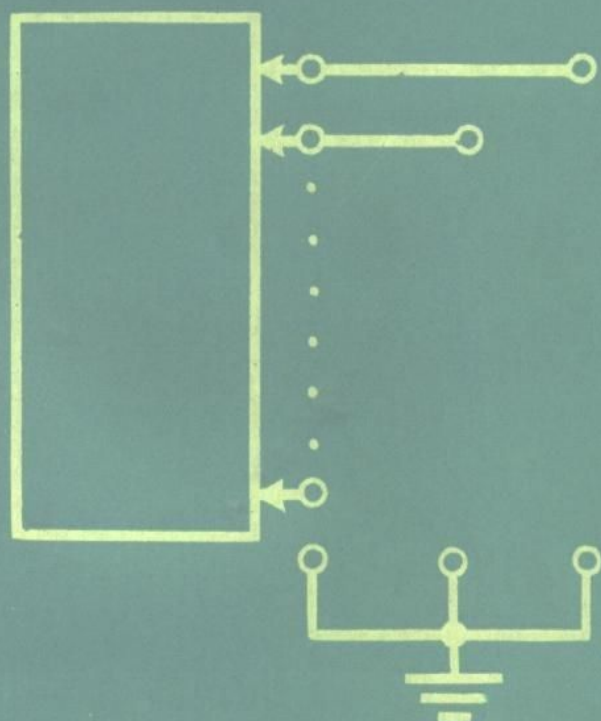


符号网络函数 与 不定导纳矩阵

全茂达 朱英辉 编



高等教育出版社

符号网络函数 与 不定导纳矩阵

仝茂达 朱英辉 编

高等教育出版社

符号网络函数是网络理论的新内容,用于分析大规模网络有助于认识网络全貌、分析网络的灵敏度、提高机辅分析综合的计算速度和精度。本书除绪言外分六章:网络拓扑学简介、不定导纳矩阵、不定导纳矩阵的应用、信号流图、计算符号网络函数的拓扑法、计算符号网络函数的数值法,介绍了有关的基础知识和几个有代表性的产生符号网络函数的算法。书中有大量以有源网络为研究对象的例题和两个简单的典型计算程序。

本书可供高等学校电工、无线电、半导体、自动化和计算机科学等专业师生以及有关工程技术人员参考。

本书是中国科技大学全茂达(回族)、朱英辉编写的。

符号网络函数与不定导纳矩阵

全茂达 朱英辉 编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民邮电出版社印刷厂印装

开本 850×1168 1/32 印张 7.5 字数 180,000

1983年6月第1版 1984年9月第1次印刷

印数 00,001—4,730

书号 15010·0499 定价 1.40 元

绪 言

在1960年以前,应用数字计算机分析、设计电网络的计算程序,都是纯“数值程序”。这样的程序计算出来的结果是数字而不是函数。它的特点是逐点进行完整的数值计算。例如要获得某放大器的幅频特性曲线,必须在每一个采样点(例如 $f=1000\text{Hz}$)上,用网络中元件的具体参数值进行一次完整的分析,得到一个数字结果(例如 $A_v(f=1000\text{Hz})=78$)。如果希望曲线绘制得越精确,相应的采样点必须越多。这是非常费时间的。如果希望得到网络内某一元件取不同参数值时的相应频响曲线族,那就更费时间,很不经济。

随着集成电路的迅速发展,网络规模越来越大,这种缺点就显得更为突出。于是,人们开始思考,倘若能编制一种程序使数字计算机产生用符号 s 表示复频率的网络函数 $H(s)$,那末用它去计算 $|H(j\omega)|$ 显然比逐个频率对网络进行完整的分析要快得多。D. A. Calahan 1965年发表的文献[2]是成功地实现这一思想的最早几个程序之一。应用这一程序可在数字计算机上得到含有一个符号 s 的网络函数 $H(s)$ 。例如,可以算出某一放大器的电压放大倍数是

$$H(s) = A_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{s^2}{2s^2 + 2 \times 10^4 s + 0.75 \times 10^8} \quad (0-1)$$

这种带有符号 s 的网络函数 $H(s)$ 在研究频率响应方面非常有用。将 $H(s)$ 中 s 用 $j\omega$ 代替便得到关于频率 ω 的解析式。如果该式简单(如 $2 + j3\omega$),可立即看出它的频响曲线形状。如果该式复杂,利用参数迭代法可在数字机上一次逐点描绘出频响曲线。显

然,这比使用纯“数值程序”方便得多。到了1970年前后,有些程序不仅能在计算机上产生只含有复频率 s 符号的网络函数 $H(s)$,而且能产生部分电路元件用符号表示的,甚至是全部元件皆用符号表示的网络函数。于是,很自然地出现了符号网络函数的概念。

符号网络函数有两种:第一种是全部元件及复频率皆用符号表示的网络函数,称做全符号网络函数。如

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{s^2 LRC}{s^2 2LRC + s(L + R^2 C) + R} \quad (0-2)$$

或

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{ZYR}{2ZYR + Z + R^2 Y + R} \quad (0-3)$$

第二种是部分元件及复频率用符号表示的网络函数,称做部分符号网络函数。如

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{s^2 R}{s^2 2R + s(0.5 \times 10^6 + 150R^2) + 0.75 \times 10^6 R} \quad (0-4)$$

式(0-1)那种只有复频率用符号表示的网络函数有人称之为部分符号网络函数,也有人称之为第三种符号网络函数。由于这几种符号网络函数很易鉴别,为简单起见后面不加区分地统称为符号网络函数,除非另有说明。

前面已经指出第三种符号网络函数(以数字为系数的 s 有理函数)在分析频响特性方面十分有用。下面从另外几个方面说明符号网络函数的作用。

第一,借助于它们可以对分析对象的全貌有深入认识。例如下式

$$A_v = \frac{V_e}{V_b} = \frac{R_e}{(1-\alpha)r_b + r_e + R_e} \quad (0-5)$$

是工作在低频范围的单管共集极放大器(跟随器)的电压传输增

益。 V_b 表示基极电压, V_e 表示射极电压。观察符号网络函数 A_v ,立刻就可看出 A_v 是正的,且总小于1;只要 $R_e \gg [(1-\alpha)r_b + r_e]$, A_v 就非常接近1,显示出它的跟随性能。相对来说 α 大一些, r_e 小一些,跟随性能要好一些。这些清晰明瞭的结论对于我们认识跟随器的性能,挑选晶体管的参数,选择负载电阻的大小都很有参考价值。倘若不采用符号网络函数,只有在分别对各个参数的不同数值进行多次计算之后,才能得到这些明确的结论。有时甚至于计算了许许多多次之后,对全貌仍缺乏足够的认识。

第二,有了符号网络函数,要考察某一参数对网络性能的影响,可用迭代法使计算大大简化。例如某一级放大器的负载电阻 R_L 可以取值 $1k\Omega, 2k\Omega, \dots, 10k\Omega$,希望知道对应的增益各为多少。采用符号网络函数,用迭代法在计算机上计算对应这十个 R_L 值的增益,要比不用符号网络函数进行十次完整的数值计算,求取十个增益简单得多。

第三,利用它们可以分析网络关于某个参数的灵敏度。我们仍以式(0-5)为例。当 α 发生微小的变化时,电压增益对于 α 的灵敏度函数 $\partial A_v / \partial \alpha$ 是

$$\frac{\partial A_v}{\partial \alpha} = \frac{R_e r_b}{[(1-\alpha)r_b + r_e + R_e]^2} \quad (0-6)$$

由式(0-6)可明显地看出,当 α 产生微小变化 $\partial \alpha$ 时 A_v 将产生多大的偏差 ∂A_v ,以及各个参数对 ∂A_v 起什么作用。通过高阶微商,可以得到高阶灵敏度,例如 $\partial^2 A_v / \partial \alpha \partial R_e$ 。

最后还要指出,用数字计算机进行计算时,有限字长会引起舍入误差;数值相近但正负号相异的两个浮点数相加,会造成有效数字丢失,引入误差。应用符号网络函数可以适当地控制这些误差,提高精度。

例如,我们需要分析 $I_s = 1 \text{ A}$ 的电流通过并联支路的分配情

况。假定支路 1 中 $G_1=1\text{ S}$, 支路 2 中 $G_2=10^{-6}\text{ S}$, 计算机字长为六位有效数字。显然通过 G_1 的电流 I_1 是

$$I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} I_s$$

其中 $I_s=1.00000\text{ A}$, $G_1=1.00000\text{ S}$, G_1+G_2 的精确值是 1.000001 S , 计算机给出的数值是 1.00000 。结果 $I_1=1.00000\text{ A}$ 。若保持 G_2 为符号, G_1 和 I_s 代之以具体数值, 则有

$$I_1 = \frac{1}{1+G_2}$$

将 $\frac{1}{1+G_2}$ 展开成幂级数形式, 有

$$I_1 \simeq 1 - G_2 + G_2^2 - \dots \simeq 0.999999\text{ A}$$

$$I_2 \simeq 0.000001\text{ A}$$

上式中 I_2 为通过支路 G_2 的电流。

再如, 计算下式值

$$\Delta = p + q - p - q$$

设有效字长为六位, $p=5.33333$, $q=0.0133333$ 。代入数值进行计算有

$$\begin{aligned} \Delta &= [(5.33333 + 0.0133333) - 5.33333] - 0.0133333 \\ &= [5.34666 - 5.33333] - 0.0133333 \\ &= -0.0000033 \end{aligned}$$

这显然不是正确答案。倘若保持 p (或 q) 为符号, 则有

$$\begin{aligned} \Delta &= p + 0.0133333 - p - 0.0133333 \\ &= 0 \end{aligned}$$

符号网络函数的这些作用现在已经得到普遍的承认。它已成为网络理论中一个活跃的分支, 研究它是一件非常有意义的工作。

计算符号网络函数的方法主要有下面几种: 树值算法[2]、[3]、信号流图法[4]、[5]、节点-本征值算法[6]、状态-本征值计

算法[7]、插值法[8]、行列式展开法[9]以及最新的增量扰动法[10]等等。前两种统称为拓扑法,后面几种统称为数值法。拓扑法易于实现全符号网络函数;数值法易于实现部分符号网络函数。诚然,符号网络函数并未发展成熟,每一种方法都会有这样或那样的欠缺,有待人们进一步探讨。

不定导纳矩阵是1960年由G. E. Sharpe和B. Spain提出来的[11]。由于它具有行与列的零和特性、一阶代数余子式皆相等的等余因子特性,为网络分析带来许多便利。利用它可以将一个复杂的网络看成若干个简单的子网络的并联,非常便于系统地列出网络方程;利用它可以直接得到多端网络的各种类型网络函数或适当减少网络方程个数,因而很适宜用来系统地分析较大网络。除上述外,它还是计算符号网络函数的树值算法、节点-本征值算法的重要依据之一。这两种计算符号网络函数的程序还可直接用来计算回归差及灵敏度。它不仅可用来分析模拟网络,还可用来分析数字网络(如开关电容网络)[12]。因此,它越来越为人们注意,国外许多网络分析和综合的书籍[13]、[14]、[21]、[24](特别是教材)都提到它。

编写本书的目的有两个:第一,为读者介绍关于符号网络函数的基本知识,帮助读者掌握部分最新方法。第二为大学生和一般电子工程工作人员提供行之有效的分析电子线路的笔算方法。在编写中,我们力求将电路、电子线路和计算机辅助分析三方面内容结合起来,并编入了许多分析有源网络(包括含有运算放大器)的例题。

全书内容这样安排:第一章简单介绍有关的网络拓扑学知识。第二、三两章介绍不定导纳矩阵。第四章介绍信号流图。第五章介绍计算符号网络函数的拓扑法。第六章介绍计算符号网络函数的数值法。第五章和第六章中还附有在CROMEMCO微型

机上通过的简单程序。

中国科学院空间科学技术中心陆志刚同志、中国科技大学研究生院左垵副教授在百忙之中，始终给予了热情的鼓励和耐心的指导。中国科技大学王文涛副教授阅读了修改稿，提出了中肯意见；中国科技大学电工电子学教研室方树尧、陈昌薇等同志给予了大力支持。庄镇泉同志细心地阅读了全文，王长富、刘根泉、戴蓓茜三同志审阅了部分章节，他们都提出了宝贵意见，袁伟泉同志给予协助提供了资料。我们在此一并深表感谢。最后还要特别感谢周继红同志在调试程序中给予的合作。

目 录

绪言	1
第一章 网络拓扑学简介	1
§ 1-1 基本定义	1
§ 1-2 描述拓扑图的几种矩阵	6
第二章 不定导纳矩阵	13
§ 2-1 不定导纳矩阵概述	13
2-1-1 定义及性质	13
2-1-2 导纳矩阵的处理	16
§ 2-2 典型器件的不定导纳矩阵	21
§ 2-3 三端器件的不定导纳矩阵	23
第三章 不定导纳矩阵的应用	31
§ 3-1 多端网络的网络函数	31
§ 3-2 增广网络	43
§ 3-3 计算回归差及灵敏度的公式	53
§ 3-4 含有运算放大器网络的分析	63
3-4-1 不定导纳矩阵分析法	63
3-4-2 约束网络法之一	67
3-4-3 约束网络法之二	73
第四章 信号流图	83
§ 4-1 引言	83
§ 4-2 电网络与信号流图	85
§ 4-3 一些基本简化方法	92
§ 4-4 传输系数计算公式	96
§ 4-5 Mason(梅森)公式	102
§ 4-6 闭合信号流图	108
§ 4-7 双口参数表示的信号流图	110
第五章 计算符号网络函数的拓扑法	117
§ 5-1 Mason 公式算法	117

5-1-1	找树的方法及程序	117
5-1-2	信号流程图绘制	123
5-1-3	寻找路 and 多重回路的方法	129
5-1-4	举例	136
§ 5-2	Mielke 公式算法	139
5-2-1	封闭信号流程图的绘制	140
5-2-2	计算 $\det M$ 的新公式——Mielke 公式	143
5-2-3	Mielke 公式与 Mason 公式比较	151
§ 5-3	符号编码	156
§ 5-4	树值算法	158
5-4-1	网络定向拓扑图的描绘	158
5-4-2	Chen Wai-Kai(陈惠开)定理	161
5-4-3	找定向树的方法	166
第六章	计算符号网络函数的数值法	173
§ 6-1	节点-本征值法	173
6-1-1	参数抽取定理	175
6-1-2	有效符号组合的识别	179
6-1-3	计算 $\det(s\mathbf{F} + \mathbf{H})$	183
6-1-4	计算部分符号网络函数的程序 PSNF	192
§ 6-2	行列式展开法	204
6-2-1	行列式的几种展开式	205
6-2-2	以混合变量支路对方程为基础的符号分析法	211
6-2-3	以混合变量支路方程为基础的符号分析法	214
附录	两矩阵之和的行列式的展开	224
参考文献		226

第一章 网络拓扑学简介

§ 1-1 基本定义

网络拓扑学是一些产生符号网络函数方法的基础。这里首先介绍有关的基本定义。网络拓扑学中指的图或拓扑图不是通常意义下的几何图形，而是抽象地指一些点和线段的集合。用来表示电网络的拓扑图叫做电网络拓扑图，常常简称为网络拓扑图或拓扑图。例如，图 1.1.1(b) 是图 1.1.1(a) 中网络 N 的拓扑图。在拓

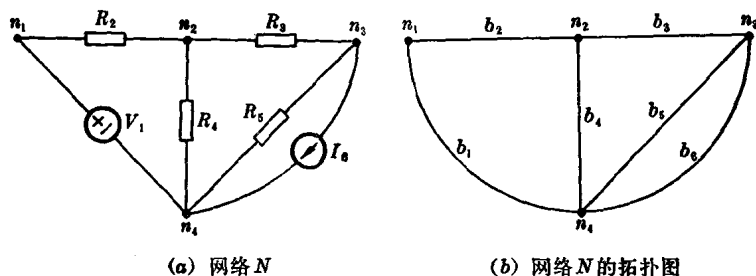


图 1.1.1

扑图中，每一个二端元件不论其种类、参数数值如何，均用一条线段表示，线段两端的黑点表示元件的两个端点。

有了以上关于电网络拓扑图的感性认识，我们介绍下面一些基本概念。

节点 n_i^* ：线段的端点或孤立的点。

支路 b_i^* ：连接两个节点的线段。

* $n_i(b_i)$ 中 $n(b)$ 含意是节点(支路)， i 为正整数。 $n_i(b_i)$ 本身看作数时就等于 i 。

图 G : 节点和支路的集合, 且支路一定与节点关联, 但可含有孤立节点。

子图: 若图 G_1 中节点、支路均属于图 G , 则称 G_1 是 G 的子图。如果子图 G_1 包含图 G 的全部节点, 则称 G_1 为 G 的生成子图 (spanning graph)。例如, 图 1.1.2(a) 和 (b) 都是图 1.1.1(b) 所示图的子图, 图 1.1.2(a) 是生成子图。

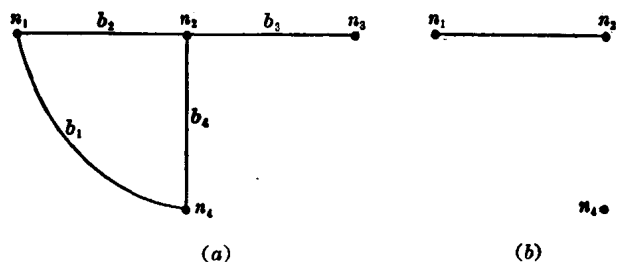


图 1.1.2 图 1.1.1(b) 所示图的子图

节点的度: 与某节点相关联的支路数称为该节点的度。零度节点是孤立节点。一度节点称为悬挂点。

路 P : m 条不同支路和 $m+1$ 个不同节点依次连接形成长度为 m 的路。路上节点除始端和终端为一度节点外, 其余均为二度节点。路也称为路径或通路。如图 1.1.1(b) 中 b_2 和 b_3 组成长度为 2 的路, b_2, b_3, b_5 组成长度为 3 的路。

连通图: 任意两个不同节点之间均有路相通的图称为连通图, 否则便是非连通图。如图 1.1.1(b) 和图 1.1.2(a) 均为连通图, 图 1.1.2(b) 是非连通图。

回路 L : 始端和终端相重合的闭合路。回路所含支路数为回路的长度。长度为 1 的回路叫自回路。就回路而言, 其节点皆为二度节点。例如图 1.1.1(b) 中, 支路 b_3, b_4, b_5 组成长度为 3 的回路。

割集 C : 连通图的割集为一组支路集合, 如果 (1) 将该支路集

合中全部支路移去,则连通图被分割成为两个连通(子)图;(2) 只要保留该集合中任意一条支路则图仍然是连通的。如图 1. 1. 1 (b)中支路集合 (b_2, b_3, b_4) 是一个割集。这里要注意, 为了使移去支路后的子图符合图的定义,即图中支路必须和节点相关联,移去支路不带走原图的节点。

树 T : 树是连通图 G 的一个连通子图,它包含着 G 的全部节点,但不含有回路。树上的支路称为树支。如图 1. 1. 3(a) 为图 1. 1. 1(b)所示图的树。其中 n_1 和 n_4 为悬挂点。

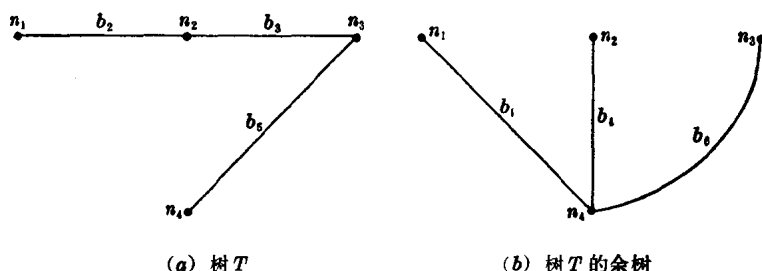


图 1. 1. 3 树和余树

余树: 设图 G 有树 T ,将树 T 从图 G 中移去,剩下的子图叫余树。余树上的支路叫连支。如图 1. 1. 3(b) 是图 1. 1. 1(b) 所示图相对于图 1. 1. 3(a)的树的余树。若取 b_1, b_4, b_5 为树,则 b_2, b_3, b_6 构成余树。这样的树和余树读者可自行画出。

定向支路: 用箭头注明方向的支路叫定向支路,例如图 1.1. 4 中 b_2, b_3, b_4, b_5 。定向支路的方向可用来表示电网络中支路的电流参考方向,或电压降参考方向。

定向图 G_d : 节点和定向支路构成的图称为定向图,如图 1. 1. 4。

为后面叙述方便,我们称定向支路的出发节点为父点,终止的节点为子点。离开某一父点的支路称为该节点的出射支路,指向某

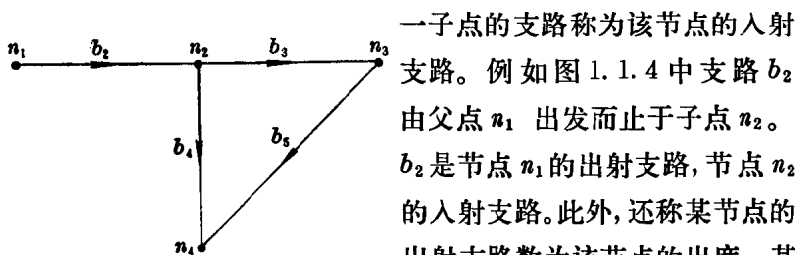


图 1.1.4 定向图 G_d

一子点的支路称为该节点的入射支路。例如图 1.1.4 中支路 b_1 由父点 n_1 出发而止于子点 n_2 。 b_2 是节点 n_1 的出射支路, 节点 n_2 的入射支路。此外, 还称某节点的出射支路数为该节点的出度, 某节点的入射支路数为该节点的入

度。例如图 1.1.4 中, 节点 n_2 的入度为 1、出度为 2。

定向回路 L_d : 方向一致的定向支路组成的回路称为定向回路。定向回路的方向与其内部的每一条定向支路方向相吻合。例如如图 1.1.5 中定向回路 L_d 与定向支路 b_2 、 b_3 和 b_5 方向均吻合。在

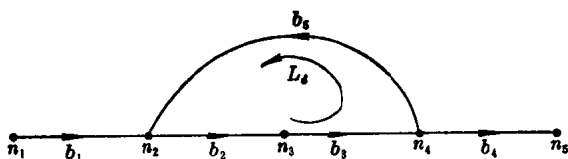


图 1.1.5 定向回路

§ 1-2 中, 基本回路方向可能未与回路中每一条支路方向吻合, 为简单计仍称为定向回路。

定向树 T_d : 定向树 T_d 是定向连通图的子图, 且必须满足下面两个条件: (1) T_d 中有一出度为零的节点 r , 其余节点出度为 1; (2) 当 G_d 和 T_d 中所有支路都不考虑方向时, 得到各自对应的图 G 和树 T 。例如图 1.1.6(b) 和 (c) 都是图 1.1.6(a) 所示图的定向树。

在定向树中, 我们称出度为零的节点 r 为根, 根的入射支路为主干; 称入度为零的节点为梢, 梢的出射支路叫梢支。例如图 1.1.6(b) 中, 根为节点 n_4 , 主干为支路 b_3 , 梢为节点 n_2 和 n_3 , 梢支为支路 b_4 和 b_7 。

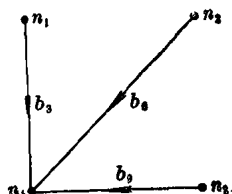
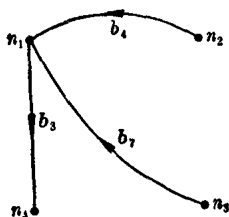
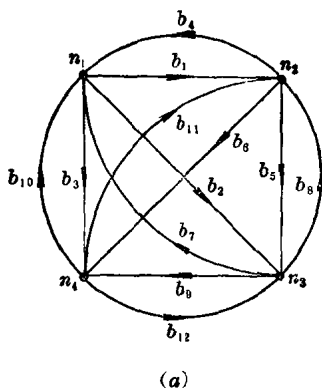


图 1.1.6 以节点 n_4 为根的定向树

我们亦可将上述定向树的条件(1)改为定向树 T_d 中有一入度为零的节点 r , 其余节点入度为 1, 条件(2)保留不变。这样的定向树从方向来讲由根“长”到梢, 形象地和日常说的树概念吻合 (参看图 1.1.7)。这两种定义, 在不同场合应用起来各有方便之处。为区别起见, 称后者为第二类定向树。

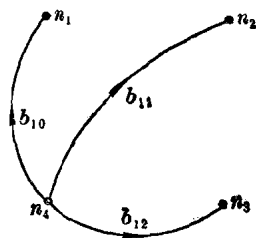


图 1.1.7 以节点 n_4 为根的第二类定向树

注意, 以上使用的符号中下注脚 d 表明定向的含意。为简便起见, 以后省略术语中定向二字。例如图 G_d 指的就是定向图 G_d 。

§ 1-2 描述拓扑图的几种矩阵

本节主要介绍描述连通图 G_d 的几种矩阵及其特性。

关联矩阵 A_a : 对于一个具有 n_i 个节点, b_q 条支路的连通图 G_d , 它的关联矩阵 A_a 是一个 $n_i \times b_q$ 阶矩阵。它的行与节点对应, 列与支路对应, 矩阵中元 a_{ij} 规定如下:

$a_{ij} = 1$, 支路 b_j 是节点 n_i 的出射支路;

$a_{ij} = -1$, 支路 b_j 是节点 n_i 的入射支路;

$a_{ij} = 0$, 支路 b_j 与节点 n_i 无关联。

例如图 1.2.1. 中图 G_d 的关联矩阵 A_a 是

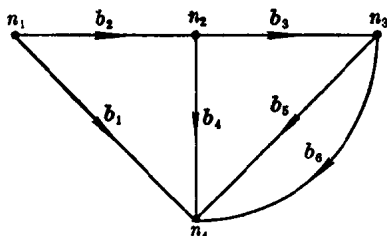


图 1.2.1 图 G_d

$$A_a = \begin{matrix} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ \begin{matrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1-1)$$

降阶关联矩阵 A : 删去 A_a 中任意一行而得到的 $(n_i - 1) \times b_q$ 阶矩阵。例如删去式(1-1)第四行得到

$$A = \begin{matrix} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ \begin{matrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1-2)$$

正极关联矩阵 A_a^+ : 矩阵 A_a 中 -1 元素全部换成 0 后的矩阵。例如式(1-1)的正极关联矩阵 A_a^+ 是