中央人民政府高等教育部推薦

高等學校教材試用本

薄壁構造結構力學概論

C. H. KAH等著

王德榮譯

商務印書館

中央人民政府高等教育部推薦
高等學校教材試用本

薄壁構造結構力學概論

С. Н. 康, Я. Г. 潘諾夫可著
王德榮譯
鄭鴻模校訂

商務印書館

本書係根據蘇聯國防工業出版社(Оборонгиз)出版的 С. Н. 康(С. Н. Кан) 和 Я. Г. 潘諾夫可 (Я. Г. Пановко)合著"薄壁構造結構力學概論"(Элементы строительной механики тонкостенных конструкций) 1952 年增訂版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定爲航空學院結構力學教程中薄壁構造部份的教學參考書。

薄壁構造結構力學概論

王德榮譯

商務印書館出版

上海河南中路二一一號

中國圖書發行公司 總經售

商務印書館上海廠 印刷

(64749)

1953年8月初版 1954年1月再版

版面字數 146,000 印數 2,801—4,300

定價 ¥10,000

上海市書刊出版業營業許可證出〇二五號

中央人民政府高等教育部推薦
高等學校教材試用本的說明

充分學習蘇聯的先進經驗，根據國家建設需要，設置專業，培養幹部，是全國高等學校院系調整後的一項重大工作。在我國高等學校裏，按照所設置的專業試用蘇聯教材，而不再使用以英美資產階級教育內容爲基礎的教材，是進一步改革教學內容和提高教學質量的正確方向。

一九五二年九月二十四日人民日報社論已經指出：‘蘇聯各種專業的教學計劃和教材，基本上對我們是適用的。它是眞正科學的和密切聯系實際的。至於與中國實際結合的問題，則可在今後教學實踐中逐漸求得解決。’我們現在就是本着這種認識來組織人力，依照需要的緩急，有計劃地大量翻譯蘇聯高等學校的各科教材，並將繼續向全國推薦，作爲現階段我國高等學校教材的試用本。

我們希望：使用這一試用本及今後由我們繼續推薦的每一種試用本的教師和同學們，特別是各有關教研組的同志們，在教學過程中，對譯本的內容和譯文廣泛地認眞地提出修正意見，作爲該書再版時的參考。我們並希望各有關教研組在此基礎上逐步加以改進，使能結合中國實際，最後能編出完全適合我國需要的新教材來。

中央人民政府高等教育部

再版序言

薄壁立體系統的強度問題，是最新的結構力學問題中的一個最迫切的問題。近年來薄壁結構的計算，業已訂入航空高等學校教學大綱，作爲飛機結構力學的必不可缺少的組成部分。但是，儘管與這些問題有關的參考書已有很多，可卻不能找到可以適合教學過程的特殊要求的書籍。

A. A. 伍曼斯基所著"航空薄壁結構的扭轉及彎曲"(A. A. Уманский. Кручение и изгиб тонкостенных авиаконструкций)一書，出版於 1939 年，在形成薄壁結構合理計算方法的事業中，該書起了卓越的作用，並且一直是結構力學愛好者的必讀書籍。但是，這本專門書籍很少適合於現行教學大綱的要求。

本書曾於 1949 年初版，編寫目的在於彌補參考書中的上述缺點，並供航空學院學生及空軍工程學院學生作爲飛機結構力學方面的教學參考書。

著者力圖這樣去組織種類不同的材料，以保證敍述的最大緊密性及完整性，設有可能的話，並使敍述符合於結構力學的一般精神，以便力求使讀者得到一個和桿系強度範圍內的相應現象的類似性。

本書內容講述薄壁結構一般強度的主要問題；書中全未討論穩定問題，而局部強度問題祇部份地討論到。

在本版中，有着許多重要的改動。具有開口外形的薄壁結構的限制問題，是以吳拉索夫(B. З. Власов)的理論爲唯一的方法原理而加以闡明的。具有閉外形的薄壁結構的限制扭轉，比初版討論得更詳細；著者認爲現在必須及時地特別注意到邊界條件的特例，以及注意到"參

與"的問題(第四章)。有圖例說明的計算例題的數目，已經大大地增加。

在進行本版的修訂工作時曾考慮到 B. T. 伯也可夫(B. T. Байков)，Г. Ю. 藏列尼茨(Г. Ю. Джанелидзе)，B. A. 馬爾茵(B. A. Марьин)，Ю. B. 奧金諾果夫 (Ю. B. Одиноков)，A. Ю. 羅曼塞夫斯基 (A. Ю. Ромашевский)，A. A. 伍曼斯基 (A. A. Уманский)，A. M. 契勒姆亭 (A. M. Черемухин)等同志的寶貴的意見及批評。著者對上述諸同志致以衷心的感謝。

目　　錄

薄壁構造結構力學概論

緒　論

§1. 前言

正如一百年前橋樑結構的進步,激勵了桁架計算的發展一樣,在現代新的結構形式的應用(主要是在航空方面),引起結構力學一新部門的形成——卽薄壁結構的計算理論的形成。

像在彈性體力學的許多其他問題中一樣,祇在個別特殊的情形中,可能有正確的解法,而對這些解法往往又沒有實際用處。由於這個緣故,實用的計算方法是有特殊意義的,這方法不惜略去次要的情形,使可滿意地闡明結構內諸力的作用。只是在根據試驗,清楚地確定了簡單便利的工作假設,使實際的計算方法成爲可能的時候,薄壁結構計算理論才變爲結構力學的一章。

雖然這些方法的形成過程,距離到達完善的地步還很遠,但是到現在薄壁結構計算已經在結構力學的問題範圍內,取得了地位,因爲它可能是結構力學中最合乎實際需要的一部份。

薄壁結構計算的現代理論,是許多學者創造性的工作的果實;值得特別注意的是,我們的同胞如技術科學博士別廖也夫教授(B. H. Беляев),斯大林奬金獲得者技術科學博士吳拉索夫教授(B. 3. Власов),及技術科學博士伍曼斯基教授(A. A. Уманский),在這個理論的創造中佔着主要的地位。正由於他們的著作,使強度計算工程方法的武庫,大

大地充實起來。

§2. 基本假設

在下面我們將研究這樣的薄壁結構，這些結構在其自然(不受載荷)的狀態中，具有圓柱形薄壳的形狀(圖 1,a)；而用來製造這種結構的材料，是假定服從應力及變形間直線關係的定律，因此，是理想彈性的。橫剖面在平面(這平面和結構的縱軸垂直)上的投影，是假設在變形中不改變的。

薄壳每點的位置，可用下列三個坐標確定：

z—沿着母線；

s—沿着剖面中線的外形；

n—沿着結構系統中面(即平分薄壳厚度 δ 所做成的面)的法線。

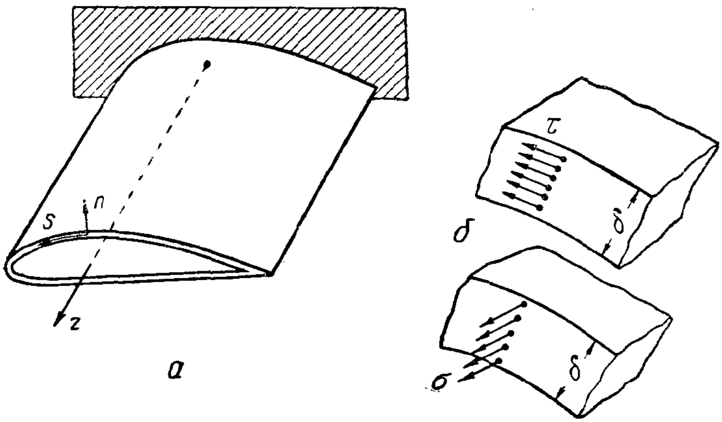

圖 1.

壁的厚度是假設小到這種程度，以致可以把正應力 σ 沿壁厚度的變化略去，剪應力 τ 沿壁厚度的變化也可略去。這樣就可以假設，應力 σ 及 τ 和坐標 n 無關，而祇是 z 及 s 的函數(圖 1,$б$)；在本書各章中，均

採取這個假設。由於應力沿厚度上的均勻分佈，使我們不必去利用應力本身，而可利用單位長度上的內力 $\sigma\delta$ 及 $\tau\delta$（數值 $q=\tau\delta$ 叫做剪流）。這時坐標 n 失去了它的意義，而整個薄殼就歸納到中面上去了。

假設薄殼表面不受加於系統 z 軸方向內的外剪載荷；這時根據薄殼正剖面內剪應力成對的定律，靠近表面的剪應力的向量，在垂直於表面的方向內不應有分力。據此我們可假定，剪流的向量到處和剖面外形切線的方向相符❶。換言之，剪流的方向如圖 2,a 所示；而圖 2,б 所示的方向是不可能的。

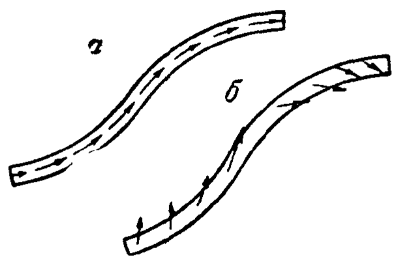

圖 2.

上面所述可大大的簡化分析，但是為了製定簡單的計算方法，則尚嫌不足。為了製定這種方法，必須預先採用某些關於薄殼變形的簡單定律。在一些情形中，要作關於位移 w 或關於應變 ε_z（在系統的 z 軸方向內）的一定假設；在另一些情形中，卻採用一些關於中面剪切性質 γ 的簡化假設（有時即或由於這樣不同的假設，所得出的結果還是相符合的，這就證明了工作假設的相當性）。

某種假設的適用或不適用，可把最後的結果和試驗數據相比，以得評定（或在某些情形中把最後的結果和正確的解法相比較）。根據試驗結果，使我們可以選擇到滿意的假設，而放棄不滿意的假設；同樣可以成功地指出那些祇有在一定條件下是正確的，但不能普遍應用的各種假設的應用範圍。

第一章的敍述是建立在下面假設上的，即在薄殼任何剖面內的應變 ε_z，服從平面分佈定律：

❶所謂剖面的外形，是指剖面的中線。

$$\varepsilon_z = ax + by + c。 \tag{A}$$

式中 x 及 y 是在系統 XOY(與剖面的平面結合)內剖面中線上某一點的縱橫坐標。

圖 3 為平面定律的圖例。此處所研究的類型的結構的 ε_z 分佈的平面定律,是二十年以前別廖也夫擬定的,這個定律在許多情形中,卻很好地證明為正確的。應用這個定律和虎克定律,就可能從單純的靜力學關係,去決定正應力。決定剪應力較為複雜,因為剖面的結構特點具有重要的作用(有無閉合外形,及它們的數目);根據剖面的結構,可能有靜力可定的情形(單閉合的剖面),靜力不定的情形(多閉合剖面),甚至有幾何可變的情形(開剖面)。

在後者的情形中,設以任何形式在開剖面上加載荷,使它承受扭轉,則 ε_z 的平面分佈假設,就變為不適合了。在閉合剖面中,在加上相當大的集中扭矩的區域內(尤其是在靠近固定端的地方),同樣地有上述情形存在。

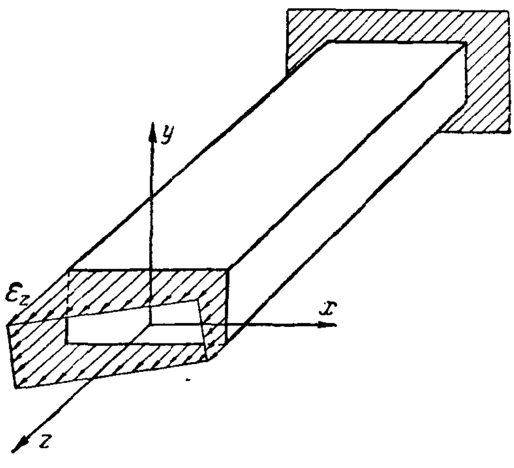

圖 3.

在第二章內，有吳拉索夫理論的簡單敍述，該理論能夠解決開剖面的扭轉問題；這個理論是把中面內沒有剪切的假設作爲基礎的。

在第三章內，有關於閉合剖面扭轉問題的解答，這個解答是把關於中面剪切的一定簡化的假設，作爲基礎的。

在第四章內，包括在邊界條件的特例中的薄壁結構的計算要素。

在第五章內，敍述有關薄壁結構問題的現狀。

第一章 薄壁結構的彎曲及扭轉理論概要

§1. 正應力的決定

在本章中我們採用應變分佈的平面定律(參考圖 3)。

我們不應這樣想,即所採取的假設和材料力學的基本理論的平面假設完全相當。其中雖然平面假設特別表明應變分佈是一個平面定律,但是因為這個假設又包括了沒有剪切的要求,故它較為嚴格些。在這兒我們不去規定沒有剪切的條件,而只去製定在形式上與平面假設不同的基本假設:即在變形以前(即在結構承受載荷以前)是平面的剖面,能產生翹曲❶,但是沿剖面的應變服從平面定律。在彈性理論中業已說明嚴格的解法,即在存在剪力及剖面翹曲的情形下,(矩形剖面的肱樑在端上受着集中載荷的彎曲問題),其應變可以服從平面定律。因此我們所採假設的限制,比剖面平面定律要寬些。

設結構系統從一種材料做成,而這種材料又服從虎克定律(彈性模數 E=常數),則從(A)式得正應力的平面定律:

$$\sigma = Ax + By + C, \tag{1. I}$$

式中暫未決定的係數 A, B 及 C, 比(A)式所包括的係數 a, b 及 c 大 E 倍。圖 3 也可作為這個定律的圖例❷。

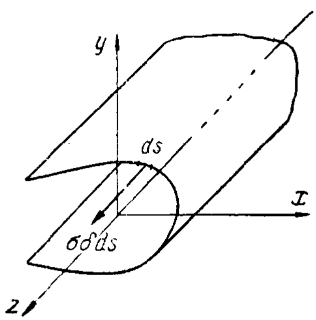

圖 4

以下討論薄壁系統,它對全部內力如彎矩及扭矩,橫力及縱力,是靜定的。在飛機構造(機翼、尾翼、機身)中有廣泛應用的肱式系統,是屬於這種類型;根據所給外載荷,經常可以計算出上述的各種內力。

---

❶翹曲(депланация)是橫剖面平面形狀變翹的現象:在變形前為平面的剖面,加外載荷後,變為非平面。

❷在這裏假設,一般在材料力學中所採納的纖維沒有相互間壓力的假設,仍然有效。

在這樣情形中，爲了決定係數 A，B 及 C，我們有足夠數目的方程式：

對 X 軸的彎矩❶

$$M_x=\oint\sigma\delta\, yds;$$

對 Y 軸的彎矩❶

$$M_y=-\oint\sigma\delta\, xds; \qquad (2.\mathrm{I})$$

沿 Z 軸的縱力

$$N_z=\oint\sigma\delta\, ds。$$

式中 ds 爲剖面中線的元弧；δ 爲壁厚；$\delta\,ds$ 爲剖面的元面積；$\sigma\,\delta ds$ 爲元正應力（圖 4）。

把(1. I)式代入(2. I)式，得

$$\left.\begin{aligned}
M_x&=A\oint\delta\, xy\, ds+B\oint\delta\, y^2 ds+C\oint\delta y\, ds;\\
M_y&=-A\oint\delta\, x^2 ds-B\oint\delta\, xy\, ds-C\oint\delta\, x\, ds;\\
N_z&=A\oint\delta\, x\, ds+B\oint\delta\, y\, ds+C\oint\delta\, ds。
\end{aligned}\right\}\qquad (3.\mathrm{I})$$

這些式子所包括的積分，祇與剖面的幾何性質，及坐標系統 XOY 的選擇有關。一般說來，對選擇是不受限制的；但是設系統 XOY 和剖面的主中心慣性軸相重，則表示慣性積及靜力矩的式子變爲零。此時(3. I)式最終簡化爲

$$M_x=BJ_x;\quad M_y=-AJ_y;\quad N_z=CF_0。\qquad (4.\mathrm{I})$$

式中 J_x，J_y 是剖面的主中心慣性力矩；F_0 是剖面面積。

由此求得 A，B 及 C 之值，再代入(1. I)式：

---

❶設沿座標軸並且向其原點去看，凡在反時針方向作用的力矩，作爲正號。

$$\sigma=\frac{N_z}{F_0}+\frac{M_x}{J_x}y-\frac{M_y}{J_y}x_{\circ} \qquad (5.\mathrm{I})$$

這是材料力學中很熟悉的公式。

設結構從彈性模數爲 $E_1, E_2, \cdots, E_n$ 等不同的材料所組成，則必須研究已經減縮爲一種材料的剖面；這樣減縮過的所有部份，具有一種材料的彈性模數，例如 E_1，但是受着像在實在結構內一樣的內力 $N_i=\varepsilon_i E_i f_i$（$f_i$ 是第 i 個部份的剖面面積）。

在上式的右邊部份乘以並且除以數值 E_1：

$$N_i=\varepsilon_i E_1\frac{E_i}{E_1}f_i$$

或

$$N_i=\varepsilon_i E_1\varphi_i f_{i\circ}$$

這種寫法使我們認爲：設在計算時不採用部份的眞實面積 f_i，而採用減縮的面積 $\varphi_i f_i$，則每一個 i 部份具有彈性模數 E_1，此處

$$\varphi_i=E_i:E_1, \qquad (6.\mathrm{I})$$

是所謂的減縮係數(редукционный коэффициент)。

在計算所有幾何性質如慣性矩及剖面面積時，引用減縮係數 φ_i；在這些計算中，我們考慮到該系統剖面每個部份的面積，有它自已的減縮係數 $\varphi_{i\circ}$

在這種情形中，我們用下式去代替(5.I)式，則得

$$\sigma=\varphi_i\left(\frac{N_z}{\bar{F}_0}+\frac{M_x}{\bar{J}_x}y-\frac{M_y}{\bar{J}_y}x\right), \qquad (7.\mathrm{I})$$

式中 $\bar{F}_0$, $\bar{J}_x$, $\bar{J}_x$ 是剖面的減縮性質，即和減縮過的剖面相當的面積及慣性矩。

§2. 開剖面系統由於彎曲而來的剪應力的決定

設薄壁結構的橫剖面，有着任意的不閉合的外形(圖 5)。爲了決定外形某點 b 的剪力 $q=\tau\delta$ 起見，從所研究的系統內，割出元件 $abcd$，如圖 5, a 所示。邊 ab 及 cd 屬於該系兩個無限靠近的剖面，邊 ac 表示該系自由邊的部份，而邊 bd 是該系切口在所討論的點上並且沿着母線所形成的。在圖 5, $б$ 中，表示作用於割出元件三邊上的力❶，而且 $N_{ab}=\int_a^b\sigma\,\delta\,ds$ 是作用在 ab 邊上的正應力系的合力。

❶從剪應力成對的條件，可知在縱橫剖面上的一普遍點上的剪應力是相同的。

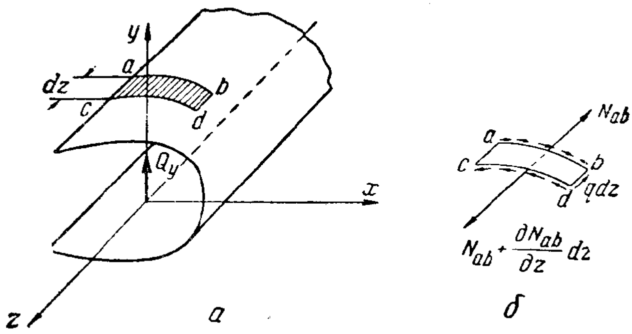

圖 5.

爲了簡便起見，祇研究系統的簡彎曲，其 $N_z=0$，$M_y=0$，$M_x\neq 0$。把(5. I)式的 σ 值代入合力 N_{ab} 的式子內，得

$$N_{ab}=\int_a^b \frac{M_x}{J_x} y\,\delta\,ds$$

或

$$N_{ab}=\frac{M_x S_x}{J_x}, \tag{8. I}$$

式中 $S_x=\int_a^b y\,\delta\,ds$ 是剖面 ab 部份對 X 軸的靜力矩。

從投影到 Z 軸上的 $abcd$ 元件的平衡方程式，得出 $\frac{\partial N_{ab}}{\partial z}=q$。因爲從(8. I)式，得 $\frac{\partial N_{ab}}{\partial z}=\frac{S_x}{J_x}\frac{dM_x}{dz}$，並且按照儒拉夫斯基定理(теорема Журавского) $\frac{dM_x}{dz}=Q_y$，故

$$q=\frac{Q_y S_x}{J_x}, \tag{9. I}$$

或

$$\tau=\frac{Q_y S_x}{J_x\,\delta}。 \tag{10. I}$$

圖 5. a 表示 Q_y 的正方向。

上面所得結果是材料力學中很熟悉的習慣形式；但是在薄壁結構