究现已取得相当的成果,可以预料,它将冲击传统的设计方法,并在这一领域带来深刻的变革.为满足技术革命的需要,本书以简短的篇幅,较系统地向读者介绍结构优化理论和方法.

本书叙述通俗易懂,取材紧密联系工程实际.书中各章均有例题,便于自学,可作为结构设计和研究人员学习结构优化理论与方法之用,也可供高等院校有关机械工程、建筑结构、船舶结构、飞机结构、桥梁结构、工程力学等专业的师生和研究生作为教学参考书使用.

前 言

随着科学技术的发展,各工程领域对结构的要求越来越高。航空、宇航、船舶等,对减轻结构自身重量的要求不断提高。机械、建筑、桥梁、车辆等,现在也对节省材料、减轻重量,提出了新的要求,其他领域的工程结构也都如此。我国的社会主义四化建设事业正在飞速发展,世界范围的新的技术革命也向我们提出了新的挑战。在这种形势下,从事结构设计和研究工作的科技人员,常感原有知识已不够用,迫切希望学一点现代设计理论。作者考虑到上述情况,编撰了《工程结构优化基础》这本书,希望能对广大的结构工程科技工作者有所裨益。由于本书较系统地阐述了结构优化的理论与方法,故本书也可供高等学校有关专业(机械工程、建筑结构、航空结构、船舶结构、桥梁结构、工程力学等)作为教材或教学参考书使用。

读者熟悉的材料力学、结构力学、弹(塑)性力学、板壳结构力学以及有限元分析等的理论和方法,可以说主要都是解决结构分析问题的,亦即对既定结构(业已建造的或正在设计的)分析其在外因作用下的反应。这种结构分析无疑是十分重要和必不可少的,但设计是怎样进行的呢?除了依据规范、查阅手册外,真正起决定性作用的是凭借设计者的主观经验确定结构的布局方案和构件的截面细节,力学分析(核算强度、刚度、稳定性、动力学特性等)在这里只起校核的作用。倘若力学分析能从消极的校核结构变为积极“主动”的设计结构,即借助于计算机,按照预定的择优标准自动地找到最理想的结构设计方案。这样不仅力学分析充分发挥作用,而且使得工程结构的设计实现自动化、最优化,从而能使设计者从繁重的计算

工作中解放出来。力学工作者和结构工程人员的这种愿望，现在基本上可以实现了，这就是六十年代初以来发展的结构优化理论与设计方法所要解决的问题。

本书力求通俗易懂，各章均有例题，且着重基本概念、原理与方法的阐述；尽量采用工程设计人员易于接受的方式进行表达，避免较繁的数学和力学表达方式，因而可供从事结构设计和研究的技术人员及有关专业的大学生自学使用。

全书分为八章，第一章：基本概念。通过实例阐述了结构优化思想与基本的术语定义。第二章：准则优化法。本章重点论述了满应力设计法及其各种改进，也讨论了拉格朗日乘子法在有等式位移约束时桁架的最轻设计问题。第三章：结构分析。本章扼要讨论了对结构分析方法的基本要求，然后简单介绍了有限差分法和有限元法等结构数值分析方法。第四章：约束最优化方法及其应用。本章讨论了线性规划及其对偶问题，解线性规划的单纯形法，线性规划在结构优化设计中的应用。还讨论了可行方向法，梯移-侧移法，复合形法等。第五章：无约束最优化方法及其应用。本章讨论了一维极小化问题，多变量无约束函数求极值的迭代算法、搜索法，序列无约束极小化方法(SUMT)等。第六章：动态规划在结构优化中的应用。第七章：几何规划在结构优化中的应用。第八章：结构优化设计的其它问题，主要论述了用变分法处理的结构优化方法，设计变量取整数的问题，以及结构的重分析和近似分析等。

本书内容，部分取材于国内外有关文献和专著，部分是作者学习的心得体会。由于作者水平有限，时间仓促，书中缺点与错误在所难免，热忱欢迎读者批评指正。

作 者

1984年3月于华中工学院

目 录

第一章 基本概念	(1)
§ 1-1 传统设计方法与结构优化思想	(1)
§ 1-2 结构优化理论与方法的发展概况和优化设计的效益	(5)
§ 1-3 结构优化设计举例	(7)
§ 1-4 常用术语及其定义	(14)
§ 1-5 结构优化方法的分类	(19)
第二章 准则优化法	(22)
§ 2-1 概述	(22)
§ 2-2 同时破坏准则与各种破坏同时发生 (同步失效) 准则	(24)
§ 2-3 满应力设计 (准则优化法)	(27)
§ 2-4 改进的满应力设计 (准则优化法与数学规划法的结合)	(35)
§ 2-5 齿行法的改进	(39)
§ 2-6 满应力设计法的应用问题	(41)
§ 2-7 满应变能准则	(43)
§ 2-8 拉格朗日乘子法在有等式位移约束的结构最轻设计中的应用	(44)
第三章 结构分析	(54)
§ 3-1 概述	(54)
§ 3-2 有限差分法	(56)
§ 3-3 有限元法	(65)
§ 3-4 杆系结构的矩阵分析	(102)
§ 3-5 加筋板的有限元分析	(119)
第四章 约束最优化方法及其在结构优化设计中的 应用	(124)
§ 4-1 概述	(124)

§ 4-2	线性规划及其应用	(124)
§ 4-3	必要的数学知识	(144)
§ 4-4	可行方向法	(159)
§ 4-5	梯移-侧移法	(166)
§ 4-6	复合形法	(183)
第五章	无约束最优化方法及其在结构优化设计中的 应用	(191)
§ 5-1	概述	(191)
§ 5-2	单变量(一维)函数求极值的主要方法	(193)
§ 5-3	多变量无约束函数求极值的迭代算法	(199)
§ 5-4	多变量无约束函数求极值的直接搜索法	(216)
§ 5-5	序列无约束极小化方法(SUMT)	(226)
第六章	动态规划在结构优化中的应用	(232)
§ 6-1	动态规划简介	(232)
§ 6-2	用动态规划设计桁架	(237)
第七章	几何规划在结构优化中的应用	(245)
§ 7-1	几何规划简介	(245)
§ 7-2	用几何规划进行结构优化的例子	(255)
§ 7-3	有负系数项的几何规划问题	(259)
第八章	结构优化的其他问题	(267)
§ 8-1	关于构件形状的优化	(267)
§ 8-2	整数规划问题	(273)
§ 8-3	关于结构的重分析和近似分析	(281)
参考文献		289

第一章 基本概念

§ 1-1 传统设计方法与结构优化思想

为了理解结构优化设计的特点，我们先来分析一下传统的结构设计方法与过程。不论是机械工程结构还是其他工程领域的结构，多年来的传统设计方法，一般可分为下列几个基本步骤。

1. 确定初始设计方案

在设计一个工程结构时，传统的作法是先参照(或叫类比)已有的同类型结构，确定总体布局和轮廓尺寸，选定结构材料，然后考虑载荷和工作条件，估定各构件的截面形状和尺寸，这样就得出了一个初始设计方案。

2. 结构分析

用材料力学、结构力学或弹塑性力学中的有关方法和计算公式(也就是有关设计规范中推荐或规定的算法)对既定的设计方案进行力学计算，求出结构中的应力、位移(变形)、稳定性的临界载荷、振动频率等所谓“响应”参数。

3. 检验约束条件

将求得的响应参数与设计规范中规定的许用值进行比较，以检验该设计方案是否可行。如果是可行的，即强度、刚度等条件均能满足，则计算工作可以结束。否则，若某些条件未能满足，或虽能满足但过于富余，则需进行下一步骤。

4. 调整设计

所谓调整设计，主要是修改构件的截面尺寸。在传统设计方法中，调整设计是根据设计者的经验和判断进行的。设计方案调整后便产生了一个新的设计方案，然后转回到第2步，进行结构的重分析。

从第2步到第4步循环进行，直到设计者认为满意时即可结束。

这种传统的设计方法一直沿用到现在，虽说能够解决一般结构设计问题，并确有不少很好的设计成果，但就目前和今后“四化”建设的要求来说不能不看到存在的一些问题。

首先，初始设计方案的制定是根据类比已有的同类结构作出的，这样就容易被“老框框”所束缚。更有甚者，在机械行业中过去还有所谓“测绘设计”，就是说人家作成什么样我也就作成什么样，根本不用计算。在另外一些情况下，例如某些第一次出现的新的结构领域，这时就无法类比或测绘了。

其次，由于过去计算工具的限制和所用力学分析方法的繁难，重分析的次数不可能很多，一般不超过两三次。因此，最后设计的好坏在很大程度上与初始方案有关。

再次，我们来看看结构分析的问题。传统的结构设计方法中，结构分析方法往往是十分粗略的，结构对象的力学模型往往经过了重大的简化和引入了难以令人置信的假设，致使分析的结果不甚可靠。例如某些机器中的形状复杂的薄壁组合截面梁，常用材料力学中简单等直实心截面梁的公式计算；一条漂浮于海浪上的船体，当作一根简支梁计算；一块纵横加筋且有各种孔洞的支承在几个间断点上的矩形板，也当作梁来计算，等等。造成这些问题的原因，除了经典的力学分析方法适应性

不强以外，也与计算工具的落后有关。现在采用诸如有限元这类数值分析方法和使用电子计算机，这些问题都可以解决了。

最后，传统设计方法中的“调整设计”这一步需要着重说一下。凭设计者的主观经验来调整设计是不一定能奏效的，这不仅是由于一个人的经验必竟有限，更主要的是因为复杂的超静定结构中，内力的分配与各构件截面(刚度)有关，修改部分构件的截面尺寸将会引起所有构件内力的变化。常常有这种情况，为了降低结构中某些地方的应力或位移而作了某种调整，但却引起其他部分的应力或位移超过了许用值。换句话说，凭设计者主观经验对设计方案进行调整，往往效果不好，甚至适得其反。

由于上述种种原因，加之结构分析工作量的浩繁和计算工具的落后，致使重分析的次数不可能多，因此只能作出一个可行的设计，而不能作出最理想(最优)的设计。另一方面，结构力学工作者也不满足于这种状况，因为力学分析工作在这里只起了“校核”的作用，并不曾能动地去“设计”结构。

长期以来，工程结构设计人员和结构力学工作者就有这样的愿望，即力图找到一种科学的、合乎逻辑的途径，使得设计出的工程结构既能保证强度、刚度等性能要求，又在追求的某种(或某些)目标方面达到尽可能理想的程度，这就是结构优化的基本思想。在这种想法的推动下，过去已经作了大量工作，取得了不少成果，不过并没有把它提高到现代涵义的“结构优化理论”上来加以研究。我们以基本构件形式的演变与发展来说明这个问题。若有一矩形截面杆，承受简单拉伸或简单压缩，假定拉伸和压缩时的许用应力都是 $[\sigma]$ ，则这根杆所能贮藏的变形能应为

$$U_{\text{杆}} = bhl \frac{[\sigma]^2}{2E},$$

式中, E ——材料的弹性模量; b 、 h ——截面的边长; l ——杆的长度。假若把这根杆作为梁使用, 截面宽为 b 而高为 h 。不管怎样支承和受力, 假若我们规定梁中的最大应力等于 $[\sigma]$, 则全梁贮藏的最大变形能为

$$U_{\text{梁}} = l \int_{-h/2}^{h/2} b dz \frac{\sigma^2}{2E},$$

在最大弯矩的截面上, 有关系

$$\sigma = \frac{2[\sigma]}{h} z,$$

所以, 积分后得到

$$U_{\text{梁}} = \frac{1}{3} b h l \frac{[\sigma]^2}{2E}.$$

从上面两种结果可以看出, 由于拉杆或压杆内力均匀分布, 材料能充分发挥作用, 所以贮藏的变形能大。同样的杆当作梁使用时, 由于内力分布的不均匀, 材料不能充分发挥作用, 最大变形能也只有当作杆用时的三分之一。况且只有当梁受纯弯曲时(每个截面的弯矩都到达最大值)才能达到这个比值, 否则还要小得多。因此在跨度比较大时, 往往用桁架代替梁就是这个道理, 因为桁架中的每一根杆都受简单拉伸或者压缩(对于受压缩的杆必须核算稳定性问题), 这样就可以减轻结构的重量。

我们再把梁和拱作一个比较, 长为 l 的简支梁在中点受一集中载荷 P 时, 最大弯矩为

$$M_{\text{梁max}} = 0.25Pl,$$

同样的跨度 l , 若作一个半圆形拱, 也在拱的正中点作用载荷 P , 经计算知

$$M_{\text{拱max}} = 0.091Pl,$$

这时最大弯矩减小了 63.6%。如果以最大工作应力达到许用应力 $[\sigma]$ 来设计, 则拱的重量将比梁的重量小得多, 况且半圆形

拱还不是最好形式的拱。

当要跨越空间的一个长方形面积，以便承受均匀分布的载荷时，我们来比较四边简支的平板和由一系列并排放置的梁这两种结构的挠度和弯矩，假定梁的高度与板的厚度是相等的。

最大挠度之比为

$$w_{\text{板max}} : w_{\text{梁max}} = 0.316:1,$$

最大弯矩之比为

$$M_{\text{板max}} : M_{\text{梁max}} = 0.34:1,$$

即无论是变形还是内力，板均比同跨度的梁系小三分之二左右。分析其原因，主要是两个方向有联系的结构物，比只有单一方向有联系的结构物具有更好的空间传力性能。考虑到构件受拉压作用比受弯矩作用更能发挥材料的潜力，于是人们想出了更优越的空间结构形式，这就是薄壳结构。

上面列举的几个简单例子说明，工程结构形式的不断改进，正是在“结构优化”思想的推动下，逐步发展起来的。

§ 1-2 结构优化理论与方法的发展概况和优化设计的效益

一千三百多年前，我国隋朝的李春设计并监造的安济桥（又叫赵州桥）就体现了许多“结构优化设计”的思想。据史料记载，宋朝的建筑师李诫在其所著《营造法式》这部书中，规定圆木作成矩形截面梁的高度与宽度之比为三比二，这就完全符合这一问题的最优解，这大约是八九百年前的事。从近代的欧洲来说，应该从1904年米歇尔（Michell）发表材料最省的桁架结构^①

① A.G.M. Michell, *Phil. Mag.* series, Vol. 6, No. 8, pp. 589-597 (1904).

这篇研究论文算起，也有将近八十年的历史了。但是，将结构优化思想与现代应用数学的一个分支——数学规划论相结合，采用结构分析中数值方法的新手段——有限元法，并广泛使用矩阵数学工具和电子计算机求解，这是本世纪五十年代末期开始的研究领域。

由于结构优化理论提出的问题具有一般性，这就引起了各个工程结构领域的广泛注视。六十年代初以来，国际上不断地召开有关的学术会议，出版会议文集，发表了一系列综述性评论文章。

结构经过优化设计后获得的经济效益，可以从国外某些报道中看到一斑。Sheppard, D. J. 和Palmer, A. C. 在文献 *Optimum design of transmission tower by dynamic programming*, Intern. J. of Computers and structures, 2, (1972) 中报道了英国以现在通用的输电塔架为对象，用动态规划对其作优化设计，降低了造价5%。Baldur, B. 在 *Structural optimization by inscribed hyperspheres*, J. Engr. Mech. Div. ASCE, 98, EM3(1972) 中介绍以二十根桥式起重机箱形梁为对象，用非线性规划进行改进，平均降低用钢量14%，最多的达到25~30%。Moe, J. 在 *Design of ship structures by means of non-linear programming techniques*, AD 715483(1970) 中提到挪威的一条运载车辆的货轮，经结构优化设计后比原设计节约了造价10%。美国贝尔(Bell)公司1970年对飞机蒙皮结构进行最轻设计，据报道，一个机翼降低重量达35%。这样的例子还可以举出很多。我们对某厂一种机床的几个大铸件作过结构优化设计，其中一块底板的重量降低了35%，一个薄壁横梁降低重量10%。上述例子说明，结构优化设计在各个工程结构领域中都可以发挥很大的作用，给产品结构设计带来莫大的技

术和经济的效益。

§ 1-3 结构优化设计举例

为了说明结构优化的基本概念，我们来讨论几个极简单的例子。

例1-1[⊖] 设计一个空心筒支圆柱（图1-1），柱的两端受轴向载荷 $P=2268\text{kg}$ ，柱高 $l=254\text{cm}$ ，材料的弹性模量为 $E=7.03 \times 10^5 \text{kg/cm}^2$ ，材料的比重为 $\rho=2.768 \times 10^{-3} \text{kg/cm}^3$ ，材

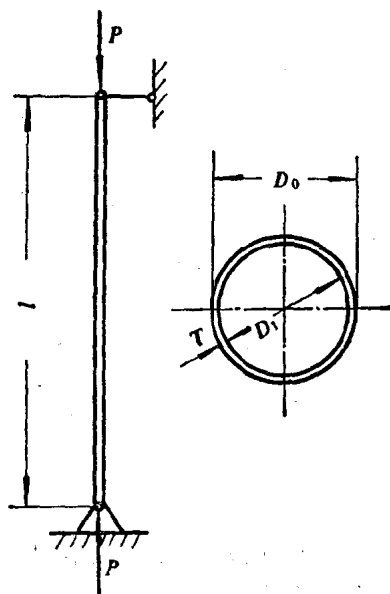


图1-1

[⊖] 本例选自：L.A.Schmit, Jr., *Structural Synthesis* 1959—1969; *A Decade of Progress, Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis and Design*, Univ. of Alabama, Huntsville, 565—634(1971). 但单位已由原来的英制换算为公制。

料的许用压应力为 $[\sigma] = 1406 \text{ kg/cm}^2$ ，截面平均直径 $D = (D_0 + D_1)/2$ ，壁厚为 T 。对截面尺寸的限制条件为： $D \leq 8.9 \text{ cm}$ ， $T \geq 0.1 \text{ cm}$ 。要求确定 D 和 T ，使柱的重量最轻。

为了能直观地说明问题，我们可以用图解法来作出这个设计。如图1-2所示，用横坐标表示平均直径 D ，用纵坐标表示壁厚 T 。很明显， D 和 T 都只能取正值，所以这个图解只能在坐标系的第一象限内进行。

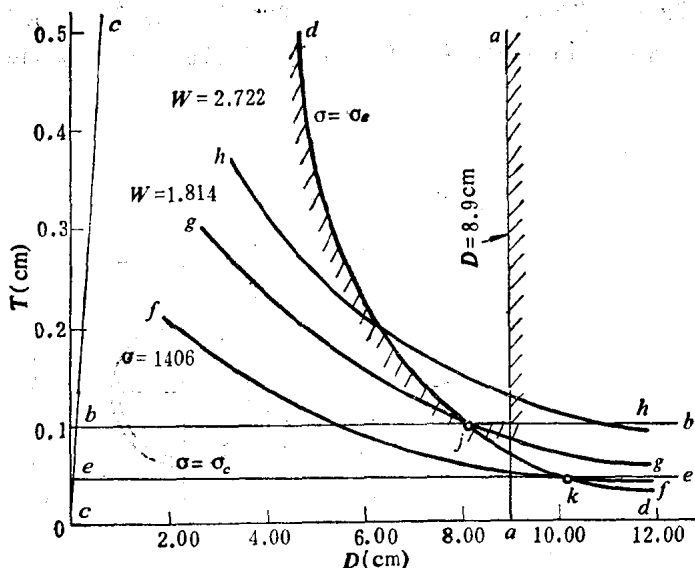


图1-2

首先，根据问题的几何条件限制： $D \leq 8.9 \text{ cm}$ ，在图中作竖直线 $a-a$ ，这线的右边表示 $D > 8.9 \text{ cm}$ 的区域，故为不可行区，而左边（包括线上的点）为可行区。同理，因为有限制条件 $T \geq 0.1 \text{ cm}$ ，所以水平直线 $b-b$ 以下为不可行区，这线的上边（包括线上各点）为可行区。另外，由于 $D = D_1 + T$ ，当 D_1 取其最小值 $D_1 = 0$ 时， $D = T$ ，与此对应地有斜直线 $c-c$ ，这线的左

面为不可行区，右面为可行区。以上三点是几何尺寸的限制。

其次，根据柱的受力情况，还需要考虑与工作性能有关的一些限制条件。

1. 根据压杆稳定性的要求，柱中的工作应力必须满足不等式

$$\sigma - \sigma_c \leq 0, \quad (1-1)$$

式中， σ 为柱的工作应力， σ_c 为压杆失稳时的临界应力，其值分别为

$$\sigma = \frac{P}{\pi D T}, \quad (1-2)$$

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E}{8 l^2} (D^2 + T^2). \quad (1-3)$$

假定 T 远小于 D ，则(1-3)式中 $T^2 \ll D^2$ ，可以忽略不计。将已知数据代入(1-2)式和(1-3)式，在取等号的情况下(1-1)式为

$$\frac{2268}{\pi D T} - \frac{7.03 \times 10^5}{8 \times 254^2} \pi^2 D^2 = 0, \quad (1-4)$$

这个式子的函数图象即图1-2中的曲线 $d-d$ ，位于这条曲线上的所有点对应的应力值均等于压杆稳定性的临界应力。为了保证柱不致因失去稳定而破坏，设计点只能在曲线 $d-d$ 的右上方，而其左下方是不可行区域。

2. 根据薄壁管柱局部稳定性的要求，还应满足不等式

$$\sigma - \sigma_c \leq 0, \quad (1-5)$$

式中， σ_c 为管壁局部失稳的临界应力，其值为

⊙ 这里仅采用此例说明结构优化的某些基本概念，严格地讲，用临界应力建立这种不等式是不正确的，应该考虑安全因数后，用稳定性许用应力来建立这种条件。