

高等学校适用教材

工程力学

谭立英 董秀石 林巍 主编

Gongcheng Lixue

机械工业出版社

71.212
9.48

高等学校适用教材

工 程 力 学

谭立英 董秀石 林 巍 主 编

(ZK569/34)

11.5.2017

机械工业出版社

(京)新登字054号

内 容 提 要

本书根据国家教委制定的工程力学课程基本要求编写。全书共15章,主要内容包括静力学、材料力学、运动学基础和动静法等。书末有习题答案和附录。

本书基本概念、基本理论论述严谨,内容精炼。可作为高等工业学校本科轻工、化工、纺织等专业60~80学时工程力学课程的教材,也可满足大学专科、成人高教力学基础课程的教学需要,并可供自学者、广大工程技术人员阅读和参考。

高等学校适用教材

工 程 力 学

谭立英 董秀石 林 巍 主编

*

责任编辑:孙祥根

封面设计:吴 波

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

北京市怀柔县燕文印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092^{1/16}$ ·印张 $18^{3/4}$ ·字数458千字

1992年8月北京第一版·1996年5月北京第二次印刷

印数 5001-6000·定价:19.80元

*

ISBN7-111-03398-1/T·B·168

前 言

为更好地适应高等工业学校轻工、化工、纺织等专业工程力学课程的教学需要,根据国家教委制定的工程力学课程基本要求,在总结多年来教学经验的基础上,我们编写了这本《工程力学》教材。

本书内容以静力学和材料力学为主,为满足某些专业的需要,也编入了运动学和动力学的有关内容。本书适用于60~80学时工程力学课程的教材,也能满足少于60或稍多于80学时的教学需要。

在编写中注意吸收其它教材的优点,并结合专业特点,力求作到基本概念、基本理论论述严谨,内容精炼。在内容安排、例题和习题的选取等方面,尽量作到符合学生的认知特点和教学规律。

本书中的力学术语、物理量名称及符号等,均执行了最新发布的国家标准的有关规定。

该书由大连轻工业学院、齐齐哈尔轻工学院、沈阳化工学院和大连水产学院共同编写。具体分工如下:

大连轻工业学院:林巍——绪论、第一、二、十五章;王成发——第九章;程爱枝——第十章。

齐齐哈尔轻工学院:谭立英——第四、八章;张世迦——第五章;孟繁弘——第六、七章。

沈阳化工学院:董秀石——第十一、十二章;苏显儒——第十三、十四章。

大连水产学院:高潮——第三章。

本书由谭立英、董秀石、林巍主编。

大连理工大学郑芳怀教授、大连轻工业学院封恒林副教授为本书主审。

在编写过程中大连轻工业学院熊弟霖教授,提出了许多宝贵意见并给予热情推荐。敖泌云副教授积极支持本书的出版并给予大力帮助。陈景立副教授和沈阳大学吕国环老师都做了许多有益的工作。在此谨向他们表示衷心感谢。

限于水平和时间,本书的缺点和错误在所难免,敬请读者批评指正。

编 者

1992年1月

目 录

绪论	1
第一章 静力学基本概念和物体的受力分析	3
§ 1-1 力和刚体的概念	3
§ 1-2 静力学公理及其推论	4
§ 1-3 约束和约束反力	7
§ 1-4 物体的受力分析和受力图	10
习题	13
第二章 平面力系	16
§ 2-1 力在轴上的投影和力对点的矩	16
§ 2-2 力偶矩、平面力偶系的简化	19
§ 2-3 平面力系的简化	20
§ 2-4 平面力系的平衡条件和平衡方程式	24
§ 2-5 平面力系平衡方程式应用举例	26
§ 2-6 物系的平衡、静定与静不定的概念	32
§ 2-7 滑动摩擦及其平衡问题	40
习题	45
第三章 空间力系	53
§ 3-1 力在空间直角坐标轴上的投影	53
§ 3-2 力对轴的矩和力对点的矩	54
§ 3-3 空间力系的平衡方程式及其应用	58
§ 3-4 平行力系的中心与重心	65
习题	68
第四章 材料力学的基本概念	71
§ 4-1 材料力学的任务	71
§ 4-2 变形固体及其基本假设	72
§ 4-3 内力 截面法 应力 应变	73
§ 4-4 杆件变形的基本形式	76
复习思考题	77
第五章 拉伸与压缩	78
§ 5-1 轴向拉伸与压缩的概念和实例	78
§ 5-2 轴向拉伸与压缩时杆件的内力与应力	79
§ 5-3 轴向拉伸与压缩杆件的强度条件及其应用	81
§ 5-4 轴向拉伸与压缩杆件的变形计算	83
§ 5-5 简单拉伸、压缩的静不定问题	85
§ 5-6 材料受拉伸与压缩时的力学性能	88
§ 5-7 安全系数和许用应力	93
*§ 5-8 温度和时间对材料力学性能的影响	94
§ 5-9 应力集中的概念	94
习题	95

第六章 剪切与挤压	99
§ 6-1 剪切的概念及其实用计算	99
§ 6-2 挤压的概念及其实用计算	102
习题	105
第七章 扭转	107
§ 7-1 扭转的概念及实例	107
§ 7-2 外力偶矩与扭矩图	108
§ 7-3 纯剪切与剪切虎克定律	110
§ 7-4 圆轴扭转时的应力与变形	113
§ 7-5 圆轴扭转时的强度与刚度条件	116
*§ 7-6 矩形截面杆扭转的概念	121
习题	122
第八章 弯曲内力与强度计算	125
§ 8-1 平面弯曲的概念与实例	125
§ 8-2 梁的内力——剪力与弯矩	126
§ 8-3 剪力图与弯矩图	128
*§ 8-4 载荷集度、剪力和弯矩间的关系	132
§ 8-5 纯弯曲时梁横截面上的正应力	134
§ 8-6 梁的弯曲正应力强度条件及其应用	138
§ 8-7 弯曲剪应力	145
§ 8-8 提高梁的弯曲强度的措施	147
习题	151
第九章 弯曲变形与刚度计算	158
§ 9-1 梁的挠度与转角	158
§ 9-2 挠曲线的微分方程	159
§ 9-3 用积分法求梁的变形	160
§ 9-4 用叠加法求梁的变形	163
§ 9-5 梁的刚度校核提高梁的刚度的主要措施	165
§ 9-6 简单静不定梁的解法	166
习题	169
第十章 应力状态和强度理论	172
§ 10-1 一点应力状态的概念	172
§ 10-2 复杂应力状态实例——圆筒形薄壁容器的计算	173
§ 10-3 平面应力状态分析——解析法	174
*§ 10-4 平面应力状态分析的图解法——应力圆	179
§ 10-5 三向应力状态简介	180
§ 10-6 广义虎克定律	181
§ 10-7 强度理论及其应用	183
习题	187
第十一章 组合变形时杆件的强度计算	190
§ 11-1 组合变形的概念和实例	190
§ 11-2 弯曲与拉伸（压缩）的组合	190

§ 11-3 弯曲与扭转的组合	195
习题	199
第十二章 压杆稳定	202
§ 12-1 压杆稳定的概念	202
§ 12-2 两端铰支压杆的临界力	203
§ 12-3 其它支承条件下压杆的临界力	204
§ 12-4 临界应力与柔度 临界应力总图	205
§ 12-5 压杆的稳定校核	208
§ 12-6 提高压杆稳定性的措施	212
习题	213
第十三章 运动学基础	215
§ 13-1 点的运动方程及速度、加速度的直角坐标表示法	215
§ 13-2 点的速度和加速度在自然轴上的投影	219
§ 13-3 刚体的基本运动	223
§ 13-4 点的合成运动的概念	228
§ 13-5 点的速度合成定理	229
§ 13-6 刚体平面运动的概念及运动分析	232
§ 13-7 求平面图形内各点的速度的基点法 速度投影定理	234
§ 13-8 求平面图形内各点速度的瞬心法	237
习题	239
第十四章 动静法	244
§ 14-1 惯性力的概念 质点的达朗贝尔原理——动静法	244
§ 14-2 质点系的动静法	245
§ 14-3 刚体惯性力系的简化	246
习题	250
第十五章 动载荷与交变应力	252
§ 15-1 概述	252
§ 15-2 构件匀变速直线运动或匀速转动时的动应力计算	252
§ 15-3 冲击应力的计算	255
§ 15-4 交变应力与疲劳破坏	258
§ 15-5 交变应力的循环特征	259
§ 15-6 材料的持久极限及其测定	260
§ 15-7 影响构件持久极限的因素	262
§ 15-8 对称循环下构件的疲劳强度计算	265
习题	266
习题答案	269
附录 I 型钢表	278
附录 II 简单截面图形的几何性质表	290
附录 III 简单载荷作用下梁的变形表	291
附录 IV 主要材料的力学性能表	292

绪 论

一、工程力学的内容和任务

工程力学是研究物体机械运动一般规律和工程构件的强度、刚度、稳定性的计算原理及方法的科学。它综合了理论力学和材料力学两门课程中的有关内容，是一门理论性和实践性都较强的课程。

理论力学研究物体机械运动的一般规律，包括静力学、运动学和动力学三方面内容。静力学研究物体在力系作用下的平衡条件；运动学研究物体机械运动的几何规律；动力学研究物体运动状态的变化与作用力之间的关系。

工程上对机器或结构物中的构件，主要有强度、刚度和稳定性三方面的要求。所谓强度，是指构件抵抗破坏的能力。例如图 1 所示的简易起重机起吊重物时，横梁和拉杆均不得破坏。所谓刚度，是指构件抵抗变形的能力。例如图 2 中的行车大梁，其工作时的最大变形不得超过一定的限度。所谓稳定性，则是指构件在工作时保持其原有的稳定平衡状态的能力。如图 3 所示的内燃机汽缸中的活塞挺杆，工作时必须始终保持其稳定的直线平衡状态，而不能出现弯曲（称为失稳）的情况。材料力学就是研究工程构件的变形和破坏规律，从而建立工程构件的强度、刚度和稳定性的计算原理和方法的科学。

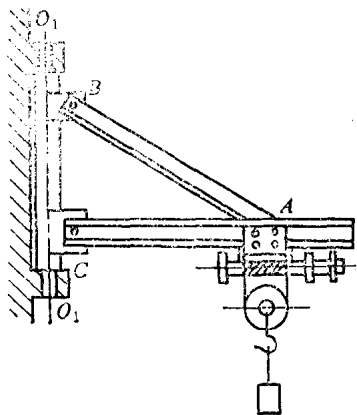


图 1

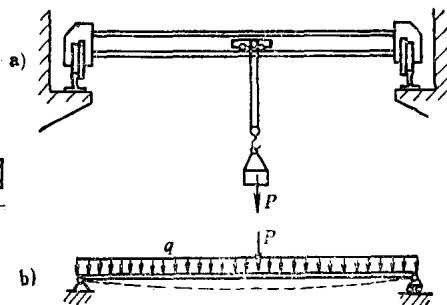


图 2

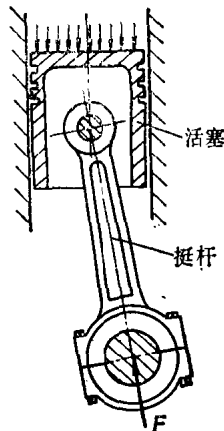


图 3

本书内容以静力学和材料力学为主，同时也包括了运动学和动力学中的有关内容。

二、工程力学的专业地位和学习目的

工程力学是现代工程技术的重要的理论基础之一。在轻工、化工、纺织等专业中，工程力学是重要的技术基础课，在基础课和专业课之间起着桥梁的作用。它为机器设备的运动分

析和强度、刚度计算提供了理论基础，是工程技术人员应当掌握的基本理论和技能。

学习这门课程，既可以直接解决一些简单工程实际问题，又可以为后续的有关课程打好基础。同时，掌握工程力学的研究方法，将有助于其它科学技术理论的学习，有助于形成辩证唯物主义世界观，提高分析问题和解决问题的能力，为今后从事科研工作和解决生产实际问题打下坚实的基础。

第一章 静力学基本概念和物体的受力分析

引言

静力学是研究力系的简化及物体在力系作用下的平衡条件的科学。

所谓力系，是对作用在物体上的一组力的总称。

所谓平衡，是指机械运动的一种特殊状态，即物体相对于惯性参考系处于静止或匀速直线运动的状态。在实际工程问题中，一般是把地球取作惯性参考系。因此，通常所说的平衡状态，就是指物体相对于地球处于静止或匀速直线运动的状态。

如果一个物体在某个力系作用下处于平衡状态，则称该力系为平衡力系。

一个平衡力系，其中各个力之间应该满足一定的条件，正是这种条件使力系成为平衡力系。使一个力系成为平衡力系的条件，称为力系的平衡条件。

静力学主要研究三个问题：

(1) 物体的受力分析 即分析物体所受各力的大小、方向和作用位置，以便对所研究的力系有初步的了解。

(2) 力系的简化 即用一个最简单的力系来等效替换一个复杂的力系，从而抓住不同力系的共同本质，明确力系对物体作用的总效果。

(3) 建立力系的平衡条件 力系的平衡条件是进行静力计算的基础。它在工程实际中有广泛的应用。利用力系的平衡条件，可以求出力系中的未知量，为工程构件的力学设计提供依据。

§1-1 力和刚体的概念

一、力的概念

力是人们从物体之间的相互作用中抽象出来的一个概念。在自然界中，物体之间相互作用的形式是多样的。其中最常见的是所谓机械作用，即使物体机械运动状态发生变化的作用。人们就把物体之间的机械作用称为力。

物体之间机械作用的方式有两种：一种是通过物体之间的直接接触发生作用，如人用手推车，两物体发生碰撞等；另一种是通过场的形式发生作用，如地球以重力场使物体受到重力。

力的作用效果取决于三个因素，称为力的三要素。它们是力的大小、力的方向、力的作用点。这三个因素可以用一个矢量包括无遗。矢量线段的长度，按一定比例表示力的大小，矢量线的方位和矢量的指向，表示力的方向，矢量的起点或终点可以表示力的作用点。

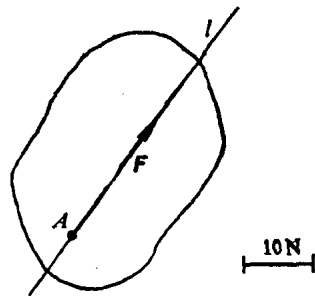


图 1-1

表示力的矢量称为力矢，力矢线段所在的直线，称为力的作用线。力矢通常用粗体字母

表示,书写时为方便起见,也可以在字母上方加一带箭头的横线表示力矢。

本书采用法定计量单位制。其中力的单位用牛顿(N)或千牛顿(kN)。

图1-1中的力矢 $\boldsymbol{F}$ 表示了一个作用在物体上A点处、大小为20N,沿着作用线l的力。

二、刚体的概念

力系对物体的作用效果可分为外部效果和内部效果:外部效果使物体的运动状态发生变化,内部效果使物体变形。在静力学中,主要研究物体的平衡,即物体机械运动的一种特殊状态,此时物体的变形为次要因素,可以忽略不计。这就抽象出一种理想物体,即刚体的概念。

所谓刚体,就是指体积和形状永不变化的物体,或者说内部任意两点的距离永不改变的物体。

在静力学中,所研究的受力物体都是刚体。由于这一点,本书介绍的静力学也称为刚体静力学。

需要指出的是,刚体这个概念的应用是有一定范围的。当研究力对物体作用的外部效果时,可以把物体抽象为刚体。然而在研究力对物体作用的内部效果,如材料力学研究物体的变形和破坏时,就不能把物体作为刚体,否则会导致错误的结果,甚至无法进行研究。

§1-2 静力学公理及其推论

人们在长期的生活和生产活动中,发现和总结出一些最基本的力学规律,又经过实践的反复检验,证明是符合客观实际的普遍规律,于是就把这些规律作为力学研究的基本出发点。这些规律概括起来有五条,称为静力学公理,概述如下。

(一) 力的平行四边形规则

作用于物体上同一点的两个力的合力仍作用在该点上,合力的大小和方向用以这两个力为邻边所作的平行四边形的对角线来表示。

该规则指出了两个共点力合成的基本法则,即合力等于两个分力的几何和。其数学表达式为

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$$

如图1-2所示。

(二) 二力平衡条件

刚体只受两个力作用而平衡的充分必要条件是这两个力等值、反向、共线。

图1-3中物体在 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 两个力作用下平衡,于是有 $\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2$ 。

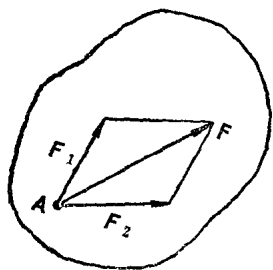


图 1-2

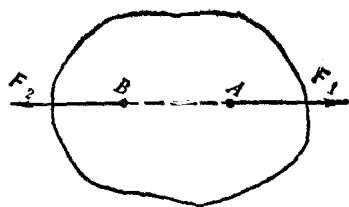


图 1-3

二力平衡条件给出了最简单的力系的平衡条件。

(三) 加减平衡力系原理

在作用于刚体上的力系中，任意加上或减去一个平衡力系不会改变原力系对刚体的作用效果。

根据这个原理，为了实现简化力系的目的，可以人为地在刚体上加上或减去任意的平衡力系。因此，它是力系简化的基础。

(四) 作用与反作用原理

两物体之间的相互作用力总是等值、反向、共线，分别作用在两个物体上。

这个原理揭示了物体之间相互作用力的定量关系，它是研究由多个物体组成的物体系统平衡问题的基础。

(五) 刚化原理

若变形体在某力系作用下处于平衡，则将此变形体刚化为刚体后其平衡状态不变。

该公理给出了把变形体抽象为刚体模型的条件。例如一根绳索，在一对等值、反向、共线的拉力作用下处于平衡，若将该绳索刚化为一根刚性杆，则这根杆在原力系作用下仍然平衡，如图1-4所示。但是若绳索所受的是—对压力，则不能保持平衡，此时绳索就不能简化为刚体。由此可知，作用在刚体上的平衡力系所满足的平衡条件，只是使变形体平衡的必要条件而非充分条件。

作为上述诸公理的应用，可以得到以下几个十分有用的推论。

推论一 力的可传性原理

作用在刚体上的力可以沿着其作用线在刚体内任意移动。

证明 设在刚体上 A 点处作用着力 F ，现在把它沿其作用线移到 B 点，移动过程如图1-5所示。即在 B 点沿着力 F 的作用线加上一对平衡力 $F'' = -F' = F$ ，再将力 F 与 F' 所构成的平衡力系减去，则在刚体上就只有 $F'' = F$ 作用在 B 点。上述过程两次应用了加减平衡力系

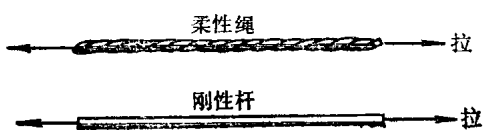


图 1-4

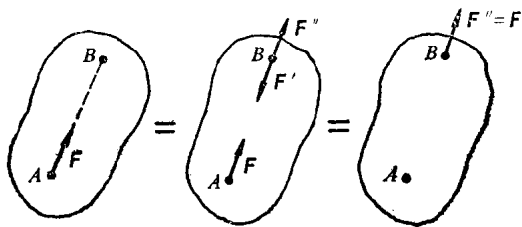


图 1-5

原理。

按照这个推论可知：作用在刚体上的力的三要素为力的大小、方向和作用线。

推论二 三力平衡汇交定理

若刚体在三个互不平行的共面力作用下处于平衡状态，则这三个力的作用线必汇交于一点。

该推论的证明请读者参照图1-6自行给出。

各个力的作用线共平面且汇交于一点的力系称为平面汇交力系。三力平衡汇交定理指出了三个不平行的共面力构成平衡力系的必要条件，即这三个力构成一个平面汇交力系。

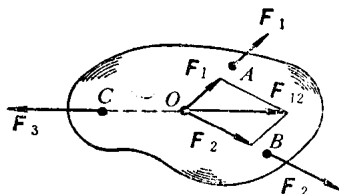


图 1-6

推论三 力的三角形规则——用几何法求两个共点力的合力。

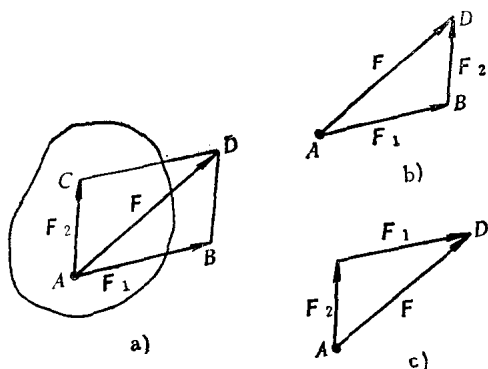


图 1-7

设在刚体上 A 点处作用着两个力 F_1 与 F_2 ，由平行四边形规则可以求得合力 F ，见图1-7a。由于 $ABDC$ 构成一个平行四边形，故有 $AC \parallel BD$ ，于是 BD 线段的长度和方向就是力矢 F_2 的大小和方向，而三角形 ABD 中的 AD 线段，其长度、方向和起点与合力矢 F 完全相同。从而也可以由下述方法求力 F_1 与 F_2 的合力：将力 F_1 与 F_2 首尾相接，再由第一个力的起点向第二个力的终点引矢量，则该矢量就是合力矢 F ，如图1-7b所示。

这样，力 F_1 、 F_2 与合力 F 构成了一个三角形，称为力三角形。上述求合力的方法称为力的三角形规则。

在应用力三角形规则求两个共点力的合力时，必须注意力三角形的矢序规则：即两个分力矢 F_1 与 F_2 要首尾相接，而合力矢 F 则是从第一个分力矢的起点指向第二个分力矢的终点。作图时分力矢的顺序可以随意确定，例如也可先作 F_2 ，再作 F_1 ，这样得到的力三角形形状有变化，但合力矢 F 不变，如图1-7c所示。

还要指出：力三角形规则只是矢量相加的几何运算规则。由于作图时分力矢的作用线被平行移动过（如图1-7b中力 F_2 的作用线由 AC 平移到 BD ），因此，力三角形不能完全表示力系真实的作用情况。另外，求合力时，力三角形画在何处都行，但要明确，合力矢 F 仍然作用在原来的点 A 处。

推论四 力的多边形规则——用几何法求平面汇交力系的合力。

设在刚体上 A 点处作用着一个平面汇交力系，如图1-8a所示。为简明起见，图中画了四个

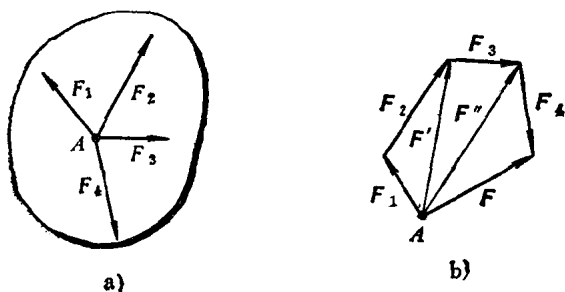


图 1-8

力 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 。为求其合力，可以连续应用力三角形规则，即先将 F_1 与 F_2 首尾相接，求得它们的合力 $F' = F_1 + F_2$ ，再将 F_3 与 F' 首尾相接，求得合力 $F'' = F' + F_3 = F_1 + F_2 + F_3$ 。再将 F'' 与 F_4 首尾相接，求得该力系的合力 F ，并有

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = \sum_{i=1}^4 F_i$$

求和过程见图1-8b。由该图中容易看出：各分力矢与合力矢 F 一起构成了一个多边形，称为力多边形。在这个力多边形中，各分力首尾相接沿同一转向环绕力多边形的边界，而合力 F 是力多边形的封闭边，其方向由第一个力矢的起点指向最后一个力矢的终点，这就是作力多边形

形时必须遵循的矢序规则。至于图中的矢量 F' 与 F'' ，属几何运算的中间结果，可不必作出。当然，作图时也可改变各分力的相接顺序，这样会导致力多边形的形状发生变化，但合力矢 F 不变。

若平面汇交力系由 n 个力组成，则其合力矢 $F = \sum_{i=1}^n F_i$ ，它仍作用在原力系的汇交点上，其大小和方向由各分力首尾相接所得的力多边形的封闭边确定。

推论五 平面汇交力系平衡的几何条件

由力多边形规则知：若平面汇交力系有合力，则合力矢由力多边形的封闭边确定。如果所研究的是一个平衡的平面汇交力系，那么这个力系将无合力，即合力矢为零。这样，按力多边形规则作出的力多边形将自行封闭，也就是说第一个力的起点将与最后一个力的终点重合。于是有：平面汇交力系平衡的几何条件是力多边形自行封闭。

利用这一条件，可以求得一个平衡的平面汇交力系中的某些未知力的大小或方向。这种研究平面汇交力系平衡问题的方法称为几何法。

§1-3 约束和约束反力

工程中的机器或结构，总是由许多零部件组成的。这些零部件按照一定的方式相互连接。因此，它们的运动必然互相牵连和限制。如果从中取出一个物体作为研究对象，则它的运动当然也会受到与它连接或接触的周围其它物体的限制。也就是说，它是一个运动受到限制或约束的物体，称为被约束体。

在静力学中所研究的物体大都处于平衡状态，这正是它们受到约束的结果。因此，它们都是被约束体。

限制被约束体运动的周围物体称为约束。

例如图1-9中，圆柱形滚子静止在水平路面上。取滚子为研究对象，则它是一个被约束体，而路面就是它的一个约束。

再如图1-10中，重物由绳索挂在空中。取重物作研究对象，则它是一个被约束体，而绳索是它的一个约束。

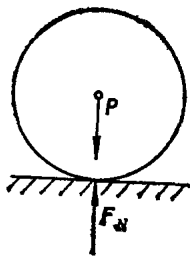


图 1-9

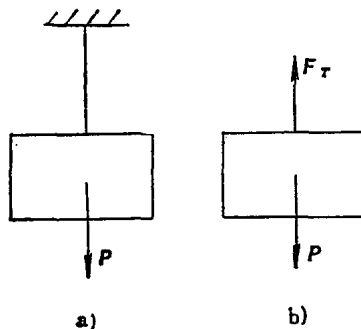


图 1-10

约束限制被约束体的运动，是因为在被约束体给约束一个作用力时，约束对被约束体也施加了一个反作用力。约束对被约束体的反作用力称为约束反力，简称反力。

在对物体进行受力分析时,最重要的是如何确定约束反力的方向。显然,约束反力的方向应当与它所能限制的被约束体的运动方向相反。这是确定约束反力方向的基本原则。

至于约束反力的大小和作用点,前者一般未知,需要利用平衡条件来求。后者,即约束反力的作用点,在被约束体与约束的接触处。若被约束体是刚体,则只需确定约束反力的作用线位置即可。

为以后应用方便起见,下面把工程上常见的一些约束进行分类,并分析其反力的特点。

(一) 理想光滑表面约束

在约束与被约束体的接触面较小且比较光滑的情况下,忽略摩擦因素,就得到了理想光滑表面约束。如车轮与轨道的接触面、图1-9中与滚子接触的路面,都可以认为是理想光滑表面约束。

这类约束起着阻碍物体沿接触面的公法线向约束内部运动的作用。因此,其约束反力的方向沿接触面公法线指向被约束体,故称为法向反力。

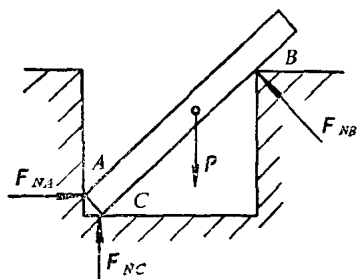


图 1-11

图1-9中路面对滚子的约束反力 F_N 就是法向反力。

图1-11所示直杆放在槽中,它在A、B、C三处受到槽的约束,这种约束称为尖端支承约束,此时可将尖端支承处看作小圆弧与直线相切,则约束反力仍是法向反力。

(二) 柔性约束

这类约束一般由柔软的绳索、链条或皮带等构成。

由于这些物体只能承受拉力,故这类约束的反力只能是拉力。图1-10中吊住重物的绳索就是一个柔性约束,其反力为拉力 F_T 。

图1-12a表示一个皮带传动装置,皮带的约束反力都是拉力,如图1-12b所示。

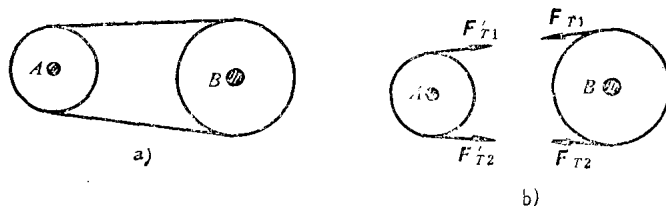


图 1-12

(三) 圆柱铰链(平面铰链)约束

为了将两个构件A与B连接在一起,可以在A、B上各钻圆孔,然后用圆柱形销钉将它们串起来,如图1-13所示。这种约束称为圆柱铰链。

一般认为销钉与构件光滑接触,所以这也是一种理想光滑表面约束,约束反力 F_N 应通过接触点K沿公法线方向(通过销钉中心)指向构件,如图1-14a所示。但实际上预先很难确定接触点K的位置,因此反力 F_N 的方向无法确定。为克服这一困难,通常用一对互相垂直的分力 F_x 与 F_y 表示约束反力 F_N ,待将来根据平衡条件计算出 F_x 与 F_y 的大小后,再根据需要用平行四边形规则求得合力 F_N 的大小和方向。见图1-14b。

由于这种铰链限制构件在垂直于销钉的平面内的相对移动,故亦称为平面铰链。

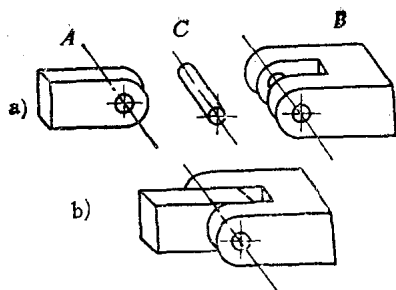


图 1-13

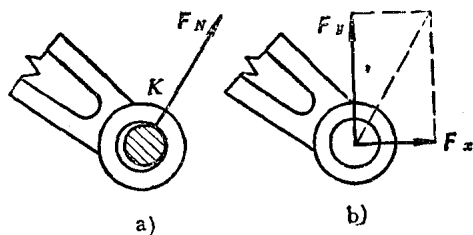


图 1-14

这种约束在工程上有广泛应用，见下面的例子：

(1) 固定铰支座 用以将构件和基础连接，如桥梁的一端与桥墩连接时，常用这种约束，见图1-15a，图1-15b是这种约束的简图。

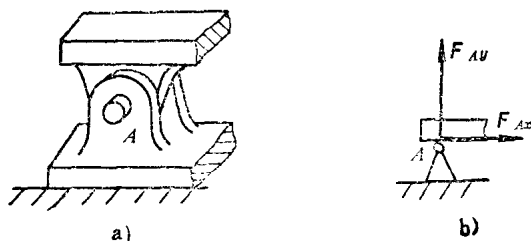


图 1-15

(2) 向心滚动轴承 如轴颈处的轴承，见图1-16所示。

(3) 连接铰链 用来连接两个可以相对转动但不能移动的构件，如曲柄连杆机构中曲柄与连杆、连杆与滑块连接。通常在两个构件连接处用一小圆圈表示铰链，如图1-17所示。

(4) 滚动铰支座 这是一种特殊的平面铰链，通常与固定铰支座配对，分别装在桥梁的两端。与固定铰支座不同的是，它不限制被约束的梁端在水平方向的位移。这样当桥梁由于温度变化而产生伸缩变形时，梁端可以自由移动而不会在梁中引起温度应力。这种铰链的约束反力只能在滚轮与地面接触面的公法线方向。如图1-18a所示，图1-18b是其简图。

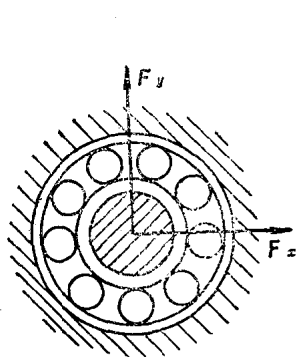


图 1-16

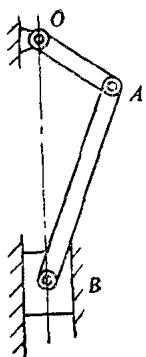


图 1-17

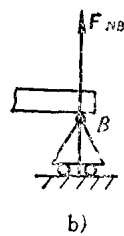
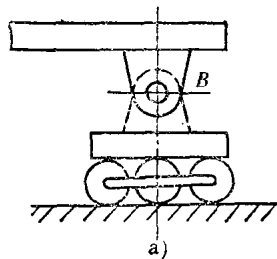


图 1-18

值得强调的是：圆柱铰链约束不能限制构件之间绕销钉轴的相对转动。

(四) 空间球铰链

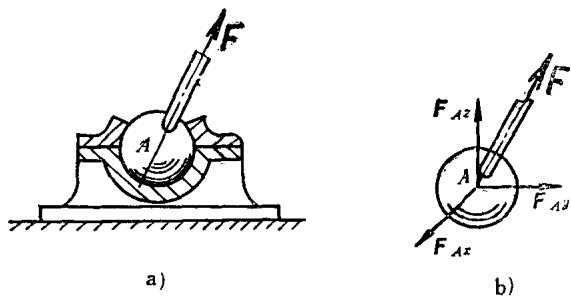


图 1-19

球铰链的构造如图1-19a所示,通常是将构件的一端作成球形后放入另一构件或基础中的球窝中。其作用是限制被约束体在空间中的移动但不限制其转动。某些电视机上的天线下端与天线座的连接就是球铰链约束。其约束反力一般由三个互相垂直的分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 、 F_{Az} 表示。见图1-19b。

以上列举了几种常见的比较理想化的约束,工程实际中的约束并不一定完全与这几种类型相同,这时就要具体分析约束的特点,适当忽略次要因素,以确定其约束反力的方向。

§1-4 物体的受力和受力图

所谓受力分析,是指分析所要研究的物体(称为研究对象)上受力多少、各力大小(已知或未知)和方向的过程。受力分析是解决力学问题的第一步,准确、熟练地作好研究对象的受力分析,是静力学学习的基本要求。

工程中物体的受力可分为两类。一类称为主动力,如工作载荷、构件自重、风力等,这类力一般是已知的或可以测量的。另一类就是约束反力。进行受力分析,就是要具体分析构件上所受这些力的大小和方向,而分析结果通常是表示在所研究物体的简图上。表示物体受力分析结果的简图称为受力图。

作受力图的一般步骤是:

- (1) 取研究对象并画出简图;
- (2) 先画上主动力;
- (3) 逐个分析约束,画出约束反力。

作受力图的主要工作是约束反力的分析。一般地说,约束反力的大小是未知的,需要利用平衡条件来求出,但其方向是已知的或者可以通过某种方式表示出来(如圆柱铰链的约束反力可以用一对互相垂直的分力表示)。用受力图清楚、准确地表达物体的受力情况,是静力学中不可缺少的基本功训练之一。

下面举例说明受力图的作法及注意事项。

例1-1 重力为 P 的圆球放在板 AC 与墙壁 AB 之间,如图1-20a所示。设板 AC 重力不计,试作出板与球的受力图。

解 先取球作研究对象,作出简图。球上主动力 P , 约束反力有 F_{ND} 和 F_{NE} , 均属理想光滑面约束的法向反力。受力图见图1-20b所示。

再取板作研究对象。由于板的自重不计,故只有 A 、 C 、 E' 处的约束反力。其中 A 处为固定铰支座,其反力可用一对正交分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 表示; C 处为柔性约束,其反力为拉力 F_T ; E' 处的反力为法向反力 F'_{NE} , 要注意该反力与球在 E 处所受反力 F_{NE} 为作用与反作用关系。受力图如图1-20c所示。

另外,注意到板 AC 上只有 A 、 E' 、 C 处三个约束反力,并且板处于平衡状态。因此,可