

电磁能的传输和辐射

〔美〕R. B. 阿特勒等 著

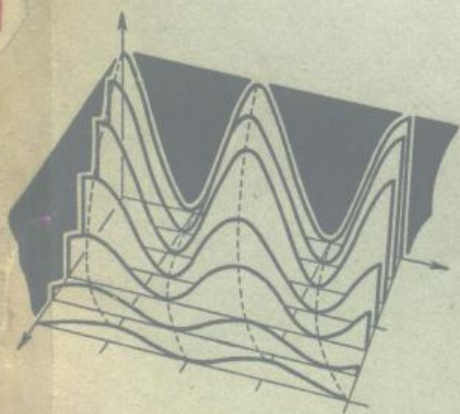
57

053

上海科学技术出版社

电磁能的传输和辐射

〔美〕R. B. 阿特勒等 著



上海科学技术出版社

53.67
282

电磁能的傳輸和輻射

〔美〕 R. B. 阿特勒等 著
饒 克 謹 等 譯

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书是美国麻省理工大学电机工程系革新的“核心課程”中的一本教材。对电磁場（特別是静态場）有一定基础的讀者，可通过本书进一步了解电磁能的傳播和輻射的行为。本书从多方面观点描述电磁波和振蕩現象，着重数学方程的物理解釋，并把电路和場的問題紧密地联系在一起。

本书适合无綫电、电工等专业的大学高年級学生、研究生及教师作为教学参考书用。

本书由下列同志集体翻譯：序言、第一章：饒克謹；第二章：屠德雍；第三章：高怀珍；第四章及第五章：梁迪貽；第六章：唐翰青；第七章：袁敬閔；第八章：饒克謹；第九章：鍾祥礼；第十章：袁敬閔、梁迪貽、屠德雍。校閱工作由饒克謹担任。

27548

ELECTROMAGNETIC ENERGY TRANSMISSION AND RADIATION

R. B. Adler, L. J. Chu, R. M. Fano

John Wiley & Sons, 1960

电磁能的傳輸和輻射

饒克謹等譯

上海科学技术出版社出版（上海瑞金二路450号）

上海市书刊出版业营业許可証出093号

上海新华印刷厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 787×1092 1/23 印張 24 14/23 排版字数 517,000

1965年8月第1版 1965年8月第1次印刷

印数 1—2,200

統一书号 15119·1817 定价(科六) 3.00 元

本书是美国馬省理工大学最近一次改革电机工程課程所产生的几本书之一。这些书正在作教材使用。但是，把它們看成是旨在改革大学电机工程方面核心課程的研究計劃报告，也許适当些。这些书所构成的基础，将适应日益发展的工作要求。

馬省理工大学发展电机工程的教学計劃以适应工程技术方面的变化，并不是个新的尝试。在1930年初，系的教授会曾对重新审查和重新评价本系的教学計劃进行了較多的工作。到1940年，制訂了一系列新的課程，并出版了四本有关的书。

第二次世界大战期間出現的新工程技术，使电机工程的領域发生了巨大的变化。针对这个情况，系的教授会对本系的教学計劃又进行了另一个重新评价的工作。大致到1952年，新課程草案产生了，并以高度的热情和毅力付諸实施。

新課程中附有环绕工业实践的范围而制訂的选课計劃，以加强一个共同的核心，使科学在工程上的应用提供广闊的基础。这个核心計劃包括新近发展的實驗室課程，加强了实验的作用，并解决工程問題时，強調它同理論模型的关系。面对着四年学士学位制教学計劃的时间限制，整个核心課程优先考虑基本的理論和分析方法，把介绍通用工程技术的讲授放在次要地位。

J. A. Stratton

在为数众多的以經典电磁理論为基础的优秀教材中增加一本新书时,只有这本书为解决新的教学問題而表现出成果时才有价值。这样一个新的問題是由于战后整个电机工程領域的发展所引起的。这种发展使馬省理工大学电机工程系在最近六年中发展了一个包括八个独立課題的“核心課程”計劃。这些課是所有学生,不管他們个人最終的专业目标如何,都要掌握的。

在我們考虑之初,就同意了这些課題之一应该討論分布系統的动力学和有关的場理論。后来費了更长的時間,用来更精細地确定課題的內容,决定它在其他課題的順序中的位置,最后,对于沒有专业背景和兴趣的学生准备了材料。当我們的观念具体化时就发现,同我們最初的希望相反,最好把考虑限于純粹电磁現象,而且放到三年級以后学习。因而,一个四年級第一学期的課題形成了,其目的是使所有电机工程系学生能以最低限度接触到电波和振蕩問題;我們认为这对于任何一个从現在起大約一、二十年具有“电机工程师”称号的人都是可接受的。这本书包括的材料比这个課題所包含的更广泛。

很幸运,由于其他課題已同时发表,允許我們假設有关学生将具有这些必需条件:两年半微积分;一年多关于电磁場的大学水平的訓練,包括一学期完全以矢量分析形式的麦克斯韦方程为基础的准靜态問題[†];两年包括綫性系統理論的各种問題,其中包括对迭加原理、傅里叶級数和积分以及矩陣方法的相当訓練。然而,我們不能指望学生对于偏微分方程有

[†] 所涉及到的課題是以 R. M. Fano, L. J. Chu, R. B. Adler, *Electromagnetic Fields, Energy and Forces*, John Wiley, 1960 [中譯本:电磁場、电磁能和电磁力,上海科学技术出版社,1965]中的部分內容为基础的。

任何事先的經驗。

廣泛地說，我們的努力是收集時間域和頻率域的重要綫性系統的概念，並從集總電路和准靜場理論去收集能量功率關係，並把它們擴充到包括“分布參量”情形，其中假定空間取得其他獨立變量同等的重要地位。在這方面，我們的目的是形成一個完全的四面觀點——時間、頻率、能量（功率）和空間的表述。

然而，在各種坐標系統中，對於求解典型邊值問題在習慣上的重視，很難同我們希望在物理解釋、純技術和有限的專業興趣之間達到平衡相協調。反之，我們採取的方法是，首先介紹在無源、無邊界空間的場或波問題的解，然後相當詳細地研究這些解的性質，着眼點是用這些解中一部分進行合併，去發現其滿足邊界條件的種類。而且，在無限多組解中僅仔細考慮其中最簡單的，因為我們的信念是，實際中在“邊值問題”的題目下提出的重要情況是那些需要對指定條件下能夠（或不能）發生的現象，根據最一般原理，作一個徹底的定性了解；或者在更特殊的定量情形下，需要確定一組邊界，以便在空間某一區域導出某些相當簡單形式的場結構。

上述的介紹方法需要我們對具有穩定性的原理組織材料，而應用的例子具有最基本的特性（但仍闡明有關之點）。在這本教材中，實際的器件常用想象的邊界形狀代替，從而只需要有限幾個基本解進行綜合。

講解場理論的上述原則，對於把這本書用作專業參考書時，可能發生更多的困難。如果是那樣，則這代表一個難以折衷的結果，而這是我們教學目的的本質所必需的。

在任何發展“核心課程”課題的努力中，為了不超過限定的學時，就不得不把非主要材料無情地拋棄掉。因而，這個工作的主要目的的明確概念必須牢記在心。對於上述學生，我們相信已經在本書的以下部分建立了這樣一個易教的“核心課程”課題：實際上第一章至第五章的全部；第六章大約三分之二部分；第七章和第八章關於均勻平面電磁波和趨膚效應的一些選節；第九章中關於兩導體的無損耗綫的幾節；以及實際上第十章的全部。這個課題的課堂教學部分是以下面的普遍觀念建立起來的：

- (1) 在統一場問題中儲藏能量、能量消耗和能量流的意義；
- (2) 確定電壓、電流和阻抗的條件，以及對實際系統作描述時，聯系

电路和场的能量的重要性;

(3) 从各方面的观点描述波和振荡;时间、空间和(复)频率域;相应的解析方法和数学的物理解释;能量的行为;

(4) 在将复杂的物理问题分解为较简而易于掌握的形式时边界条件的作用,以及将基本解的形式同适当边界条件联系起来的观念。

当然,要对上述项目作一般化的说明是不可能的,因为它们大多数并不代表确定的理论,而是电磁现象的工程应用中最有用处的一些观点。反之,在每一种情形下,我们选择对实际器件有示范性的最简单的可能解析模型,以便清楚地显示有关的概念。另一方面,只要可能,我们就设法用几个不同的观点去处理例子,以增进概念的灵活性,并加深对范例的了解。这整套方法同流行的围绕“真正”器件而组织主题材料的方法,形成强烈的对比,而真正器件的分析,常是将几个困难的、概念的和数学的材料混合在一起,以得到最“迅速地”处理有关的特殊情形。

尽管我们相信,在大学肄业阶段希望有第三次接触电磁现象,但我们认识到实际情况会使这次接触必须推迟到学生初期毕业生涯中。到那时,虽然学生的需要可能基本上还是同我们前面说的一样,但他在专业方面的兴趣可能有很大的增加。而且,他的全面成熟和数学上的熟练,也可望有相当大的进步。相似的论断也可用于特别优秀的大学肄业生,他可能通过上述核心课程,而进步得相当迅速。主要就是基于这些理由,我们在本书中加入了第六章中的耦合谐振腔的几节;在第七章和第八章中以较长篇幅进行非均匀平面波和导波的讨论;以及在第九章中加入了多导体传输线的一节。近似技术也比基本课题所需有更详细的介绍。对于任何一节,如果它的大部分已超过“核心”课程要求时,我们都已标上星号(*),并在偶然,对于一节内个别细致的推导,在牺牲普遍性条件下而可略去,或可大大简化时,我们就加上脚注。我们希望这些补充会增加教材由大学水平到研究生水平很宽范围内应用的灵活性。

这本书的大部分已经过大约五年的教学,这使我们很难于准确地说明在本书最后工作中怎样反映了教师和学生的观点和给予我们的教益。

作 者

1959年8月

前 言

原 序

第一章 集总电路和场的概念	(1)
1.1 集总电路	(1)
1.2 电磁场	(6)
习题	(22)
第二章 准静场和分布电路	(26)
2.1 集总电路的困境	(26)
2.2 近似解	(29)
2.3 另一种严格场的解和“分布电路”的概念	(49)
2.4 作为分布电路的传输线	(53)
习题	(59)
第三章 无损传输线上的稳态波	(63)
3.1 方程的解	(63)
3.2 行波	(64)
3.3 纯驻波	(69)
3.4 一般阻抗终端的效应	(77)
3.5 史密斯图	(92)
3.6 阻抗的计算	(95)
习题	(103)
第四章 无损传输线上的瞬变波	(111)
4.1 微分方程的时间域解	(111)
4.2 行波	(114)
4.3 边界条件	(116)
4.4 其他时间域法*	(145)
习题	(150)
第五章 有损传输线上的行波	(159)

5.1 稳态解	(159)
5.2 瞬变现象的某些情形	(166)
习题	(176)
第六章 固有振荡、驻波和谐振	(180)
6.1 自由振荡和固有频率	(180)
6.2 强迫振荡, 极点和零点	(195)
6.3 暂态的响应	(204)
6.4 包含着能量和功率的观点	(217)
6.5 谐振	(240)
习题	(262)
第七章 无损耗媒质中的平面波	(269)
7.1 时间域内的均匀平面波	(269)
7.2 在正弦稳态和频率域内的平面波	(277)
7.3 均匀平面波的垂直入射	(296)
7.4 均匀平面波的斜入射	(306)
7.5 导波*	(325)
习题	(346)
第八章 有损耗媒质中的平面波	(355)
8.1 平面波(频率域)	(355)
8.2 均匀平面波的垂直入射	(377)
8.3 均匀平面波的斜入射*	(390)
8.4 某些导波*	(396)
习题	(431)
第九章 横电磁波	(435)
9.1 麦克斯韦方程的 TEM 形式(时间域)	(435)
9.2 双线传输线概念(时间域)	(440)
9.3 TEM 波在正弦稳态下的某些一般性质*	(449)
9.4 双线传输线概念(正弦稳态)*	(454)
9.5 再论双线传输线的 TEM 场*	(458)
9.6 几个例子	(463)
9.7 多线传输线的传输线概念*	(472)
习题	(484)
第十章 辐射的基本原理	(490)
10.1 问题的定义	(490)
10.2 球面坐标	(496)

10.3 麦克斯韦方程的解	(499)
10.4 波阻抗	(508)
10.5 复数功率	(509)
10.6 实际的电偶极子	(510)
10.7 辐射特性	(520)
10.8 耦合偶极子	(521)
10.9 偶极子的接收特性	(525)
10.10 两个或多个偶极子的辐射	(527)
习题	(533)
索引	(538)

对于最低限度教学要求可以省略的节

2.2.3.1~2.2.4	某些分析的困难等	(38~49)
4.4	其他时间域法	(145)
5.2.3	畸变的例子	(172)
6.3.1.2	突然的正弦推励	(210)
6.3.2	初始条件	(213)
6.4.2.2	小的电抗的作用	(236)
6.5.2~6.5.2.2	对谐振系统的耦合等	(246~262)
7.2.2~7.2.3	非均匀平面波等	(283~295)
7.4.3.3	临界反射	(319)
7.5~7.5.3	导波等	(325~346)
8.1.3~8.1.3.2	非均匀平面波等	(372~377)
8.3	均匀平面波的斜入射	(390)
8.4~8.4.6	某些导波等	(396~431)
9.3~9.5	TEM 波在正弦稳态下的某些一般性质等	(449~462)
9.6.2	架空线	(467)
9.7	多线传输线的传输线概念	(472)

集总电路和场的概念

在实际问题中,常常需要处理集总电路和场的概念之间的关系。的确,描绘任何集总电路元件的电压电流特性,就是由于相应的实际器件所占有的和其周围空间的场分布,可以用一种特殊方法去作近似分析之故。所以,将集总电路和场的行为都用相似的术语来表述是有好处的。各种形式的能量概念、能量守恒原理和电荷守恒原理,都对实现这个目的有重大的帮助。

本章试图对熟知的电路和场的原理提供简短的复习^[1],并以特别适合于以后应用的形式而提出的。

1.1 集总电路

1.1.1 时 间 域

为了得到集总电路的动态平衡方程,主要应用下面三个定律:

- (1) 电荷守恒定律(基尔霍夫电流定律);
- (2) 电压降的单值性定律(基尔霍夫电压定律);
- (3) 集总元件:
 1. 电容、
 2. 电感(和互感)、

[1] 如需彻底论述,参阅 Robert M. Fano, Lan Jen Chu, Richard B. Adler, *Electromagnetic Fields, Energy, and Forces*, John Wiley and Sons, New York, 1960. [中译本:电磁场,电磁能和电磁力,上海科学技术出版社,1965.]

3. 电阻、

4. 电压源和电流源

的电压电流关系.

电荷可取为电系统的基本概念,以便同机械系统有所区别. 电流是

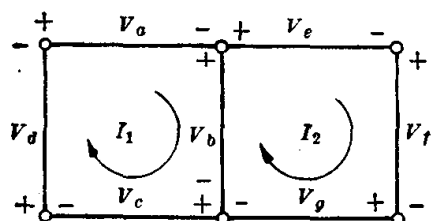


图 1-1 简单电路图形

电荷沿着明确导电路径的流动速率. 在随时间变化的电荷或电流的一般情形下,电压是一个有些微妙的概念. 就目前的要求来说,愿意强调它是瞬时功率除以瞬时电流.

记住了上述这些概念,不难证明基尔霍夫定律包含着整个网络的能量守恒. 研究图 1-1 中的电路图形,图中未绘出各支路的具体性质,但假设每一支路只包含一个上述的集总元件. 用环路电流 I_1 和 I_2 所作的分析是自动满足基尔霍夫电流定律的[†]. 由电压定律得

$$\begin{aligned} V_a + V_d + V_c + V_b &= 0; & (a) \\ V_e + V_f + V_g - V_b &= 0. & (b) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} (a) \\ (b) \end{array} \right\} (1-1)$$

用 I_1 乘式 (1-1a), 用 I_2 乘式 (1-1b), 并将结果相加, 得到

$$(V_a + V_d + V_c)I_1 + V_b(I_1 - I_2) + (V_e + V_f + V_g)I_2 = 0. \quad (1-2)$$

式 (1-2) 表明输给网络的净功率总等于零. 显然, 这个证明容易推广到任意网络图形.

无源的集总元件 (C 、 L 、 R) 可储藏能量 (C 、 L), 或消耗能量 (R). 从集总电路的观点来看, 可以严格地指出, 哪些元件储藏能量, 哪些元件消耗能量; 但是却沒有根据可指出能量属于何种特殊形式. 因此, 不随时间变化的线性电容可规定为下面的电压电流关系:

[†] 本书中惯用的符号为: 细斜体字母 (A , a) 表示实数标量; 细正体字母 (A , a) 表示复数标量 (相量); 粗斜体字母 ($\mathbf{A}$, $\mathbf{a}$) 表示实数空间矢量; 粗正体字母 ($\mathbf{A}$, $\mathbf{a}$) 表示复数空间矢量; 草体字 ($\mathcal{A}$, $\mathcal{a}$) 表示矩阵; 其中小写草体字 ($\mathbf{a}$) 表示矩阵的列. 在所有四种字体的交叉组合中, 实数和复数 (分别用斜体和正体字母表示)、标量和空间矢量 (分别用细体和粗体字母表示) 的区别, 对于定量地了解本书主要内容是非常重要的, 因此, 在写黑板时和在解题运算中, 都必须仔细地加以区别. 为了手写时最方便地达到这个目的, 建议用下横号表示复数, 上横号表示实数空间矢量, 而两者合用表示复数空间矢量.

$$I = C \frac{dV}{dt}; \quad (1-3)$$

式中, 正 I 为沿电压降 V 方向流过元件的电流. 用 V 乘式(1-3), 得到

$$VI = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} CV^2 \right). \quad (1-4)$$

式(1-4)的左边为輸給元件的功率. 所以量 $\frac{1}{2} CV^2$ 必定是能量, 并有适当的量綱. 再者, 因为式(1-4)的左方可正可負(尽管 CV^2 总是正的), 故它是儲藏的能量. 然而, 在不作进一步假設时, 我們还无权称此为儲藏的电能; 此术语需要引用一个超出“純”电路理論范疇的場的概念. 不过, 仍不妨采用 W_e 表示儲藏于电容器的瞬时能量.

相似的推导可导出儲藏于不随時間变化的綫性电感中的能量 W_m , 其形式为 $\frac{1}{2} LI^2$. 对于載有电流 I_1 及 I_2 的相互耦合綫圈(L_1 、 L_2 、 M), 儲能为

$$\frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2,$$

它們都包括在 W_m 中. 对更多耦合綫圈的推广是很明显的.

电阻的情形同电容或电感不同, 因为电阻的伏安关系为 $V = RI$. 因此, $VI = RI^2$, 又如果 $R \geq 0$, 則 $RI^2 \geq 0$. 在任何瞬間, 功率总輸給正值的电阻器, 而不会得自电阻器. 輸給电阻器的能量从电路的观点来看是被消耗了. 此能量消耗于何处呢? 这个问题的答案也取决于集总电路以外的概念. 現在可以簡單地把輸入(消耗于)电阻器的瞬时功率表为 P_d .

最后, 用 P 表示在網絡中由电源輸出的瞬时功率.

按照式(1-2)和(1-4)以及前面的論述, 如果对于不随時間变化的綫性網絡含有所有电阻器、电容器、电感器(包括互感)和电源的能量或功率, 可得

$$P = P_d + \frac{d}{dt} (W_e + W_m). \quad (1-5)$$

式(1-5)表示任何瞬間網絡中的能量守恒. 必須注意, W_e 和 W_m 是儲藏能量, 絕不会为負值. 由于 P_d 是 RI^2 項的和, 当所有 R 为正时, 它也是正值.

1.1.2 頻 率 域

对于在任何特殊状态下(例如正弦稳态下)的网络,关于一切重要的能量关系的充分讨论,似乎都可望其由适当地代入式(1-5)得来.实际上并不是这样.原因是:虽然基尔霍夫的两条定律包含着整个网络的能量守恒关系,但整个网络的能量守恒定律,取单独一条基尔霍夫定律时,并不能等效于另一条基尔霍夫定律.参考式(1-1)和(1-2)就可以澄清这个事实.式(1-2)可以看作是应用能量守恒定律和电荷守恒定律(基尔霍夫电流定律)于图1-1中的网络时的结果.它只是一个含有两个未知电流的方程.如果有更多的环路,式(1-2)仍旧仅为一个方程,但其中将含有更多的未知电流.如果不在式(1-2)中引入新的假设,则将无法再得到电压定律的关系(式(1-1)).所以基尔霍夫的两条定律必须比其中一条定律加上能量守恒定律表达出网络更多的内容.因而完全有可能用能量的概念表达出比式(1-5)中包含的更多的网络的性质.已经推导出来的拉格朗日和哈密顿的网络平衡公式就是这样的例子(我们不准在此处研究它们)[†].

目前有重要性的是不随时间改变的线性集总网络的正弦稳态的行为.如果用复数振幅 V 和 I 表示图1-1中的电压和电流,则基尔霍夫电压定律表示:

$$\left. \begin{aligned} V_a + V_d + V_c + V_b &= 0; \\ V_e + V_f + V_g - V_b &= 0. \end{aligned} \right\} \begin{matrix} (a) \\ (b) \end{matrix} \quad (1-6)$$

现在,把复数功率 P 规定为 $\frac{1}{2} VI^*$ (这不同于有时应用的定义 $\frac{1}{2} V^* I$). 用 I_1^* 乘式(1-6a)和用 I_2^* 乘式(1-6b),然后将结果相加,得到

$$\frac{1}{2} (V_a + V_d + V_c) I_1^* + \frac{1}{2} V_b (I_1 - I_2)^* + \frac{1}{2} (V_e + V_f + V_g) I_2^* = 0. \quad (1-7)$$

[†] 参阅 Ernst A. Guillemin, *Introductory Circuit Theory*, Ch. 10, John Wiley and Sons, 1953 和 David C. White and Herbert H. Woodson, *Electromechanical Energy Conversion*, Ch. 1, John Wiley and Sons, 1959. [中译本:机电能量变换,上海科学技术出版社,1964.]

此式表示整个网络的一个新的复数功率守恒定律。注意,式(1-7)并不恰好是式(1-2)的特殊情形。

输至电路的任何无源支路的复数功率,很容易同其中储藏或耗散的能量(特别是它对时间的平均值)联系起来。例如,在正弦稳态中,一个定值电容器的伏安特性为

$$I = j\omega CV, \quad (1-8)$$

这使得

$$\frac{1}{2} VI^* = -j \frac{\omega C}{2} |V|^2. \quad (1-9)$$

但 $|V|^2/2$ 恰好是当 $V(t)$ 为正弦变化时 $V^2(t)$ 的时间平均值。因此,如果用专门括号 $\langle \rangle$ 表示括号内量的时间平均值,则联系到式(1-4)所得的瞬时储能 W_e ,可得到时间平均值

$$\langle W_e \rangle = \frac{1}{2} C \langle V^2(t) \rangle = \frac{1}{4} C |V|^2. \quad (1-10)$$

由于式(1-10),式(1-9)变为

$$\frac{1}{2} VI^* = -2j\omega \langle W_e \rangle. \quad (1-11)$$

相似地,在正弦稳态下纯电感的复数功率为 $+2j\omega \langle W_m \rangle$,其中

$$\langle W_m \rangle = \frac{1}{4} L |I|^2.$$

如果两线圈相耦合(L_1, L_2, M),储藏能量的时间平均值为

$$\langle W_m \rangle = \frac{1}{4} L_1 |I_1|^2 + \frac{1}{4} L_2 |I_2|^2 + \frac{1}{2} M \operatorname{Re}(I_1 I_2^*),$$

再一次证明,复数功率就是 $+2j\omega \langle W_m \rangle$ 。

对于电阻器,复数功率为耗散功率 $\frac{1}{2} R |I|^2$ 的时间平均值,表为 $\langle P_d \rangle$ 。

因此,将网络中所有电源产生的复数功率写成 $\langle P \rangle + jQ$,则式(1-7)改成

$$\langle P \rangle + jQ = \langle P_d \rangle + 2j\omega \langle W_m - W_e \rangle; \quad (1-12)$$

式中,右边的平均功率和平均能量当然应包括电路中所有无源元件的平均功率和平均能量的总和。

当网络中只有一个激励电源时,联系到式(1-12),可得到一有意义的

結果. 設 V_s 和 I_s 分別為電源的電壓和電流的複數值, 則 (V_s/I_s) 為網絡對電源呈現的阻抗 Z . 于是有

$$\frac{1}{2} V_s I_s^* = \langle P_d \rangle + 2j\omega \langle W_m - W_e \rangle, \quad (1-13)$$

除以 $I_s I_s^* = |I_s|^2$, 變為

$$\frac{V_s}{I_s} = Z = \frac{2\langle P_d \rangle}{|I_s|^2} + j4\omega \left(\frac{\langle W_m \rangle}{|I_s|^2} - \frac{\langle W_e \rangle}{|I_s|^2} \right). \quad (1-14)$$

換言之, 輸入阻抗的實部等於輸入電流為 1 安時網絡中耗散的平均功率的兩倍, 而電抗則同平均電感儲能和平均電容儲能之差成正比 (當輸入電流為 1 安時). 這裡可以看到, 在固定輸入電流 $I_s = 1$ 安時, $\langle P_d \rangle$, $\langle W_m \rangle$ 和 $\langle W_e \rangle$ 一般是頻率的複雜函數, 這是按照整個網絡中各支路電流和電壓的分布而定. 所以, 不能因為在式 (1-4) 中 ω 僅以簡單的方式出現而作出錯誤結論.

1.2 電 磁 場

1.2.1 時間域問題

上面已經簡短地複習過純集總電路, 現在就可轉到複習靜止媒質中的電磁場原理. 開始時可遇到六個不獨立的場的變量, 它們一般都是表示空間和時間的獨立變量的函數. 這些變量是

- (1) 自由電荷密度 ρ (標量), 庫/米³;
- (2) 電流密度 $\mathbf{J}$ (矢量), 安/米²;
- (3) 電場強度 $\mathbf{E}$ (矢量), 伏/米;
- (4) 磁通密度 $\mathbf{B}$ (矢量), 韋/米² = 伏秒/米²;
- (5) 電通密度 $\mathbf{D}$ (矢量), 庫/米²;
- (6) 磁場強度 $\mathbf{H}$ (矢量), 安/米.

這裡可看到, 後面五個變量是位置和時間的矢量函數; 而第一個變量 (ρ) 則是標量函數. 這些變量之間的关系基本上以積分形式表示出來, 這是大家已經熟悉的. 所以, 此處不寫出它們, 而只需記住它們表示:

- (1) 自由電荷守恒性 (高斯定律);

- (2) 法拉第感应定律;
- (3) 包括位移电流的安培环路定律;
- (4) 不存在真正的磁荷.

应用通用的矢量分析方法,上述的基本积分定律可改为微分形式.这就是如下的麦克斯韦方程(按上面顺序):

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho; \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\partial \mathbf{B} / \partial t; \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \partial \mathbf{D} / \partial t; \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0. \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} (a) \\ (b) \\ (c) \\ (d) \end{array} \quad (1-15)$$

此外另有三个同式(1-15)相关连的关系,可加深对电磁场的了解.如果取式(1-15c)的散度,因为 $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) \equiv 0$, 得到

$$\nabla \cdot \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) = 0. \quad (1-16)$$

记住 $\partial \mathbf{D} / \partial t$ 为位移电流密度,则从上面的结果中可看到全电流是连续的,即沿闭合路径流动.在传导电流终止的地方,就有位移电流接下去,使“路径闭合”.然而,将式(1-15a)对时间求偏导数时,得到

$$\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (1-17)$$

因此,由式(1-16)和(1-17),发现

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (1-18)$$

它以熟悉的形式直接表示自由电荷守恒定律.这里看到,它完全包含在式(1-15)之中,因而,它并不是同它们无关的.连同式(1-16)一起,式(1-18)也表达出自由电荷密度的变化成为由传导电流过渡到(相等的)位移电流的联系环节.

最后,将式(1-15b)取散度,并利用关系 $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) \equiv 0$, 则

$$\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{B}) = 0. \quad (1-19)$$

注意式(1-19)并不证明 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, 但却肯定了 $\nabla \cdot \mathbf{B}$ 不允许随时间变化.另一方面,如果在空间中任意点 $\nabla \cdot \mathbf{B}$ 具有某一不等于零的恒定值,就必须承认在该点永远存在净的孤立“磁荷”.这样,空间将到处被不能移动