多变量控制系统

M. D. 米沙諾維奇著

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书討論多变量系統的关联性及綜合問題，引入了正規結构及二元表示法的概念，研究了关联强度的衡量及系統綜合的存在性与唯一性等問題。书中强調：多变量控制系統的主要特点是关联性及不确定性，控制理論的进一步发展应以多变量系統为基础。

本书可供自动控制方面工程技术人員、科研工作者及大专师生参考。

THE CONTROL OF MULTIVARIABLE SYSTEMS

M. D. Mesarović

M. I. T. & Wiley · 1960

多变量控制系統

涂 序 彥 譯

上海科学技术出版社出版（上海瑞金二路 450 号）

上海市书刊出版业营业許可証出 093 号

上海市印刷六厂印刷　新华书店上海发行所发行

开本 787×1092 1/32　印張 3 22/32　排版字数 81,000

1965 年10月第 1 版　1965 年10月第 1 次印刷

印数 1—3,800

統一书号 15119·1835　定价(科六) 0.44 元

前　　言

过去二十年間，控制理論已发展成为应用科学的一个独立而突出的分支。但是，从理論与实际的观点都是它的重要部分的多变量控制理論，实质上还处在萌芽阶段。的确，目前控制理論可以看成是一門科学，主要是討論单变量控制系統。在多变量控制方面，大多数工作都是基于推广单变量系統的概念。很重要的是意識到这种邏輯上的不合理性，即认为多变量系統的問題只不过是单变量系統类似問題的一般化。然而，反过来讲是对的，即单变量系統可看作是多变量系統的特殊情形。

也許能更好地說明上述論点的正确性，我們研究在設計时規定系統性能的問題。通常，可以采用下列三种方法之一：

(1) 用輸入及輸出規定系統的性能，它們表示給定狀态下环境对系統及系統对环境的影响。

(2) 用整个一类輸入及輸出規定系統的性能。有时輸出类中只包含一組輸出，而輸入函数类是很寬的，例如，由全部可积函数組成。

(3) 借給出全部有关系統特性及結构的信息来規定系統性能，而不明显地提到某些特殊狀态下輸入或輸出的特性究竟怎样。

在单变量系統中，三种方法之間的差别是微小的，其中任一种都可以完全决定系統。但是，在多变量系統中，应用三种方法所得出的結果大不相同。第一种方法沒有給出足够的信息来决定系統。第二种只决定了系統的端部特性，即規定了一类具有等价結构的系統。第三种方法可以完全决定系統。

多变量控制系統的研究可分为三个主要步驟：

(1) 从控制的观点全面地研究多变量系統。主要任务之一是决定对某特定控制状态为最佳的多变量系統。很明显，当为了綜合的目的要說明多变量系統的性能时，最佳系統的选擇是很重要的。

(2) 当某特定状态的最佳系統决定后，下一步是按整个閉环系統及被控制过程的性能来决定控制系統的类型。

(3) 最后一步是利用指定的設备綜合調节器，并分析已綜合好的控制系統的品质。

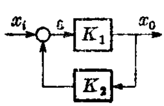
第一步的問題在单变量系統研究中沒有对应的部分，第二步的問題在单变量系統中可以遇到，但很少；例如，对于調节問題，理想的单变量系統在所有頻率下应具有零值增益，它要求調节器的增益为无穷大❶。然而，在多变量控制系統中，可以对一組特定的輸入获得理想性能，而系統的增益在所有頻率下是有限的和可实現的。第三类問題与单变量系統的分析与綜合完全相似，而且可以充分地利用这种相似性。

本书专門研究有关多变量控制系統的問題。然而，在深入討論所研究的对象之前，让我們簡短地考察一下多变量控制理論的发展历史及其現状。

多变量控制問題最先的概念密切关系到一般系統及网絡的研究，也許是文献[1]和[12]直接地討論了控制問題，他們的共同兴趣是将綜合滤波器的 Wiener 方法推广到多变量系統。后者是从閉环的(因而是控制的)观点进行討論的。

为什么須要发展多变量控制的专門理論呢，这是考虑到

---

❶ 

調节問題：x_i=常数　　当 $K_1K_2\to\infty$

理想情形：$\varepsilon=0$　　有 $\varepsilon\to 0$.

因 $$\frac{\varepsilon}{x_i}=\frac{1}{1+K_1K_2}$$

多变量系統具有某些特征，如关联性、結构不确定性以及綜合步驟的唯一性等。研究的基本目的在于洞察这些特征以及它們带来的問題，这方面可以从网絡理論已有的成果中得到很大的启示。虽然要在这里列出有关文献是太多了，但是，应当指出：許多有用的論点可在有关的学会的論文中找到。

研究第二步❶問題的首次尝試是在1950年发表的文献[5]。他們主要兴趣是获得綫性多变量系統的自主条件，着重討論发动机的問題，文献[14]、[15]利用矩陣代数研究了某些一般問題，以及根据閉环系統过渡过程品质决定調节器的特性。文献[8]、[9]討論了用根軌迹法綜合調节器的实际問題，并引入了輸出自主的概念。

关于第三步❷，应当提到文献[10]、[18]、[19]、[26]的工作。文献[11]发展了一种在随机輸入下决定多变量系統傳递函数的方法。再者，有些控制方面的經典著作，如文献[7]，从实际的观点討論了这些問題。

与上述文献不同，有些工作是用积分-微分方程来描述系統的，而不用微分方程。特别是文献[4]、[13]及[25]等。这种办法在实际場合下是有用的，尤其是应用文献[4]的动态規划方法解决最佳綜合問題。然而，在概念上还是不太妥当的，理由之一是它把每个高于一阶的单变量系統都变換成多变量系統，这样，系統的結构特性就完全显示不出来了。

在本书中，我們研究前面两个領域❸的問題，作者认为，多变量控制理論应当以多变量系統固有的特征为基础。本书第一部分研究最重要的特征：关联性；討論“黑盒”問題，特

---

❶ 指控制系統的类型問題.

❷ 指系統的分析及控制装置的綜合.

❸ 指选擇最佳系統及决定控制类型的問題.

别是与单变量系統进行比較，强調了結构不确定原則的意义。若着重的是輸出的相互关系，則应討論系統等价結构的选擇問題，然而，奇怪的是所有关于多变量控制的工作，除了唯一的例外(文献[18])，恰恰都是采用一种結构型式，即第2节中称为P-正規結构的型式。在以后的討論中我們将証明：所謂V-正規結构可以更好地描述关联系統，并且，一般說来，用V-正規結构描述系統及采用反饋調节器，这是解决多变量系統去耦問題的有效途徑。

关联强度是以輸出，或确切地讲，是以輸出的变化来定义的。至于輸出的变化是由内部还是外部作用引起，是要区别对待的。我們給出了关联强度的衡量方法，因而提供了从这方面比較各种系統的一个尺度。

在本书第2章里，我們发展了用二元算子描述系統的方法。在它的基础上，关系到輸入(称作"环境輸入")及广义参量(称作"性能輸入")的綜合問題是同类型的。此外，还引入了两个特征数，其一，"D"为輸出数与某組輸入数(环境或性能輸入)之差，它决定了总体最佳系統的存在性。其二，"R"为輸入总数与上述某組輸入数之差。对于給定了輸入与輸出的系統，这些数可作为所考虑的二元結构的特征。在多变量系統的設計中，它們反映了綜合問題的存在性与唯一性。多变量系統的特点之一，是許多情形下綜合問題沒有唯一解。为此，我們提出了一种办法，假設輸入是某函数空間的元素，从概率观点考虑整个空間内輸入的測度，这样可完全确定綜合的結果。最后，証明了調节器的功率制約要同时考虑到輸入及輸出，这些制約也可用来确定系統的綜合。

本书目的在于提供发展多变量控制理論的基础，为此引入了一些新的概念。最終目标是概念上的，关于专門問題的

技巧是次要的，可以預料，这方面的工作将继續下去。虽然我們的討論是針对控制系統，但是，书中許多論点对一般系統的研究也是有用的。我們所举的例子也是概念性的，为了更好地理解本书的內容，讀者可从自己感兴趣的領域补充一些例子。

目　　录

前　言
第1章　关联性問題 ……1
1．多变量系統的結构不确定原則 ……1
2．訊号模型与能量交换模型的关系 ……10
3．多变量系統的正規結构 ……12
4．多变量系統的非正規結构 ……19
5．正規結构与系統的自主性 ……30
6．多变量系統的关联性 ……39
7．基于系統內部变化的关联性概念 ……41
8．基于系統外部变化的关联性概念 ……45
9．多变量系統中关联强度的衡量 ……53
10．大系統分解为小系統 ……58
第2章　綜合問題 ……64
11．系統的二元表示法 ……64
12．綫性系統的二元表示法 ……65
13．非綫性系統的二元表示法 ……68
14．多变量系統綜合的存在性与唯一性 ……70
15．多变量控制系統最佳綜合的必要条件 ……73
16．綫性系統的 R 数及 D 数 ……78
17．非綫性系統的 R 数及 D 数 ……80
18．在有随机輸入的系統中的 R 数及 D 数 ……81
19．作为系統特征的 R 数及 D 数 ……85
20．具有某些預定傳递函数的多变量系統 ……86
21．利用关于环境的附加訊息綜合多变量系統 ……93
22．多变量系統的关联控制 ……96
23．控制系統設計中的功率制約 ……104
參考文献 ……107
譯者补充參考文献 ……109

第1章

关联性問題

1. 多变量系統的結构不确定原則

从人类认識自然界开始，科学工作者就致力于研究可以从外部观测及操纵的系統。由于某些原因，对于系統内部却不去探索它。这样一种系統的問題終于以某种方式滲入了現代科学的各个分支，并且称之为“黑盒”問題。

由于实际的及学科上的原因，黑盒問題已广泛地进行研究。在理論及应用科学的广闊領域中，人們都会碰到黑盒問題，因而致力于发展以有效方式操纵它們的技术（在广义的概念下，应用于許多科学分支的，特别是生物系統性能的黑盒問題，在文献[2]中可以找到）。

用最通常的也是最簡单的术語来讲，黑盒問題可定义如下：給定一个被研究的对象，从外部对它进行一組試驗，并且根据有关的数据，得出关于对象內容的推理。

显然，还有許多方式可以更严格地說明这个問題，主要取决于响应的規律性及有待研究的特性之类别。这里，我們感兴趣的只是整个問題中很有限的一部分，即如何准确地决定多变量系統中关联性的型式。

在自然科学中，“黑盒”是一个老問題，一百年来，曾通过

逐步分解系統的方法来寻求解答。这种方法的哲学背景在于下面的推理过程:我們有一把好“刀子”,为了求得問題的解,我們将盒子切成小薄片,就刀子的鋒利程度所及切得尽量地小。当我們不能再切下去时,就教导我們的继承人如何造一把更鋒利的刀子。依次下去,他們的继承人又造一把更加鋒利的刀子,并且得以将盒子切成愈来愈小的薄片。希望沒有什么东西会終止这种不断分解的过程。

看来,似乎只要有技巧及足够的时間,黑盒問題将得到最后解决。不幸的是,这个观点被証明是輕率的。物理学家相信人类差不多接近了“切盒子”过程的終点。能量有限的事实,使 Heisenberg 提出了测量的不确定原則。它表明:即使最好的“刀子”也有一个极限的鋒利程度。因此,从我們现在起,某些黑盒将永远是黑的❶。

研究黑盒的內容是一般自然科学研究的基本問題,然而,在宏观方面,我們特别感兴趣的是什么实际原因限制了“切盒”工作,即使我們知道盒子由什么組成,但是,构造的复杂性、方法的缺陷以及时間的不足等因素,都限制我們深入到盒子的內部,必須将它作为一个整体来处理。

特别是在电气工程領域中,关于这个問題已談了、写了很多。大家知道,无論是单变量或多变量系統,要从外部观测来完全决定其結构是不可能的,只能找到許多具有相同的輸入-輸出关系的等价系統。在这一节里我們还要作进一步的討論,以便闡明多变量系統的性质,特别是要表明:結构不确定性。对于单变量与多变量系統,具有本质上的不同的意义。

在现代技术条件下,工程中黑盒問題通常用下面的方式来解决:如果能預测盒子将运行的全部环境,并且能完成全部

❶ 关于这个問題,必須根据辯証唯物观点来分析.

有关的試驗，那末，可以在这种意义下掌握盒子的内容，即可以預測到盒子未来的外部特性，它是仅有的感兴趣的因素。

例如，考虑单变量系統。如已建立了一組或几組有无穷多个等价結构的系統，那末，在适当的环境下，只要基于一个領先采用的結构，可以解决与系統应用有关的全部問題。換句話說，无論这个单变量系統将应用在什么場合，所采用的等价結构都是一个有效的模型；或者，更确切些，无論要求单变量系統完成什么任务，都可以在任一等价結构的基础上研究系統的性能。所以，关于单变量系統的端部特性不存在这种問題；即除了涉及到分析的簡便性之外，所采用的某一个等价結构能証明比其他的好（設这些模型所处环境相同）。从这个观点出发，任何結构不确定性实际上都可认为是无关紧要的。

然而，当系統有一个以上的輸入或輸出时，上述論点是不正确的。这就是我們要討論結构不确定原則的理由所在。如果系統是多变量的，那末，可能提出这样的实际問題，其中結构选擇不再是无关紧要的，而是很有意义的，系統所能完成的控制作用取决于所选取的結构。在对这个問題作一般性討論之前，我們研究一个特殊例子。

設系統有两个輸入与两个輸出。我們希望有一种方法来控制它，使它們的輸出各不相关。即輸出 y_1 只与輸入 x_1 有关；輸出 y_2 只与輸入 x_2 有关。为了完成这个任务，还指定要采用图 1 的反饋控制装置。

我們研究如何用不同的結构来解决問題。設第一种結构如图 1 所示，在第 3 节中称它为 P-正规結构。描述系統特性的算子方程为

$$\begin{aligned} y_1(p) &= P_{11}(p)x_1(p) + P_{12}(p)x_2(p) \\ y_2(p) &= P_{21}(p)x_1(p) + P_{22}(p)x_2(p) \end{aligned} \tag{1}$$

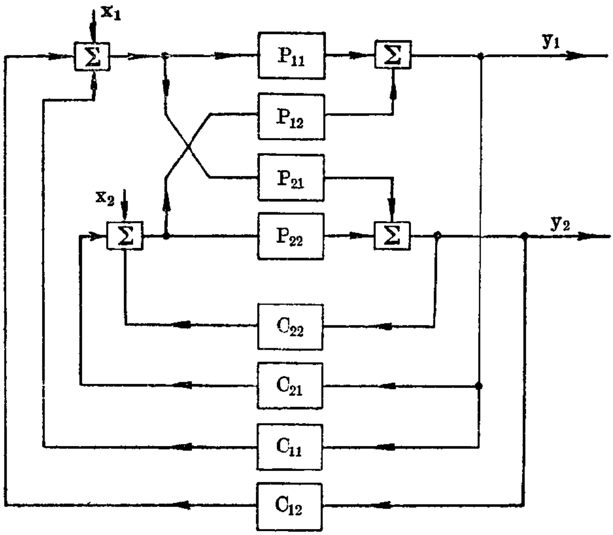


图 1

式中 $x_1(p)$, $\cdots y_2(p)$——輸入与輸出的拉普拉斯变换；

$P_{11}(p)$, $\cdots P_{22}(p)$——系統中元件的傳遞函数。

为了方便起見，除了可能引起誤解的地方之外，在下面的討論中，算子 p 都不写出来。

反饋控制的作用在于补償 P_{12} 及 P_{21} 的影响，使系統的特性如下式所示

$$\begin{aligned} y_1 &= P_{11}x_1 \\ y_2 &= P_{22}x_2 \end{aligned} \tag{2}$$

这个問題的解已由文献[14]、[15]給出。为了补償 P_{12} 及 P_{21} 的影响，所需的四个調节器(見图 1)，由下列方程决定

$$\begin{aligned} &S_{11}P_{11}-S_{21}P_{12}=0 \\ &S_{22}P_{22}-S_{12}P_{21}=0 \\ &S_{11}P_{11}-F_1(1+S_{11}P_{11})=0 \\ &S_{22}P_{22}-F_2(1+S_{22}P_{22})=0 \end{aligned} \tag{3}$$

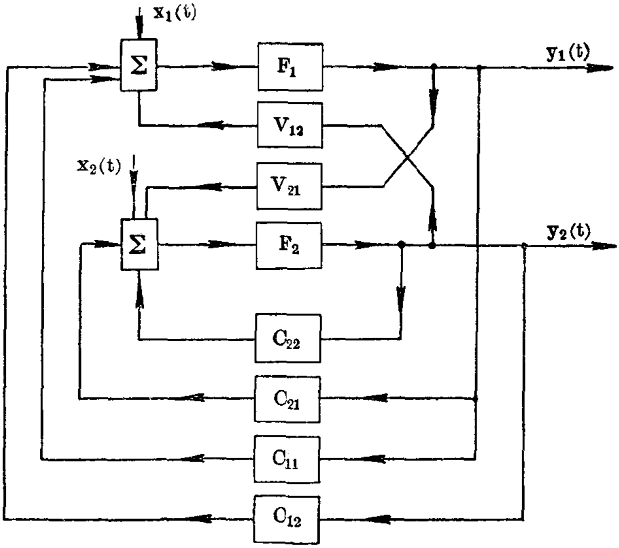


图 2

另一方面，若系統具有图 2 的結构，在第 3 节中称之为 V-正規結构。則結果与上述 P-正規結构的情形大不相同，并且有明显的改进。

对于 V-正規結构的系統，其算子方程为

$$y_1 = F_1(x_1 + V_{12}x_2)$$
$$y_2 = F_2(x_2 + V_{21}x_1) \tag{4}$$

由这种結构所得到的自主系統满足方程

$$y_1 = F_1 x_1$$
$$y_2 = F_2 x_2 \tag{5}$$

为了实現自主調节，只要有两个調节器就够了(图 2)，它們由下列方程决定

$$V_{12} = C_{12} \qquad V_{21} = C_{21} \tag{6}$$

因此，适当地选取系統的結构，对問題的解决有重大影响(在上面的例子中有很大的改进)。

例如，对于燃气輪机的控制問題，希望能自主調节。起初有人建議采用前輸調节器[5]，后来有人建議用反饋調节器[14, 15]。在下面的例子中，設控制对象的方程为

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{-2}{1+p} z_1 + \frac{3}{1+p} z_2 \\ y_2 &= \frac{4}{1+p} z_1 + \frac{2+8p}{1+p} z_2 \end{aligned} \tag{7}$$

根据式(3)，为了自主調节，調节器应滿足关系式

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{3}{8} \qquad & C_{12} &= \frac{3}{16} \\ C_{21} &= \frac{1}{4} \qquad & C_{22} &= -\frac{3}{8(1+4p)} \end{aligned} \tag{8}$$

然而，若采用 V-正規結构，則根据式(6)，滿足自主条件的調节器为

$$C_{12} = -\frac{3}{16} \qquad C_{21} = -\frac{1}{4} \tag{9}$$

由式(8)及(9)得到的結果，差别是很明显的。利用式(9)还有一个好处，若系統是綫性的，則去耦后可用不同的方式由 C_{11} 及 C_{22} 控制小系統 F_1 及 F_2，而不必重新調整交叉耦合調节器 C_{12} 与 C_{21}。

从这个簡单的例子可以看到，对于单变量系統与多变量系統，結构的不确定具有不同的重要性。前者是无关紧要的，后者是对从外部来研究系統具有实际意义的。为了更好地闡明这一点，我們将在更一般的情形下，討論多变量系統的結构不确定性問題，并将它表述为一种原則。

考虑一个多变量系統，用輸入与輸出表示它和环境的关系。現在的問題是：借改变幷測量輸入，同时測量輸出的方法，在多大程度上能确定系統的特性？我們不希望由于測量系統的內部变量而扰乱它的正常工作，所以只能改变或測量外部变量。換句話說，这里是用前言中指出的第一种或第二种方式来規定系統性能的。

为了規定系統的性能，要給出足够組数的輸入及輸出，即

$$
\begin{aligned}
\mathscr{X}^{(1)}&=\begin{bmatrix} x_1^{(1)}(t) \\ \vdots \\ x_m^{(1)}(t) \end{bmatrix}; \quad \cdots \mathscr{X}^{(n)}=\begin{bmatrix} x_1^{(n)}(t) \\ \vdots \\ x_m^{(n)}(t) \end{bmatrix} \\
\mathscr{Y}^{(1)}&=\begin{bmatrix} y_1^{(1)}(t) \\ \vdots \\ y_n^{(1)}(t) \end{bmatrix}; \quad \cdots \mathscr{Y}^{(n)}=\begin{bmatrix} y_1^{(n)}(t) \\ \vdots \\ y_n^{(n)}(t) \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{10}
$$

利用这些变量所提供的訊息，希望确定：

(1) 借輸入及輸出表示的系統与环境的关系——它决定了系統的端部特性。

(2) 各端部变量通过系統內部相互影响的方式——它决定了系統的結构特性。

系統的結构特性說明了系統內部关联性的类型，它体現为端部变量間的相互关系。例如，在一定場合下，发現輸出通过系統有耦合作用，那末，問題在于决定这些耦合发生的方式。特别是在多变量系統中，若发現两个輸出有相互影响，則結构特性应表明这些影响在系統內部是如何傳遞的，是两个輸出受同一輸入的影响，还是一个輸出受另一輸出的影响等。

这里，我們不打算去深入研究小系統的具体构造，因为元件的結构不确定性是无关紧要的。

利用式(10)所提供的訊息，可以建立下列关系式

$$\begin{array}{c}\vdots\\ y_j(t)\\ \vdots\end{array}=f_j\left[\begin{array}{c}\vdots\\ x_1(t)\\ \vdots\end{array},\ \cdots x_m(t);\ y_1(t),\ \cdots \begin{array}{c}\vdots\\ y_n(t)\\ \vdots\end{array}\right] \tag{11}$$

由此可以决定系統的端部特性，它在进行过測試的条件下是适用的。如果在特定的場合下已建立这些关系式，那末，任何进一步的測試只是証实其有效性，而不是提供新的訊息。因此，人們可以根据需要来决定式(11)的結构特性。但是，不能唯一地确定那个輸入直接影响那个輸出。我們可以消去某些变量，将这个方程組加以变换。例如，消去全部輸出量，可得新方程組

$$\begin{array}{c}\vdots\\ y_j(t)\\ \vdots\end{array}=f_j\left[\begin{array}{c}\vdots\\ x_1(t)\\ \vdots\end{array},\ \cdots \begin{array}{c}\vdots\\ x_m(t)\\ \vdots\end{array}\right] \tag{12}$$

由式(12)可以断定，全部輸入都直接影响到每个輸出。实际上，特别是控制問題的研究，常常用这个方程組描述系統的特性。然而，将式(11)化为(12)时，我們对系統的結构加了一定的約束，而沒有說明其物理意义。在綫性系統中，这种約束表示各小系統对內部变化是自主的(見第7节)。由上面討論过的例子可知，制約条件对綜合結果有很大的影响。

也可以消去方程右边的某些輸入，得到下面的方程組

$$\begin{array}{c}\vdots\\ y_j(t)\\ \vdots\end{array}=f_j\left[\begin{array}{c}\vdots\\ x_1(t)\\ \vdots\end{array}\cdots x_{m-n+1}(t),\ y_1(t),\ \cdots \begin{array}{c}\vdots\\ y_n(t)\\ \vdots\end{array}\right] \tag{13}$$

相应于式(13)的結构与式(11)或(12)的結构有很大的差别，虽然系統的端部特性是相同的。一般說来，不可能找到某种物理或数学的規則，来指导如何确定系統的眞实結构。这就是多变量系統結构不确定原則的实质所在，結构不确定原則

可簡单表述如下：

> 在所有的多变量系統中，說明其內部各小系統关联方式的結构特性，是不可能从系統外部来确定的。

如上所述的原則与小系統本身的构造无关。

結构不确定原則对一般的物理系統，特別是工程的或人工的系統，也是重要的。因为人們关于物质世界的全部知識都来自物理系統的外部試驗。結构不确定原則給出了一个极限，限制了人們所能认識的物质世界属性的范圍。不难看出，由能量交換关系可以得到物理系統最細致的描述，它还可分解为两个共軛的变量——广义力及广义流[24]。由于从物理系統获得任何訊息都必須涉及到能量交換[6]，因此，物理系統只可能分解为二变量的小系統。

在工程中，結构不确定原則也是重要的，它提示了处理工程問題一种有效方法，若不能在系統內部进行試驗，則可以任选一种便于操纵端部变量的結构方式，而不必糾纏于物理上的解釋。如果，为了某种目的，使一个輸出对应于一个輸入，用这种方式定义了一組小系統，那末，結构不确定原則表明：不可能确定关联的类型或程度，甚至，那些变量是通过系統相互关联的也不能确定（根据下节所定义的关联性）。因此，实质上，任何等效結构都是可以采用的。

若函数 $f_1 \cdots f_n$ 是綫性的，可表示为各变量綫性函数之和，則方程組(11)可写成矩陣形式

$$\mathscr{Y} = \mathscr{A}\mathscr{X} + \mathscr{B}\mathscr{Y} \tag{14}$$

这里，对端部变量的綫性运算用矩陣 $\mathscr{A}$ 与 $\mathscr{B}$ 表示，其中各元素是相应的小系統的傳递函数，即