

高等学校教学用书

重力选矿

中南矿冶学院选矿教研組
东北工学院选矿教研室 合編



中国

高等学校教学用书



重 力 选 矿

中南矿冶学院选矿教研组
东北工学院选矿教研室 合編



前 言

建国以来，在党的领导下，由于全国人民的一致努力，以及苏联的无私援助，我国的社会主义建设取得了辉煌的成就。特别是从党提出了建设社会主义的总路线和一整套的“两条腿走路”的方针以后，工农业生产出现了空前的大跃进局面。十年来选矿事业也随着得到了发展，在一些方面已达到了世界的先进水平。这些成就和经验，都有待我们去总结和提高。

1958年在教育上也进行了一次革命，使党的教育为无产阶级政治服务、教育与生产劳动相结合的教育方针，更深入地贯彻到教育工作中去。根据教育部的指示，要求编写出结合我国实际、具有一定水平的整套的教材。在党的八届八中全会所提出的“反右倾，鼓干劲”的号召鼓舞下，在短短的两个半月内，我们在中南矿冶学院选矿系党总支直接领导下，根据高等矿冶学校选矿专业“重力选矿”教学大纲，编写了这本“重力选矿”。

我们在编写过程当中除了按新的教学大纲在章节、内容上做了适当的安排之外，还试图总结我国建国十年来在重选方面的主要成就，并反映苏联及其他国家在重选方面的成就。

本书在重选的基础理论方面的阐述既照顾到了教科书由浅入深使学生便于接受的特点，又系统而全面地概括了世界各国，特别是苏联学者在这方面的贡献。

在实践部分则以反映我国现厂的生产实践为主。

但由于我们的水平有限，因此难免有错漏之处，我们衷心希望广大读者给予指正，以便于再版时改正。

在编写过程中，一些现厂和科研、设计机关，热心地提供给我们许多宝贵的资料，最后并承北京矿业学院选矿教研组审阅，我们对此谨致以衷心的感谢。

中南矿冶学院选矿教研组

东北工学院选矿教研室

1959年12月

目 录

前言

第一章 緒論

- § 1. 重力选矿法的研究对象及其应用范围 1
- § 2. 重力选矿法的发展簡史及其在我国社会主义工业化中的作用 2
- § 3. 顆粒及介质的性质 4

第二章 物体在介质中的沉降

- § 1. 重力和阻力。自由沉降与干涉沉降 7
- § 2. 物体的自由沉降 11
- § 3. 物体的干涉沉降 28

第三章 可选性曲綫和分配曲綫

- § 1. 可选性曲綫 47
- § 2. 分配曲綫 56

第四章 水力分級

- § 1. 基本概念 59
- § 2. 水力分析法 62
- § 3. 水力分級机 64
- § 4. 机械分級机 72
- § 5. 离心分級机 83

第五章 跳汰选矿法

- § 1. 概述 95
- § 2. 跳汰过程的理論基础 97
- § 3. 跳汰机 104
- § 4. 跳汰过程的影响因素 124

第六章 重介质选矿法

- § 1. 概述 130
- § 2. 悬浮液的性质和悬浮质的选择 133
- § 3. 悬浮液选矿机 139
- § 4. 悬浮液选矿的基本作业及与其他选矿方法的比較 146

第七章 物体在斜面水流中的运动

- § 1. 斜面水流的运动 151
- § 2. 物体在斜面水流中的运动 155

第八章 斜槽选矿法

- § 1. 概述 162

§ 2. 溜槽	162
§ 3. 洗槽	176
§ 4. 螺旋选矿机	185
第九章 摇床选矿法	
§ 1. 概述	194
§ 2. 摇床的作用原理	194
§ 3. 摇床	197
§ 4. 影响摇床工作的因素	209
第十章 洗矿	
§ 1. 概述	211
§ 2. 矿石的可洗性	211
§ 3. 洗矿机	213
第十一章 风力选矿法	
§ 1. 概述	221
§ 2. 风力分级	222
§ 3. 风力选矿	225
第十二章 重力选矿实例	
§ 1. 锡矿选矿实例	231
§ 2. 钨矿选矿实例	239
§ 3. 铁矿选矿实例	244
§ 4. 有色金属矿选矿实例	244
§ 5. 选煤实例	246

第一章 緒 論

§ 1. 重力选矿法的研究对象及其应用范围

重力选矿是在活动和流动的介质中按比重（密度）或粒度选分颗粒混合物的过程。颗粒的形状对选分过程的结果有一定程度的影响。

作为选分介质的有水、空气、重液（比重大于水的）和悬浮液。在空气中进行的重力选矿过程称为风力过程，而在其他液体中进行的称为水力过程。

在重力选矿过程中，不同性质的颗粒只有当其在介质中发生运动时才能分开。颗粒在介质中运动时受其重力的作用，颗粒的重力等于其在介质中的重量。颗粒在介质中运动时还受到介质阻力的作用，阻力是介质对在其中运动的颗粒的作用力的合力。

颗粒在介质中的重力决定于颗粒的性质（体积和密度）和介质的性质（密度）。介质的阻力决定于颗粒及介质的性质，决定于颗粒在介质中相对运动速度的大小和方向，以及介质在颗粒周围流过状态。

在重力选矿过程中颗粒是成群运动的，所以颗粒间的摩擦力对个别颗粒的运动有重大的影响。

在重力选矿过程中，选分介质有連續垂直上升、間断垂直上升、垂直交变（上升和下降交替进行）和几乎水平的运动形式。当进行离心力选矿时，选分介质还作旋轉运动。

在重力选矿过程中，颗粒的运动是各式各样的。主要的运动形式是在重力作用下垂直沉降。颗粒另外一种重要的运动形式是在斜面水流内移动，颗粒的第三种运动形式是在振动和摇动粒群时，細颗粒通过周围颗粒間的空隙向底层的运动，該种运动称为析离。颗粒的第四种运动形式是細颗粒随运动介质一起钻过周围颗粒的空隙移向底层，此种运动称为钻隙。析离和钻隙是相似的，其结果均是使細颗粒集中在下层。

重力选矿法根据其作用原理的不同，可以分为以下几种过程：

- 1) 分級（水力和風力）；
- 2) 跳汰选矿（水力和風力）；
- 3) 重介质选矿（水力和風力）；
- 4) 斜槽选矿（水力）；
- 5) 搖床选矿（水力和風力）；
- 6) 洗矿（水力）。

洗矿是用水力和机械力处理泥质物料，使其泥质部分与粒状部分分离。使物料的泥质部分和粒状部分分离可用篩分或水力分級，但只当用水力分級进行分离时，洗矿才属于重力选矿过程。

其中 2、3、4 和 5 項是按比重（密度）分离颗粒混合物，而过程 1 和 6 則是按粒度分离。由过程 2、3、4 和 5 可以得到比重（密度）組成不同的产物，所以这些过程是选

别过程。而由过程 1 和 6 则可得粒度组成不同的产物，所以在一般情况下它们是物料选别前的准备过程。当原料内细粒部分和粗粒部分的比重组成不同时，亦可能是选别过程。

在过程 2、3、4 和 5 中颗粒按比重（密度）分离时，颗粒的粒度和形状影响其按比重分离的精确程度。同样，在过程 1 和 6 中颗粒按粒度分离时，颗粒的比重和形状亦影响其按粒度分离的精确程度。如果颗粒的各种性质组合得很适当，则可提高颗粒按比重或粒度分离的精确性。

在重力选别过程中按比重分离矿粒的难易程度，可近似地按比值 $\frac{\delta_2 - \Delta}{\delta_1 - \Delta}$ 的大小来确定。其中 δ_1 为小比重颗粒的密度， δ_2 为大比重颗粒的密度，而 Δ 为介质的密度。按比值 $\frac{\delta_2 - \Delta}{\delta_1 - \Delta}$ 的大小来衡量物料按比重分离的难易程度列于表 1 内。

物料按比重分离的难易程度

表 1

比值 $\frac{\delta_2 - \Delta}{\delta_1 - \Delta}$	>2.5	<2.5 但 >1.75	<1.75 但 >1.5	<1.5 但 >1.25	<1.25
分离特性	极容易	容易	中等	困难	极困难

由比值 $\frac{\delta_2 - \Delta}{\delta_1 - \Delta}$ 可以看出，当所要分离的大比重颗粒与小比重颗粒的密度差 $\delta_2 - \delta_1$ 和介质密度愈大时（但不得大于 δ_2 ），则愈易按比重分离。

但须指出，在其他条件相同时，随着颗粒粒度的减小，按比重分离的困难程度增大。因此，为了使颗粒尽可能地按比重分离，物料在选别前应脱除细粒级，或分级成粒度范围较窄的级别。

由于细颗粒的重量较小，因而在重力场中按比重或粒度分离的速度和精确性大大降低。为了解决这一问题，可以使细颗粒在离心力场内进行按比重或粒度分离。离心力场与重力场不同之点是其力场强度可视需要而定。

重力选矿法广泛地用于处理煤炭、稀有金属（钨、锡、钽、钼、铀等）矿石和贵金属（金、铂）矿石。其次，重力选矿法也应用于非金属（石棉、金刚石、磷灰石等）矿石的加工。此外，对于主要用浮选处理的某些有色金属（铅、锌等）矿石，也能采用重力选矿进行预先选别。

在我国，重力选矿法在处理钨、锡矿石及煤炭方面起着主导作用。中南及西南各省的钨、锡选矿厂，无论处理砂矿或脉矿均采用重力选矿法。在选煤工业中重力选矿法的作用尤为重要，几乎所有的炼焦煤均需洗选。在我国也有用重力选矿法选别铁矿石、铬矿石、铅锌矿石及其他稀有金属矿石的实例。

§2. 重力选矿法的发展简史及其在我国社会主义工业化中的作用

重力选矿法是最古老的选矿方法，它比各种冶金方法的应用要早得多。大概在有史以前人类就已经知道重力选矿。由于采矿业和冶金业的发展，选矿技术才日趋完善。例如早在 14 世纪和 15 世纪就出现了直至现在仍保留其主要特征的重力选矿设备（如跳汰机

等)。

迄至十九世紀末和二十世紀初(浮選法尚未獲得廣泛應用之前),重力選礦法一直是處理各種有用礦物的首要方法。

自從十九世紀中葉出現了機械化的跳汰機以後,重力選礦法才大規模地在工業上應用。以後由於生產的需要,處理細粒物料的搖床逐漸得到廣泛的應用。用於選煤的跳汰機的構造得到了迅速的改進,出現了風力傳動的無活塞跳汰機。1920年以後出現了新的重力選礦法——重介質選礦法。微細顆粒在離心力場中的分離,是目前重力選礦法的新的方向。

在機械化的重力選礦方法還未出現以前, I. 牛頓(1726年)和 G.G. 斯托克斯(1850年)就研究了物體在介質中沉降時所受的阻力。真正的重力選礦的理論研究是從19世紀中葉才開始的。1867年 P. R. 雷廷智首先研究了顆粒的自由沉降和顆粒的等降現象,並根據等沉現象提出了跳汰過程的理論解釋。其後對重力選礦理論研究得較多的是 R.H. 里恰茲。根據他的研究得出了重力選礦過程的某些質的關係,雖然也提出一些量的結論,但後來證明是不正確的。

蘇聯學者 П. Б. 里亞申科對於粒群的干涉沉降做了深入的研究,據此並提出了粒群按比重分層的条件。他的著作“重力選礦法”(1940年)一書是世界上第一本重力選礦教科書。

近年來許多學者從事着重力選礦理論的研究,他們利用示踪原子或其他方法記錄顆粒在重力選礦過程中的複雜運動,這為重力選礦的理論研究开辟了新的途徑。

目前,重力選礦的理論還是落後於生產實踐,這是由於在重力選礦過程中存在着許多複雜而又互相聯繫的現象和對它們研究得還不夠充分的緣故。

在我國重選法的應用也是很早的,在古代就出現了從糧食中分離夾雜物的風車,按其實質來說它是一種風力分級機,在手工業工場內還廣泛地應用了水澄(水力分級)法加工陶瓷原料。將重選法用於礦業,首先是用於選比重大的自然金屬,我國古代以金為貨幣正明了這點。17世紀以前重力選礦法已廣泛用於淘洗鐵砂、錫砂等。雖然如此,在封建統治下其發展速度是極為緩慢的。

自帝國主義侵入我國後,帝國主義視我國為原料基地,大肆掠奪。它們在我國建立選礦廠是為了雇用廉價勞動力。所以在十九世紀二十年代以後在我國出現的選礦廠是與帝國主義的侵略分不開的。這些選礦廠都是生產流程不完善、設備差、產品質量低、機械化程度低和勞動條件不好的。

在國民黨反動派統治時期,工業得不到發展並且有許多工廠其中也包括選礦廠還遭到了破壞。

在中華人民共和國成立後,在經濟恢復階段,對原有選礦廠進行了恢復改建和擴建。從1953年開始大規模的社會主義建設,使得我國的鋼鐵工業、有色金屬及稀有金屬工業和煤炭工業等有了迅速的發展。其中選煤及稀有金屬選礦幾乎完全採用重力選礦法。自從黨提出“鼓足幹勁、力爭上游,多快好省地建設社會主義”的總路線之後,我國選礦工業開始了大躍進。

以煤为例，在1949年末全国只有五座焦煤选煤厂，按采煤计算的总生产能力为每年450万吨，经过三年恢复，到1953年初开工生产的焦煤选煤厂就增至10座，总生产能力为每年1030万吨，动力煤选煤厂6座，总生产能力为每年715万吨。至1957年年底焦煤和动力煤洗煤厂的总生产能力分别增长为1952年的3.9和4.9倍。开工的洗煤厂增至19座。至1959年末又有5座总生产能力为每年880万吨的现代化大型选煤厂和180多个总生产能力为6000多万吨/年的中、小型选煤厂投入生产，因此选煤厂的总生产能力激增至9640万吨/年。

§3. 颗粒及介质的性质

与重力选矿过程有关的颗粒的主要性质是密度（比重）、粒度和形状。颗粒的表面一般是粗糙的；在冲积矿床中才能遇到表面光滑的颗粒。在颗粒的表面上，有着细微的凸起（在显微镜下可以见到）和显著的凸起（肉眼可见）。这些凸起会影响介质流过颗粒周围的状态，但是直到现在对于颗粒的粗糙度还没有满意的定量表示法。

密度是颗粒的最重要的性质。密度是以颗粒单位体积的质量表示（克/厘米³），而重量是以颗粒单位体积的重量表示（达因/厘米³）。颗粒的比重是颗粒的重量与同体积水的重量之比。比重和密度虽然在数值上相同，并且常常混称，但二者的物理概念是不同的。

根据颗粒粒度的不同，其比重可用在空气和水中称量单个颗粒的重量或用比重瓶的方法来测定。

常见矿物的比重列于附录1内。

若一颗粒由两种已知密度的矿物所组成，在测得颗粒密度之后，则可计算这两种矿物在颗粒中所占的重量百分数。设二已知矿物的密度分别为 δ_1 和 δ_2 ，颗粒的密度为 δ ，则密度为 δ_1 的矿物所占的重量百分数为：

$$x = \frac{\delta_1}{\delta_2} \frac{\delta_2 - \delta}{\delta - \delta_1} \cdot 100\% \quad (1)$$

另一种矿物在颗粒中重量百分数为 $100 - x$ 。

确定颗粒粒度的方法有以下几种：

1) 用筛析法确定。当颗粒能通过边长为 d_1 的方形筛孔而不能通过边长为 d_2 的方形筛孔并且 d_1 与 d_2 的比值不超过1.5时，则 $-d_1 + d_2$ 粒级颗粒的平均粒度为：

$$d_{av} = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (2)$$

2) 用颗粒在介质中的自由沉降末速表示，称为水力粒度。

3) 用等值直径表示。即用与颗粒同体积的球体的直径表示。等值直径等于：

$$d_e = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6G}{\pi\delta g}} \quad (3)$$

式中： V ——颗粒的体积；

G ——颗粒的重量；

δ ——颗粒的密度；

g ——重力加速度。

在重力选矿过程中，所处理物料中颗粒的形状是各式各样的。介质绕过不规则形颗粒时一般较绕过球形颗粒困难。就介质在其周围流过的难易来说，球形并不是理想的，而鱼形、梭形更易使介质绕其流过。但介质绕过球形周围的情况不随其取向不同而有所改变，故用球形做为比较的标准。

颗粒的形状用球形系数表示。颗粒表面积与同体积球体的表面积之比称为球形系数，即

$$x = \frac{S_{\text{颗粒}}}{S_{\text{球}}} \quad (4)$$

式中：\$S_{\text{颗粒}}\$——颗粒的表面积；

\$S_{\text{球}}\$——与颗粒同体积球体的表面积。

各种不同形状颗粒的球形系数 \$x\$ 值列于表 2 内。

球形系数值

表 2

形 状	球 形	类 球 形	多 角 形	长 条 形	扁 平 形
球形系数 \$x\$	1.0	\$<1.0\$ 且 \$>0.8\$	\$<0.8\$ 且 \$>0.65\$	\$<0.65\$ 且 \$>0.5\$	\$<0.5\$

某些矿粒的大概形状如下：

金刚石——类球形；黑钨矿——长条形；石榴子石——类球形、多角形；金——长条形、扁平形；石英——多角形、长条形；锡石——多角形、长条形；黄铁矿——类球形、多角形；方铅矿——类球形、多角形；煤——多角形、长条形；铬铁矿——类球形、多角形；闪锌矿——类球形、多角形；白钨矿——长条形。

在重力选矿过程中，由于颗粒受到磨剥和折断，其粒度和形状均可能有一些改变。改变的结果是粒度变小和形状变得较规则。

在重力选矿过程中，用作选分介质的有水，空气，重液及悬浮液。水、空气和重液是均质介质，而悬浮液是由分散介质及悬浮于其中的固相颗粒所组成，所以是两相的非均质介质。

对于重力选矿过程有影响的介质性质是密度和粘度，此外非均质介质的稳定性对重选过程亦有一定的影响。

介质的密度以单位体积介质的质量表示(克/厘米³)，介质的重度则以单位体积介质的重量表示(达因/厘米³)。

由于水的膨胀系数及压缩性均甚小，所以在重力选矿过程中认为水的密度为一定值。在所有计算中均令水的密度为 1 克/厘米³。

空气的密度随压力及温度的变化而有很大变化。在任何压力和任何温度下的空气密度可由气体方程式决定，即：

$$PV = RT \quad (5)$$

式中：\$p\$——绝对压强；

\$V\$——空气的比容(单位重量的体积)；

\$R\$——气体常数；

T ——绝对温度。

空气在温度 $10-20^{\circ}\text{C}$ 和一个大气压下密度为 0.00125 克/厘米³。

重液的密度是各不相同的，可用比重瓶或比重计测定其比重。

悬浮液的密度取决于悬浮质（固相）和分散介质（液相）的密度，以及固相的容积浓度。悬浮液的密度可用下式表示：

$$\Delta_c = \lambda(\delta - \Delta) + \Delta \quad (6)$$

式中： λ ——悬浮质（固相）的容积浓度，即单位体积悬浮液内固相所占的体积分数，以小数表示；

δ ——悬浮质的密度；

Δ ——分散介质的密度。

粘度是实际流体的物理性质之一，表示流体运动时的内摩擦力。介质的粘度可用粘滞系数表示，其意义为使相距单位距离的二流体层在单位时间内有单位距离的相对移动所需施加的外力的大小（克/厘米·秒）。

均质介质——水、空气和重液的粘滞系数决定于它们的分子构造，在常温下是一个不变的物理量。当温度改变时，介质的粘滞系数也随之改变。

在 20°C 时，水的粘滞系数为 0.01 克/厘米·秒（泊），空气的粘滞系数为 0.00018 泊。当温度升高 1°C 时，水的粘滞系数降低 2% ，而空气的则升高 0.25% 。

均质介质的粘滞系数可根据一定量的介质，流出毛细管所需的时间来测定。

悬浮液的粘滞系数与悬浮质的粒度、形状及悬浮液的密度有关。其测定方法见第六章 §2（第 131 页）。

第二章 物体在介质中的沉降

矿粒在介质中的沉降，是重力选矿的基本行为。比重及粒度不同的矿粒，将根据它们的沉降速度不同而达到分离。

§ 1. 重力和阻力。自由沉降与干涉沉降

在真空中，所有物体不论大小、形状及比重如何，都以相同的速度落下，

$$V = \sqrt{2gh} \quad (7)$$

式中： V ——物体落下速度；

g ——重力加速度；

h ——通过的路程。

但在介质中，物体的沉降，将因受到介质的浮力及各种外加阻力而发生变化。

物体在介质中的重力 重力就是地心引力，在重力场中的物体都受到重力或地心引力的作用。作用在物体单位质量上的重力，称为重力场强度，也就是重力加速度 g (981 厘米/秒²)。重力加速度在数值上及方向上是不变的，并和重力方向一致。

物体在介质中所受的重力，就是它在介质（水、空气、重介质等）中的重量。根据阿基米德原理，物体在介质中的重量，等于该物体在真空中的绝对重量减去同体积的介质的重量：

$$G_0 = G - P = V\delta g - V\Delta g = V(\delta - \Delta)g = V\delta \frac{\delta - \Delta}{\delta} g = mg_0 \quad (8)$$

式中： G ——物体在真空中的绝对重量；

G_0 ——物体在介质中的重量；

P ——介质的浮力；

V ——物体的体积；

δ ——物体的密度；

Δ ——介质的密度；

g_0 ——物体在介质中的重力加速度，等于 $\frac{\delta - \Delta}{\delta} g$ ；

m ——物体的质量。

由式 8 可知，物体在介质中的重量等于其质量 m 与其在介质中的重力加速度 g_0 的乘积。 g_0 在数值上及方向上都是不定的，它随物体的密度 δ 及介质的密度 Δ 而变，但与物体的粒度无关。

当 $\delta > \Delta$ 时， g_0 为正值，方向与 g 相同，物体将在介质中下沉。

当 $\delta = \Delta$ 时， g_0 等于零，物体将在介质中悬浮。

当 $\delta < \Delta$ 时， g_0 为负值，方向与 g 相反，物体将在介质中上浮。

在同一介质中，若 $\delta_1 < \delta_2$ ，则 $g_{01} < g_{02}$ ，且

$$g_{02} - g_{01} = \frac{\delta_2 - \Delta}{\delta_2} g - \frac{\delta_1 - \Delta}{\delta_1} g = \Delta \left(\frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\delta_2} \right) g \quad (9)$$

由式 9 可知, 两种密度不同的物体, 在介质中的重力加速度之差, 随介质密度的增大而增大, 所以, 在重力选矿过程中, 分选效率一般随介质密度增大而提高 (以介质密度 Δ 小于大比重矿粒的密度 δ_2 值为限)。

物体在介质中运动时所受的阻力 物体在介质中运动时, 不仅受到介质的浮力的作用, 而且还受到由于介质的粘性及惯性所引起的阻碍物体运动的力的作用。这些力是一个空间力系, 其合力的方向一般与物体的运动方向成斜交, 而在与物体运动方向相反的分力, 就称为介质给予在其中运动着的物体的阻力。

当物体在实际 (粘性) 液体 (介质) 中运动时, 在物体的表面即形成一层极薄的介质层, 称为边界层。在边界层内, 介质的速度梯度很大, 由零激增至与外层介质流速相等。因此在任何情况下, 边界层内介质的内摩擦力是不可忽略的。另一方面, 当外层的介质流速发生变化时, 根据伯努里方程式, 也将发生相应的压强的变化。如果介质流的速度沿其流动的方向逐渐减小, 则其压强将沿此方向逐渐增大, 即产生压强差。这时, 边界层内的流体, 除了要克服自身的内摩擦力外, 还要克服与其运动方向相反的、由此压强差所产生的阻力, 因此边界层内流体的流动速度迅速减小, 以至减小到零, 而在压强差所产生的阻力的继续作用下, 将会改变原来的流动方向, 产生倒流, 并形成涡旋。由此可见, 边界层的性质是很复杂的, 同时对物体运动时所受阻力的形式有很大的影响。

当物体的体积很小, 运动速度很慢及物体的形状便于介质流过其表面时, 介质呈层流状态 (图 1A), 平滑地流过物体表面, 没有明显的速度变化。这时可以认为整个物体为介质边界层所包围, 所以不考虑物体自身的表面情况。而物体自身的动能主要用来克服由于介质粘性所引起的切向摩擦力, 这种切向摩擦力就称为介质的摩擦阻力或粘滞阻力。

物体在介质中运动时, 不断地给予周围介质以作用力, 从而改变了介质的流动速度。物体的体积越大, 运动速度越快, 这种作用则越显著。当物体以较快的速度在介质中沉降时, 其周围的介质由于自身的惯性, 将落后于物体的运动, 前面的介质流速将大于后面的, 即产生了速度差, 因而引起了介质的压强变化, 在物体尾部的压强将大于物体的侧面压强, 从而使物体后部的边界层内的介质, 受到了由于压强差所引起的阻力的作用, 产生涡旋 (图 1B)。介质呈紊流状态。涡旋的形成, 消耗了大量的能量, 使物体后面的压力小于前面的, 形成压力差。这时, 物体则受到周围介质作用在它上面的压力, 此压力的合力在与物体运动方向相反的分力即称为介质的惯性阻力。惯性阻力在很大程度上决定于物体的形状, 因此又称为形状阻力。

物体在介质中运动时, 这两种阻力实际上同时发生作用, 只是在不同的情况下, 所占的比例不同而已。而比例的大小, 不仅取决于物体的运动速度, 尺寸及形状, 并且还与其运动时的取向有关。

物群在器壁所限定的介质空间内运动时, 除受介质阻力外, 同时也受到由器壁及物体之间的相互摩擦及碰撞等所引起的机械阻力。机械阻力主要与物体的比表面、表面状

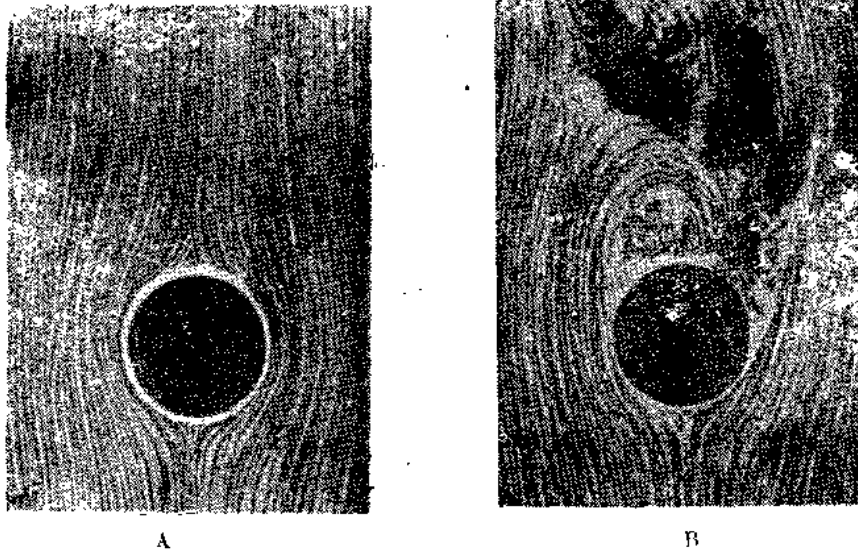


图1 介质绕流物体时的状态

A—层流状态;

B—紊流状态

态、彼此间的运动方向及速度等有关。由于相当复杂,至今尚未能确立精确的计算公式。

综合以上关于介质阻力的分析,可知在一般情况下,介质阻力与下述诸因素有关,即:

$$R = f(d, V, \Delta, \mu)$$

式中: d ——物体的线性尺寸;

V ——物体在介质中的运动速度;

Δ ——介质的密度;

μ ——介质的粘滞系数。

为了求知此函数的具体的数学关系,可以应用著名的 π 定律。当以 d, Δ, V 为基本量时,可得:

$$\pi = f(1, 1, 1, \pi_1)$$

式中:

$$\pi = \frac{R}{V^2 \Delta^2 d^2} \quad (10)$$

$$\pi_1 = \frac{\mu}{V \Delta^2 d} \quad (11)$$

根据因次分析,式10应为:

$$[R] = [V]^x [\Delta]^y [d]^z$$

或

$$[MLT^{-2}] = [LT^{-1}]^x [ML^{-3}]^y [L]^z$$

因而

$$y = 1, y - 3y + x = 1, x = 2;$$

所以

$$z = 2。$$

式11应为:

$$[\mu] = [V]^x_1 [\Delta]^y_1 [d]^z_1$$

或

$$[ML^{-1}T^{-1}] = [LT^{-1}]^x_1 [ML^{-3}]^y_1 [L]^z_1$$

因而

$$y_1 = 1, x_1 = 1, -1 = x_1 - 3y_1 + z_1;$$

所以

$$z_1 = 1.$$

因此得:

$$\frac{R}{V^2 d^2 \Delta} = f\left(\frac{\mu}{V d \Delta}\right) \quad (12)$$

式中: $\frac{\mu}{V d \Delta} = \frac{1}{Re}$ 或 $Re = \frac{V d \Delta}{\mu}$, 而 Re 是雷诺数, 是一个无因次的, 表明介质绕过物体时的流态的参数。雷诺数大于某临界值时, 表示紊流状态, 小于某临界值时, 表示层流状态, 介于二值之间则为过渡状态。对于某既定介质, 其密度 Δ 及粘滞系数 μ 的值一定, 雷诺数的大小取决于物体的尺寸及其运动速度。

令式 12 中

$$\frac{R}{d^2 V^2 \Delta} = \psi$$

即

$$R = \psi d^2 V^2 \Delta \quad (13)$$

式中 ψ 称为阻力系数, 而式 13 即为介质阻力的一般公式。

于是

$$\frac{R}{d^2 V^2 \Delta} = f\left(\frac{\mu}{d V \Delta}\right) \text{ 可改写为:}$$

$$\psi = f(Re)$$

由此可知阻力系数 ψ 是雷诺数 Re 的函数, 因此也是表明物体运动状态的一个无因次参数。

阻力系数 ψ 与雷诺数 Re 之间的关系, 已有许多学者进行过大量的研究。里菜在不同的介质中用不同种类的各种直径的球体进行了自由沉降的试验, 并且把试验的数据, 都画在以 $\lg \psi$ 为纵坐标, $\lg Re$ 为横坐标的坐标纸上, 发现它们最终都归结到一条曲线上 (图 2), 从而构成了著名的里菜曲线 (Re 由 1×10^{-3} 到 1×10^6)。这个事实一方面表明了 ψ 和 Re 的式子中, 正确的考虑了影响球体自由沉降速度的一切主要因素; 另一方面也表明了各种球体都遵循同一的自由沉降规律, 这种客观规律性就决定了球体在自由沉降时, 它们的阻力系数 ψ 与雷诺数 Re 都有曲线所示的客观关系。

曲线表明, 阻力系数 ψ 是随着雷诺数 Re 的增大而减小。在 $Re = 2 \times 10^4$ 附近, 阻力系数 ψ 值骤然降低, 这种现象只有在高度紊流时才发生, 在重力选矿中是遇不到的。曲线的其他部分是平滑而连续的, 表明在紊流与层流之间并无急剧变化, 而是逐渐过渡的。

自由沉降与干涉沉降 物体在介质中的沉降可分为两种形式; 即自由沉降与干涉沉降。严格地说, 单个物体在无限的介质 (水、空气、重液) 空间内的沉降才是真正的自由沉降, 这时, 物体的沉降只受到介质阻力。但在实际上, 在有限介质空间内, 当固体容积浓度很小时, 各颗粒之间既不直接, 也不通过介质来严重阻碍彼此的沉降时, 也可视为自由沉降。物体的自由沉降速度, 与其本身及介质的性质有关。比重相同、尺寸大的物体, 自由沉降速度必较大。

干涉沉降是物群在有限介质空间中的沉降, 而单个的物体在有限介质空间的沉降为这种沉降的一种特殊形式。干涉沉降时, 有限空间的器壁及周围的物体, 阻碍着各个物体的沉降, 它们之间的摩擦及撞击所产生的机械阻力则不可忽略。每个物体与周围的物体之间的间隙大小, 显著地影响着该物体的干涉沉降速度。因而介质中固体的容积浓度, 则决定着物体沉降的干涉程度, 固体容积浓度越大, 干涉程度就越强。反之, 当容积浓度降低至某临界值时, 则可由干涉沉降形式转变为自由沉降形式。区分干涉沉降及自由

沉降的容积浓度值, 根据物体的形状, 表面性质等而定。一般, 当各物体最大截面积之和小于所在介质横断面积的 3% 时, 则必为自由沉降。

§ 2. 物体的自由沉降

物体的自由沉降, 可分为在静止介质中的沉降及在运动介质中的沉降两种。

球体在静止介质中的沉降 球体在静止介质中沉降时, 作用于球体上有两种力, 即球体在介质中的重力 G_0 及介质作用于球体的阻力 R 。当球体的密度 δ 大于介质密度 Δ 时, g_0 为正值, 方向与重力一致, 此时球体下沉。

球体在介质中的重力为:

$$G_0 = \frac{\pi}{6} d^3 (\delta - \Delta) g \quad \text{达因} \quad (14)$$

式中: d ——球体的直径, 厘米。

当球体开始下沉后, 立即与介质间产生相对运动, 从而受到介质阻力, 其值为:

$$R = \psi d^2 V^2 \Delta, \quad \text{达因} \quad (13)$$

因此, 球体在静止介质中的运动方程式为:

$$m \frac{dV}{dt} = G_0 - R = \frac{\pi}{6} d^3 (\delta - \Delta) g - \psi d^2 V^2 \Delta$$

以 $m = \frac{\pi}{6} d^3 \delta$ 代入上式得:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} d^3 \delta \frac{dV}{dt} &= \frac{\pi}{6} d^3 (\delta - \Delta) g - \psi d^2 V^2 \Delta \\ \frac{dV}{dt} &= \frac{\delta - \Delta}{\delta} g - \frac{6\psi V^2 \Delta}{\pi d \delta} \quad \text{厘米/秒}^2 \end{aligned} \quad (15)$$

由式 15 可知, 球体运动的加速度是下列两个加速度之差: 即物体在介质中的重力加速度 $\frac{\delta - \Delta}{\delta} g = g_0$ 及由阻力所产生的所谓阻力加速度 a :

$$a = \frac{6\psi V^2 \Delta}{\pi d \delta} \quad (16)$$

即

$$\frac{dV}{dt} = g_0 - a$$

g_0 的大小仅与球体及介质的密度有关, 而与球体尺寸及运动速度无关。因此, 在整个沉降过程中, g_0 是常数。而阻力加速度 a 则除与球体及介质的密度有关外, 还随球体的运动速度增大而加大。在球体开始下沉时, $V=0$, 故阻力加速度 $a=0$ 、阻力 $R=0$ 。这时球体的运动加速度 $\frac{dV}{dt}$ 最大, 且 $\frac{dV}{dt} = g_0$, 因此 g_0 是球体在介质中由静止开始沉降的加速度, 所以又称为球体沉降的初加速度。而后, 球体的沉降速度 V 逐渐增大, 阻力加速度 a 也随之渐增, 从而使球体运动的加速度 $\frac{dV}{dt}$ 逐渐减小, 当阻力加速度 a 值达到与 g_0 值相等, 或阻力与重力相等时, $\frac{dV}{dt} = 0$, 作用于球体上的力达到平衡, 球体失去加速度而以等速下沉, 这时的速度 V 值达到最大, 称为自由沉降末速, 并以 V_0 表示。

V_0 值可由下述关系求出:

即 $R = G_0$ 时

$$\frac{dV}{dt} = g_0 - a = \frac{\delta - \Delta}{\delta} g - \frac{6\psi V_0^2 \Delta}{\pi d \delta} = 0$$

所以

$$\frac{6\psi V_0 \Delta}{\pi d \delta} = \frac{\delta - \Delta}{\delta} g_0$$

故

$$V_0 = \sqrt{\frac{\pi d (\delta - \Delta)}{6\psi \Delta}} g \quad \text{厘米/秒} \quad (17)$$

式 17 即为计算球体在静止介质中沉降末速 V_0 的一般公式。对于既定球体及介质，式中的 $d_1 \Delta$ 及 δ 为已知，但阻力系数 ψ 为未知，而且根据本章 §1 的分析，阻力系数 $\psi = f(\text{Re})$ ，而雷诺数 $\text{Re} \left(\frac{dV\Delta}{\mu} \right)$ 又为速度的函数，因此这个公式并不能用来实际求算末速 V_0 。

为了解决沉降末速的问题，许多学者做了大量的工作，其中以苏联学者里亚申科的成就最大。1935 年，里亚申科根据下述关系提出了一个新的无因次参数 $\text{Re}^2\psi$ （里亚申科参数）利用 $\text{Re}^2\psi$ 参数，解决了求解 V_0 的问题。

已知：

$$\text{Re} = \frac{dV\Delta}{\mu}; \quad R = \psi d^2 V^2 \Delta$$

当 $R = G_0$ 时：

$$G_0 = \psi d^2 V^2 \Delta \quad \text{或} \quad \psi = \frac{G_0}{d^2 V^2 \Delta}$$

$$\text{Re}^2\psi = \frac{d^2 V^2 \Delta^2}{\mu^2} = \frac{G_0}{d^2 V^2 \Delta} \cdot \frac{G_0 \Delta}{\mu^2} \quad (18)$$

$\text{Re}^2\psi$ 为一无因次数，且与沉降速度 V 无关，已知球体的 G_0 ，及介质的密度 Δ 及粘滞系数 μ 时，即可求知 $\text{Re}^2\psi$ 的值。里亚申科根据里来的 $\text{Re}-\psi$ 曲线，绘制了 $\lg(\text{Re}^2\psi) = f(\lg \text{Re})$ 的曲线（图 3），利用式 18 及 $\lg \psi = f(\lg \text{Re})$ 与 $\lg(\text{Re}^2\psi) = f(\lg \text{Re})$ 两曲线，通过如下步骤求得 V_0 ：

- 1) 用 G_0, μ, Δ 算出 $\text{Re}^2\psi$ 值；
- 2) 根据算出的 $\text{Re}^2\psi$ 值，利用 $\lg(\text{Re}^2\psi) = f(\lg \text{Re})$ 曲线，找出相应的 Re 值；
- 3) 根据找出的 Re 值，利用 $\text{Re} = \frac{dV_0\Delta}{\mu}$ 式，算出 V_0 ；或者利用 $\lg \psi = f(\lg \text{Re})$ 曲线求出 ψ ，代入式 17，求算 V_0 。

如果根据实验已经求出 V_0 值，则还可利用里亚申科的方法倒算已知密度的球体的直径，或知道球体直径求算球体的密度。

应用里亚申科的方法求算沉降末速是最通用的方法。在此以前，曾有牛頓、雷廷智、斯托克斯等人，提出了用于个别情况的阻力及末速公式。

牛頓把介质看作是沒有內摩擦（或沒有粘性）的理想液体，即不考虑介质的摩擦阻力，同时完全根据弹性碰撞定律，在不考虑物体周围的液体所形成的复杂的涡流的情况下，引导出牛頓阻力定律，即：

$$R_N = F V^2 \Delta \quad (19)$$

式中： F ——物体在垂直运动方向的截面积。

雷廷智根据牛頓定律导出球体的阻力公式，称为牛頓—雷廷智阻力公式：