高等學校教學用書

流體動力學

Д. С. КУЗНЕЦОВ 著
林鴻蓀　陳耀松
謝義炳　楊大昇 譯

高等教育出版社

高等學校教學用書

流體動力學

Л. С. 庫滋涅佐夫著
林鴻蓀 陳耀松 謝義炳 楊大昇 譯

高等教育出版社

本書係根據蘇聯水文氣象出版社(Гидро метеорологическое издательство)出版的庫茲涅佐夫 (Д. С. Кузнецов)著，戈魯別夫 (В. В. Голубев)主編的“流體動力學”(Гидро динамика)1951年修訂第二版譯出，原書經蘇聯高等教育部審定為水文氣象學院的教科書。

本書由北京大學物理系氣象專業謝義炳、楊大昇及數學力學系力學專業林鴻蓀、陳耀松等四位同志合譯。

流 體 動 力 學

書號204(課135)

庫 滋 涅 佐 夫 著

林 鴻 蓀 等 譯

高 等 教 育 出 版 社 出 版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

新 華 書 店 總 經 售

商 務 印 書 館 印 刷 廠 印 刷

上海天通菴路一九〇號

開本850×1168 1/32　印張13 4/16　字數 312,000

一九五五年四月上海第一版　印數 1—3,000

一九五五年四月上海第一次印刷　定價二元二角

編者的話

本教程"流體動力學"是著者在莫斯科水文氣象學院教課底結果。流體動力學方面用俄文發表的文獻中已有很好的參考用書，然而它們有的在內容方面超出了教科書底範圍，有的是以特殊問題爲主題的。教學上老早就有一種要求，即要求有一本簡短而完全科學地寫成的專門爲教學用的參考書，本書底出現，滿足了這一要求。

在本書中基本上接觸到所有現時在流體動力學課程中的問題，但主要只在水文氣象學院的教學大綱所規定的那些部分中，才有詳盡的發揮。著者所引的文獻，能將對某種特殊問題有興趣的學習者，直接引導到這些問題更深入的研究上去。

戈魯別夫教授 (В. В. Голубев)

第二版序言

本書第二版與1940年印行的第一版底不同處在於爲改善個別問題論述而作的一些修改上。除此之外，後兩章(流體底波動及黏性流體動力學)底內容略有擴充，所作的補充一部分是屬於經典流體動力學範圍(波底羣速，擺線波，地球自轉對黏性流體運動的影響)，另一部分旨在論述蘇聯學者在氣象學中有重大意義的一些工作(在轉動大氣層中的波動，流體動力學與輻射理論底完整方程組)。較第一版更詳細地研究了湍流；然而，和所有其他的論述不同，當湍流有關的結果是不加引導地給出的。這樣說來，以湍流運動爲主題的一節有着簡明提綱的性質。

Л. 庫茲涅佐夫

目　　錄

引　　論

§1. 基本定義

如果形成質點系的質點連續地充滿着某一體積,則這質點系稱爲一連續介質。 在研究連續介質底運動或平衡時,我們並不考慮它底分子結構——正如在一般力學中,我們並不考慮絕對剛體底分子結構那樣。

讓我們考慮連續介質底一個足夠小的體積 $\Delta\tau$, 並以 Δm 表示在這體積中包含的質量,我們稱比值 $\frac{\Delta m}{\Delta\tau}$ 爲連續介質在體積 $\Delta\tau$ 中的平均密度。 令體積 $\Delta\tau$ 縮小到零,並設質量 Δm 與 $\Delta\tau$ 同階大小,則得到某一極限量 ρ:

$$\rho=\lim_{\Delta\tau\to 0}\frac{\Delta m}{\Delta\tau}=\frac{dm}{d\tau},$$

我們規定稱之爲連續介質在該點底密度。

要注意,在一般的情況下連續介質底密度 ρ 必須認爲是時間 t 及坐標 x, y, z 底函數:

$$\rho=\rho(t; x, y, z)。$$

不同的連續介質對加於其上的外力底作用有着不同樣的反應。 這個不同是如此之顯著,以致按物理性質對連續介質分類底最方便的辦法乃是按加於連續介質上的外力底作用在其上引起的變化的觀點來進行。而任何作用在連續介質上的外力總可以歸入下列兩種類型之一。

(1)質量力(或體力),即作用在連續介質底所有點上的力,不論這些點是處於這連續介質底界面上,或是處於這面底內部,且質量力與它作用的體積(或質量)具有同階的大小。因此,最宜按單位質量計算質量力。我們以 $\boldsymbol{F}$ 代表作用於連續介質單位質量上的這樣的力,而其沿坐標軸的分量以 X, Y, Z 代表;於是,作用於連續介質體積元素 $d\tau$ 上的質量力顯然等於 $\boldsymbol{F}\rho d\tau$,而其分量等於 $X\rho d\tau$, $Y\rho d\tau$, $Z\rho d\tau$,此處 ρ 代表連續介質底密度,而 $\rho\, d\tau$ 代表包含在體積 $d\tau$ 中的質量(密度 ρ 在體積元素 $d\tau$ 中所有的點上可近似地被認為是相同的)。作用在連續介質有限體積 τ 上的質量力主矢量,以及其分量是由體積 τ 上的積分:

$$\int_\tau \boldsymbol{F}\rho\, d\tau;\quad \int_\tau X\rho\, d\tau;\quad \int_\tau Y\rho\, d\tau;\quad \int_\tau Z\rho\, d\tau$$

代表的。重力可以作為質量力底例子。

(2)表面力,即只作用在處於連續介質底表面的那些質點上的力,這些力和它所作用的表面具有同階大小。可取作用在置於容器中的流體底自由面上的大氣壓力,容器壁對挨着器壁的流體質點所作的反作用力,以及流體個別質點之間相互作用的力,作為表面力底例子。表面力自然是按單位面積來考慮的。我們以 $\boldsymbol{T}$ 代表這種按單位面積計算的力,其沿坐標軸底分量以 T_x, T_y, T_z 代表;於是,在面元素上作用的表面力及其分量可按下面形式表示:

$$\boldsymbol{T}\, d\sigma;\quad T_x\, d\sigma;\quad T_y\, d\sigma;\quad T_z\, d\sigma。$$

應該注意:矢量 $\boldsymbol{T}$ 取決於面積 $d\sigma$ 底方向,即取決於這面底(由所考慮的連續介質底體積向外)法線方向。

在有限曲面 S 上作用的表面力主矢量以及它底分量可以用積分(取於曲面 S 之上)

$$\int_S \boldsymbol{T}\, d\sigma;\quad \int_S T_x\, d\sigma;\quad \int_S T_y\, d\sigma;\quad \int_S T_z\, d\sigma,$$

表示。

由上所述得知：按單位質量計算的質量力 $\boldsymbol{F}$ 底因次與加速度一樣是 LT^{-2}，而作用於體積元素 $d\tau$ 上的質量力 $\boldsymbol{F}\rho d\tau$ 底因次是 MLT^{-2}。

同樣，按單位面積計算的表面力 $\boldsymbol{T}$ 底因次是 $ML^{-1}T^{-2}$. 而作用於面積元素 $d\sigma$ 上的表面力 $\boldsymbol{T}d\sigma$ 具有因次 MLT^{-2}。

回到連續介質底分類問題，我們首先回憶**絕對剛體**底定義；這樣的質點系，它們之間的相互距離不論在該物體上作用的外力如何，將保持不變，稱作絕對剛體，或不變形體系。

與絕對剛體不同，我們將稱這樣一種連續地充滿着某體積的質點系爲**彈性體**，在作用於系統上的力在數值上達到某一界限時，系統中各點間底相互距離可以改變；而在消除了力底作用之後，系統的各點底相互分佈又恢復原狀，也就是說，物體取原有的形狀。

最後，我們將稱這樣一種連續地充滿着某體積的質點系爲**流體**，不論作用在這系統上的力是如何的小，都會引起其中各點彼此間的相對位移。同時，在外力作用下變換了相互分佈的流體質點，在取消力底作用後，並不恢復其原有的位置，不論這些力底大小如何。

在本書內我們將只考慮第二類連續介質，即流體。至於彈性體，其研究是所謂**彈性體力學**底主題，不包含在本課程底大綱內，但在講黏性流體動力學的一章中我們必須熟習彈性體中那些與流體底性質有相似的基本性質。

大家知道，在絕對剛體中，由於外力作用所引起的內力是這樣的，它們完全不允許絕對剛體各點的相互分佈有所改變。在彈性體的情況，其質點間的相互作用抗拒是這樣的，它們阻礙着質點底相互接近以及疏遠；但在彈性體中，質點底這些接近或疏遠不能全部被克服。換句話說，內力在彈性體中可以以拉力，也可以以壓力

的形式出現。

在流體的情形，只有質點底靠攏會遇到來自流體的阻力；流體質點底疏遠卻不會碰到來自流體的任何阻力（在實流體中有極小的凝聚力；這些力，在流體力學中被忽略）。

假使在流體中產生的內力完全不允許體積有變化，則流體稱爲**不可壓縮的**。不可壓縮流體只能改變其形狀。

如果阻礙流體質點接近的內力不能克服體積底變化，則流體稱爲**可壓縮流體，或氣體**。在可壓縮流體中可以有形狀底改變，也可以有體積底改變。

對不可壓縮流體來說，其密度是一常數，既不依存於時間 t 也與坐標 x, y, z 無關。而對可壓縮流體來說，則相反，其密度必須認爲是所有這四個宗量底函數：

$$\rho=\rho(t; x, y, z)$$ ❶。

上面早已指出：如果作用在流體上的外力引起流體質點之間的相對滑動，則不論這力是何等的小，這樣的滑動也會發現。但在實流體中可以觀察到來自流體的對於上述質點相互滑動的阻力，這阻力對於不同的流體有不同的值，但在所有的情形中，它只是延緩流體質點的相互滑動，而並不完全消除這個滑動。流體在阻礙質點滑動上的性質稱爲**內摩擦**或**黏性**，表示流體中的內摩擦的力顯然是屬於內力一類而非外力。

在自然界中不會碰到無黏性的流體，而對於不同的流體來說，黏性在非常大的範圍內變化着。與具有極小的黏性的流體（例如，空氣，酒精等）一樣，可以碰到很黏的流體（譬如，瀝青）。還要注意，同一流體底黏性隨温度的改變而改變。

雖然，實流體無例外地具有黏性，但從以下的假定來開始流體

❶ 如果流體可壓縮，但是是均勻的，則其密度與坐標無關而只是時間底函數：$\rho=\rho(t)$。

力學底研究是合適的，卽流體質點底相互滑動並不受到來自流體方面的阻力。這種不具黏性的流體稱爲**理想的**或**完備的**流體。許多由理想流體得出的結論是可以用來解決所有那些流體黏性可以不計的純實際問題。

由理想流體底定義中看出，在其中發生的內力不能有阻礙質點滑動的切向分量，因此，這些在理想流體中的力總是垂直於在流體內部所作的曲面的。並且，由於流體質點底相互疏遠並不受到流體底任何抗拒，理想流體中的內力是沿質點曲面底內法線方向，且必須看作是**壓力**。

理想流體與黏性流體之間的區別僅在運動中才出現。卽平衡方程式對於理想流體和黏性流體都是一樣的。這是由於流體平衡時質點並無相互滑動，而沒有滑動也就沒有對滑動的阻力。換句話說，流體的黏性只當其運動時才表現出來。而在平衡時，卽使是黏性流體中的內力也是壓力，與質點曲面垂直並指向其內部。

§2. 流體動力學發展簡述

流體動力學，如前所述，是研究液體與氣體運動以及它們與剛體底交互影響的，它在十八世紀由於傑出的學者——俄國科學院院士——歐勒 (Л. Эйлер 1707—1783) 及伯努利 (Д. Бернулли 1700—1783)，的工作而成爲專門的科學，這兩位在俄國科學院中的活動是與偉大的俄國學者羅蒙諾索夫 (М. В. Ломоносов 1711—1765) 在那裏的活動同時進行的。

流體動力學與任何別的科學一樣，其創立和發展是與實際需要緊緊相聯的(流體動力學底起源和發展首先是由在水力學，船阻力理論以及彈道學面前所提出的問題引起的)，在這部門中，當然，也曾在上述年代以前得到過一些個別的結果，但是這些結果，雖然其中有一部分直到現在還保持其意義，是沒有任何一般的概念貫

穿起來的，尤其不是用任何一般性的方法來得到的。而歐勒工作底意義首先就在於給出這樣一個研究流體動力學問題的一般方法。

我們來簡短地敍述一下到十八世紀初葉為止，在流體動力學範圍內所得到的一些最重要的結果。

首先要指出，早在阿歷斯多德(Aristotle 紀元前 384—322)底言論中就包含了說明某些流體動力學問題的企圖，特別是，空氣或水與在其中運動的剛體底相互作用問題。然而，阿歷斯多德不但沒有說到空氣或水對在其中運動的剛體上的阻力，卻反而由這樣的錯誤假定出發，即，如果沒有力量在物體上面經常作用着，物體就不能移動，而得到錯誤的結論：水或空氣在那些在水或空氣中運動的剛體底後面合攏起來而驅使它們前進，並且是這種經常作用的推動力的來源。

與此相反，阿基米德(Archimedes 紀元前 287—212)在研究流體平衡及剛體在流體中漂浮諸問題時得到的一些結果，直到現在並沒有失去意義，而在當時，這些結果給出了建造某些水力機械底可能。只是在斯蒂文(Стэвин 1548—1620)以及伽利略(Galileo 1564—1642)，帕斯卡(Pascal 1623—1662)諸人底工作中，流體靜力學才得到了進一步的重大的發展：斯蒂文藉助於凝結原理將研究剛體平衡的方法轉用到流體上面去，伽利略及帕斯卡的工作則是在流體靜力學中應用了虛位移原理。帕斯卡曾經指出，在給定點上作用在該處面上的靜止流體底壓力是與此面底方向無關的。

流體動力學底最基本的問題之一就是關於流體或氣體對於在其中運動的物體上的阻力問題。這種阻力底存在首先由利奧那多·達·芬奇(Leonardo da Vinci 1452—1519)所確定，並用流體或氣體在剛體前方的壓縮來說明。在一系列學者底工作中(其中包括伽利略，惠更斯(Huygens 1629—1695)，牛頓(Newton

1642—1727)，達朗倍爾(d'Alembert 1717—1783)等人的工作，包含着說明介質阻力底實質和找得其數量表達式的企圖。伽利略根據他自己底實驗作出結論，介質底阻力是與在其中運動的物體底速度一次方成正比的。惠更斯，也是根據實驗，認爲介質底阻力並非與物體速度一次方而是與其二次方成正比的。牛頓在其原理中包括了阻力公式的理論引導，假設流體底阻力可以分爲三個部分：(1)與速度之平方成正比部分是由於流體在物體首部的撞擊而產生的；(2)與速度的一次方成正比部分是由於流體各層之間相互滑動產生的摩擦引起的(牛頓所建立的在兩層流體之間的相對滑動速度與其間摩擦壓力之比例性，直到現在還認爲是正確的)；(3)常數部分，與氣體底彈性與凝聚力有關。達朗倍爾首先證明，理想流體對在其中移動的物體上作用力之總和等於零，但他不能解釋這通常稱爲達朗倍爾佯謬的結果。

因此，隨時代的進展，關於介質對在其中運動的物體上的阻力之概念是在逐漸地準確化；然而只有當歐勒在流體動力學中引進了壓力底概念(代替了牛頓引進的介質質點在表面上的撞擊底概念)之後，才能建立對這現象底本質完全正確的觀點。歐勒本人說明了達朗倍爾佯謬，並且，不但指出理想流體與眞實流體底差別(在於後者存在着內摩擦)且也說明了眞實流體對在其中運動的物體上的阻力與後者之間的關係。後來的研究完全證實了歐勒底觀點底正確性。

歐勒理當被認爲是經典流體動力學底奠基者，因爲他首先(在其1755年發表的著作"流體運動的一般原理"之中)引進了理想流體運動的方程系，這樣歐勒就給出了研究流體運動底一般方法。第一個引出連續方程的也是歐勒。應該指出，歐勒指出研究理想流體運動的兩種不同的方法。第一個方法是把流體質點底速度分量當作時間及在該時刻所考慮質點經過的空間點底坐標之函數來

研究。第二個方法,也是由歐勒指出的,然而不正確地被歸之於拉格朗日 (Lagrange 1736—1813) 並且按照既有的傳統稱爲拉格朗日方法,是把流體質點底坐標當作時間及此質點底起始坐標底函數來研究。

後來,歐勒提出速度位勢底概念,並且指出速度位勢所滿足的方程,即通常以拉普拉斯命名的那個方程。歐勒曾經找出氣體中不定常位勢運動方程底一般積分,這竟也曾被不正確地歸之於拉格朗日。

有關繞體運動理論,相似性理論以及潮底理論等等的一些流體動力學問題的工作,也屬於歐勒。

歐勒底著作是非常多的,這些著作不但具有理論意義,也具有巨大的純實際的意義。這方面可以提出他的有關透平理論的著作(他是這一理論底奠基者),與浮力、穩定性以及阻力等問題底研究有關的船底理論。最後我們指出歐勒底關於氣體在管子中流動問題的著作,關於由風引起來的水表面底平衡形式的著作,關於聲音傳播的著作,關於由溫度不同而產生的運動的著作(在羅蒙諾索夫關於空氣在礦井中流動的著作之後出現的)❶。

歐勒的同時代人伯努利將能量守恆定律應用到流體上而得到流體動力學底最基本的公式之一,確定了流體運動速度,壓力與高度之間的關係。這個公式稱爲伯努利積分,後來又被推廣到可壓縮流體,它在理論流體動力學中起巨大的作用,並且有許多的應用,首先在水力學及航空理論中有很多的應用。伯努利還研究了液體射流在板上的壓力;“流體動力學”的名稱也是首先被伯努利使用的。

達朗倍爾把自己所建立的一般力學原則應用於流體底情況,

---

❶ 見 Φ. И. 弗朗克里的論文“歐勒底流體動力學工作”見“數學科學的成就”,第五卷,第四册(38),第 170—175 頁(1950 年)。

這對於流體動力學底發展,也有重要的意義。

現在讓我們指出流體動力學在歐勒,伯努利及達朗倍爾底著作發表之後的基本發展方向。

拉格朗日關於速度位勢可以存在的動力條件的說明,以及拉格朗日所建立的流函數概念,爲研究流體平面無旋運動(不論定常或不定常)開闢了道路。複變數函數理論在流體底平面無旋運動上的應用是極有成效的,譬如說,藉助於這一理論建立具脫體射流的繞體運動理論,這個理論是與海姆荷茲(Helmholz),基爾霍夫(Kirchhoff)與儒闊甫斯基(Н. Е. Жуковский 1847—1921)底名字分不開的。

基爾霍夫發展了剛體在流體中運動的一般理論,在這一理論進一步的發展中,俄國學者儒闊甫斯基,恰波雷根(С. А. Чаплыгин),李雅普諾夫(А. М. Ляпунов 1857—1918)及斯鐵克洛夫(В. А. Стеклов 1864—1926)起了巨大的作用。

至於談到流體底有旋運動,則歐勒早就指出不具速度位勢的流體運動底可能性。渦旋底概念是科希(Cauchy 1789—1857)所提出的,但渦旋底基本性質是海姆荷茲首先加以研究的。現在渦旋理論是流體動力學中一個廣闊的部門,它對於一系列具有重大實際意義的學說底發展——首先是對於機翼及螺旋槳理論底發展具有極大的意義,在創立這些理論中儒闊甫斯基是特別主要的人物,渦旋理論在與弗里得曼(А. А. Фридман)的名字緊緊相關的大氣動力學中也是很重要的。

由於與航空事業的興起以及解決有關的一系列問題底必要性,在理論流體動力學底發展上曾經有過特殊的意義——如果沒有它,這些問題就不可能得到解決,所以我們現在簡短地敍述一下與這一範圍有關的基本工作。這裏首先應該提出一些俄國學者底名字。俄國工程師莫札依斯基(А. Ф. Можайский 1825—1890)關