

磁 泡

《磁泡》编写组 编著

科学出版社

1986

内 容 简 介

磁泡存储技术是六十年代后期发展起来的一种新型磁存储技术。由于它是固体化的磁存储器件，近年来已经在计算机、微处理机、自动控制、通讯设备等方面获得了应用。本书内容分七章，作者根据本人工作实践的经验，从磁泡物理、磁泡材料及其测试，一直到磁泡存储器的制备工艺、磁泡器件的测试及各种应用实例等都作了比较具体的介绍。各章的末尾还附有参考文献。

本书可供高等院校磁学、固体电子学、电子计算机、磁性材料和器件等专业的学生、教师及有关的科学工作者参考。

磁 泡

《磁泡》编写组 编著

责任编辑 方升文

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1986 年 7 月第 一 版 开本：787×1092 1/32

1986 年 7 月第一次印刷 印张：11 1/2

印数：0001—3,000 字数：260,000

统一书号：13031·3220

本社书号：4187·13—3

定 价：2.70 元

目 录

第一章 磁泡物理	刘英烈 韩宝善 (1)
§ 1.1 磁泡和形成磁泡的条件.....	1
§ 1.2 磁泡的静态特性.....	4
§ 1.3 磁泡的畴壁结构.....	17
1.3.1 Bloch 畴壁	18
1.3.2 Bloch 线 (BL)	21
1.3.3 磁泡的状态	27
1.3.4 硬泡	31
1.3.5 薄膜中的畴壁结构	33
§ 1.4 磁泡的动态特性.....	36
1.4.1 畴壁运动基础方程式	36
1.4.2 一维平面畴壁的运动	39
1.4.3 含有垂直 BL 的平面畴壁的运动	46
1.4.4 磁泡的运动	49
第二章 磁泡材料	于志弘 (53)
§ 2.1 磁泡材料的磁特性及其发展概况.....	53
2.1.1 磁泡材料的基本参数	53
2.1.2 磁泡材料的温度特性	59
2.1.3 磁泡材料的发展概况	61
§ 2.2 石榴石磁泡材料.....	64
2.2.1 石榴石磁泡材料的晶体特性	65
2.2.2 磁泡石榴石晶体的磁性	69
2.2.3 磁泡石榴石材料的动态特性	82
§ 2.3 磁泡石榴石薄膜的液相外延 (LPE)	85

2.3.1	化学组分和相关系	86
2.3.2	液相外延工艺	91
2.3.3	影响外延膜性能的因素及其控制方法	96
2.3.4	液相外延工艺的晶体生长动力学过程	101
第三章 磁泡外延膜的测量	李靖元 (108)	
§ 3.1	磁泡外延膜厚度 h 的测量	108
§ 3.2	饱和磁化强度 $4\pi M$ 和特征长度 l 的测量	112
§ 3.3	转矩法测量各向异性常数	120
§ 3.4	畴壁迁移率 μ_w 、矫顽力 H_c 和旋转数 S 的测量	124
§ 3.5	用条畴振动法测量畴壁运动矫顽力 H_c	129
§ 3.6	高速照相	132
§ 3.7	磁泡外延膜的铁磁共振测量	134
§ 3.8	磁泡外延膜的法拉第旋转角和磁滞迴线的测量	139
§ 3.9	缺陷的检测	142
§ 3.10	晶格错配的测量	144
第四章 坡莫合金器件	胡德康 (148)	
§ 4.1	传输	149
4.1.1	$T-I$ 棒传输模型	151
4.1.2	$T-I$ 棒传输工作域	157
4.1.3	C 棒传输工作域	163
§ 4.2	其他功能元件	172
4.2.1	发生和缩灭	172
4.2.2	转移与复制	176
4.2.3	检测	181
§ 4.3	几种坡莫合金器件芯片结构	191
第五章 充磁壁及其他磁泡存储器件	林后植 胡德康 (203)	
§ 5.1	充磁壁器件	204

5.1.1 传输	204
5.1.2 发生器	214
5.1.3 转移	219
5.1.4 检测	225
5.1.5 离子注入器件芯片结构	228
§ 5.2 电流存取器件	233
5.2.1 传输	234
5.2.2 磁泡的发生	237
5.2.3 转移	237
5.2.4 检测	238
5.2.5 电流存取器件芯片结构	239
§ 5.3 磁泡点阵器件	239
5.3.1 点阵传输	240
5.3.2 点阵器件的其他功能	241
第六章 磁泡器件制造工艺	杜荣浚 (246)
§ 6.1 制作掩模	246
6.1.1 光学图形发生器	246
6.1.2 电子束	248
§ 6.2 芯片制造	252
§ 6.3 各种工艺方法	255
6.3.1 硬泡抑制方法	255
6.3.2 平面工艺	260
6.3.3 非平面结构	264
6.3.4 各种薄膜的沉积	264
6.3.5 曝光	270
6.3.6 CD 器件工艺	272
§ 6.4 芯片封装	272
6.4.1 存储装置	272
6.4.2 存储组件	274
6.4.3 组件尺寸的限制	276

6.4.4	数据的完整性	278
6.4.5	组件环境试验	279
第七章 磁泡技术的应用	杨腾祥 林后植 (282)	
§ 7.1	磁泡技术在存储技术中的地位	282
7.1.1	磁泡存储器的特性	282
7.1.2	磁泡存储器在竞争中的地位	286
§ 7.2	磁泡存储器在计算机中的应用	295
7.2.1	磁泡在微处理机和终端机中的应用	297
7.2.2	磁泡在微型机和小型机中的应用	310
7.2.3	磁泡存储器用于相关存储	313
7.2.4	密码, 编校和分类	318
7.2.5	磁泡用于汉字存储	322
§ 7.3	磁泡在空间技术和军事上的应用	332
7.3.1	磁泡用作宇宙飞行器记录器	332
7.3.2	磁泡在军事上的应用	342
§ 7.4	磁泡在电话系统中的应用	344
7.4.1	数字化的话音存储	344
7.4.2	常用电话号码实现自动拨号	347
§ 7.5	磁泡的其他应用	351
7.5.1	磁泡的逻辑应用	351
7.5.2	磁泡应用于图象处理	354

第一章 磁泡物理

刘英烈 韩宝善

§ 1.1 磁泡和形成磁泡的条件

磁泡是近十几年来在磁学领域中发展起来的一个新概念。了解这一新概念是很重要的，因为在未来的存储技术中磁泡技术将占有重要的位置。在这一节，首先说明一下什么是磁泡和形成磁泡需要一些什么条件。

在一般情况下，一个铁磁体总要分成很多小区域，在同一个小区域中磁化矢量方向是相同的，我们称这样的小区域为磁畴。相邻两个磁畴的磁化矢量方向总是不同的。一个铁磁体中各磁畴的磁化矢量方向由系统的能量取最小值的条件来决定。1932年，Bloch 又建立了畴壁的概念。他指出在两个磁畴的分界面处，磁化矢量方向的变化不是突然由一个磁畴的方向变到另一个磁畴的方向，而是在一个很小的范围内逐渐地变化过去的。磁畴和磁畴之间的这样一个过渡区域我们称为畴壁。用显微镜可直接看到磁畴的形状和畴壁的存在。

磁泡实际上就是在磁性薄膜中形成的一种圆柱状的磁畴。下面较详细地来说明这一点。利用液相外延的方法在 [111] 方向生长的磁性石榴石单晶薄膜具有单轴磁晶各向异性，其易磁化轴垂直于膜面。这种单晶膜很薄仅有几微米厚，对可见光是透明的，利用透射偏光显微镜可以很清晰地观察

到薄膜中的磁畴图形。在未加外磁场时薄膜中的磁畴呈迷宫状，由一些明暗相间的条状畴构成，两者的面积大体相等，如图 1.1(a) 所示。明畴中的磁化方向是垂直于膜面向下的，而暗畴中的磁化方向是垂直于膜面向上的。如果在垂直于膜面向下的方向加一外磁场 H_B ，则外磁场 H_B 会引起薄膜中磁畴图形的变化。在磁泡技术中这一外磁场 H_B 称为偏磁场，通常简称偏场。随着偏磁场 H_B 的增大，明畴的面积逐渐增大，暗畴的面积逐渐减小，其中部分暗畴变成一段一段的“段畴”[见图 1.1(b)]。有时为了形成更多的段畴，需加脉冲磁场对条状畴进行“切割”。当偏磁场增加到某一值时，段畴缩成圆形的磁

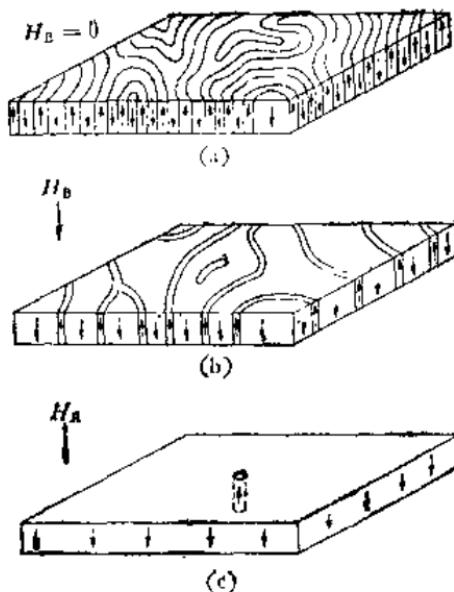


图 1.1 磁泡的形成

畴[见图 1.1(c)]。这些圆形的磁畴看起来很象是一些泡泡，所以被称为磁泡 (magnetic bubble)。从垂直于膜面的方向来看磁泡是圆形的，但实际上磁泡是圆柱形的，在磁泡区域中磁化

方向和 H_B 的方向相反。如再增加 H_B ，则磁泡的直径将随 H_B 的增大而减小。 H_B 增加到某一数值时，磁泡会突然消失。这时整个膜都在一个方向磁化，在偏光显微镜中观察不到任何磁畴的边界。

在形成磁泡以后如果保持 H_B 不变，则磁泡是很稳定的，即已经形成的磁泡不会自发地消灭，没有磁泡的区域也不会自发地形成新的磁泡。在磁性薄膜的某一位置上“有磁泡”和“没有磁泡”是两个稳定的物理状态，可以用来存储二进制的数字信息。用磁泡来存储信息的技术称为磁泡技术。在目前的磁泡技术中使用的磁泡的直径是 $1\text{--}3\mu\text{m}$ 。为了提高存储密度将来要使用亚微米磁泡。

磁泡材料种类很多，但不是任何一种磁性材料都能形成磁泡。磁泡只能在自发磁化垂直于膜面的材料中形成。

一个磁性薄膜，如果略去它的边缘效应，垂直于膜面方向的退磁场系数是 4π 。当整个磁膜在垂直于膜面方向饱和磁化的时候（其饱和磁化强度为 M ），膜面生成的磁荷在薄膜中形成一很强的退磁场 $4\pi M$ 。所以要使自发磁化垂直于膜面必须在垂直于膜面方向有一个比退磁场更强的单轴各向异性场 H_K ，即要求

$$H_K \geqslant 4\pi M. \quad (1.1)$$

因为 $H_K = \frac{2K_s}{M}$ ，其中 K_s 是单轴各向异性常数，所以式(1.1)

也可以表示为

$$\frac{K_s}{2\pi M^2} \geqslant 1, \quad (1.2)$$

式(1.2)是自发磁化垂直于膜面的条件，也是磁泡材料的必要条件。

$\frac{K_s}{2\pi M^2}$ 是磁泡材料的一个重要参数，常用 Ω 来表示：

$$Q = \frac{K_s}{2\pi M^2}. \quad (1.3)$$

Q 称为品质因数 (quality factor)。显然 Q 值越大磁泡越稳定，但另一方面， Q 值越大磁泡在单位驱动场下的速度也越慢，动态特性变坏。所以磁泡材料的 Q 值一方面必须满足条件 (1.2)，另一方面又不能太大，目前用于磁泡器件的材料其 Q 值范围是 2—8。

§ 1.2 磁泡的静态特性

当一磁性薄膜满足形成磁泡的必要条件 (1.2) 时，加一适当的偏磁场就可形成磁泡。需要进一步搞清楚的问题是薄膜的磁性参数、膜厚、偏磁场 H_B 的大小和磁泡直径之间有什么关系，在设计磁泡器件的时候应如何选择这些参数。显然，这些问题是最基本的问题。在磁泡技术发展的初期，美国贝尔实验室的 Thiele 对上述问题进行了严格的处理，确立了磁泡静态特性的理论基础^[1.1-1.3]。这一节以 Thiele 的论文为中心介绍磁泡静态特性的理论。

假设有一无限大的磁性薄膜（这相当于膜的线度较磁泡的直径大得多，可以略去薄膜的边缘效应），薄膜的厚度 h 是均匀的，膜中的磁化方向垂直于膜面，薄膜中只有一个孤立的磁畴，磁畴平行于膜面的断面接近于圆形且在上下两膜面间任何位置的断面形状都相同。另外假设畴壁能的面密度 σ_w 是一与畴壁的方向和曲率无关的常数，畴壁厚度为零。这些假设很接近实际情况，因此由这些假设出发得到的理论结果也与实际情况符合得相当好。

根据上述假设，此孤立磁畴的断面形状在柱坐标系中可表示为

$$r_b(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} r_n \cos n(\theta - \theta_n), \quad (1.4)$$

其中 r_0 表示圆形磁畴的半径, r_n 表示偏离圆形的任意微小形变的傅里叶展开的 n 次谐波振幅, θ_n 表示 n 次谐波的相位。 $n = 1$ 的项表示类似于平行移动的形变, $n = 2$ 的项表示椭圆形变, $n = 3$ 的项表示三角形的形变, $n = 4$ 的项表示正方形的形变……等等。

偏磁场 \mathbf{H} (为简单起见, 下面略去下标 B) 在 z 轴的正方向, 磁畴里边的磁化方向与 \mathbf{H} 相反, 磁畴外边的磁化方向与 \mathbf{H} 相同。系统的总能量可表示为三项能量之和, 即

$$E_T = E_W + E_H + E_M, \quad (1.5)$$

其中 E_W 是畴壁能, E_H 是与外磁场的相互作用能, E_M 是薄膜表面生成的磁荷间的相互作用能, 即退磁场能。 E_W 和 E_H 这两项能量形成一个使磁畴缩小的力, 而 E_M 这项能量形成一个使磁畴增大的力。下面写出 E_W , E_H 和 E_M 的具体表达式。畴壁能 E_W 等于畴壁能面密度 σ_W 和畴壁面积 S 的乘积:

$$E_W = \int_S \sigma_W ds = h \sigma_W \int_0^{2\pi} \left\{ r_b^2(\theta) + \left[\frac{\partial r_b(\theta)}{\partial \theta} \right]^2 \right\}^{1/2} d\theta, \quad (1.6)$$

与外磁场的相互作用能 E_H 可表达为

$$\begin{aligned} E_H &= - \int_V \mathbf{M} \cdot \mathbf{H} dV \\ &= - \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \mathbf{M} \cdot \mathbf{H} r dr d\theta dz, \end{aligned} \quad (1.7)$$

退磁场能 E_M 可表示为

$$\begin{aligned} E_M &= \frac{1}{2} \int_V \int_{V'} \frac{\nabla \mathbf{M} \cdot \nabla \mathbf{M}'}{|r - r'|} dV' dV \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{(\partial M / \partial z)(\partial M' / \partial z)}{S} \end{aligned}$$

$$\times rr'drd\theta dzdr'd\theta'dz, \quad (1.8)$$

其中 $S^2 = r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\theta - \theta') + (z - z')^2$.

由式(1.6),(1.7)和(1.8)可得到系统总能量 E_T 的表达式. 如果根据 E_T 的表达式讨论当 $r_b(\theta)$ 是一个什么样的函数时 E_T 最小, 这是一个十分复杂的变分问题. 但是因为实验已证明稳定存在的磁畴是圆形的, 所以理论上可采用一个简单的方法来处理, 即只分析半径为 r_0 的圆形磁畴发生了式(1.4)表示的微小形变后系统总能量的变化, 从而得到圆形磁畴稳定存在的条件. 这样从数学上来看, 这就变成一个多元函数求极小值的问题了.

首先求出总能量 E_T 的微分 ΔE_T , ΔE_T 可表示为

$$\begin{aligned} \Delta E_T = & \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\frac{\partial E_T}{\partial r_n} \right)_{r_0} \Delta r_n + \left(\frac{\partial E_T}{\partial \theta_n} \right)_{r_0} \Delta \theta_n \right] \\ & + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left[\left(\frac{\partial^2 E_T}{\partial r_n \partial r_m} \right)_{r_0} \Delta r_n \Delta r_m \right. \\ & + 2 \left(\frac{\partial^2 E_T}{\partial r_n \partial \theta_m} \right)_{r_0} \Delta r_n \Delta \theta_m \\ & \left. + \left(\frac{\partial^2 E_T}{\partial \theta_n \partial \theta_m} \right)_{r_0} \Delta \theta_n \Delta \theta_m \right] + O_3. \end{aligned} \quad (1.9)$$

式(1.9)中括号的下标“ r_0 ”表示在半径为 r_0 的圆处取偏导数. O_3 表示 Δr_n 和 $\Delta \theta_m$ 组合三次以上的微小量.

下面将 E_T 的表达式代入(1.9), 具体计算式(1.9)中每一个偏导数. 因 E_T 由 E_w , E_H 和 E_M 三项组成, 故可分别求 E_w , E_H , E_M 的相应偏导数, 然后再相加. 计算的过程很繁, 这里从略, 只给出结果, 有兴趣的读者可参看前述文献. 对 E_w 计算的结果是

$$\left(\frac{\partial E_w}{\partial r_0}\right)_{r_0} = 2\pi h \sigma_w, \quad (1.10)$$

$$\left(\frac{\partial^2 E_w}{\partial r_n^2}\right)_{r_0} = \pi h \sigma_w n^2 / r_0, \quad (1.11)$$

其余的偏导数全为零。对 E_H 计算的结果是

$$\left(\frac{\partial E_H}{\partial r_0}\right)_{r_0} = 4\pi r_0 h M H, \quad (1.12)$$

$$\left(\frac{\partial^2 E_H}{\partial r_n^2}\right)_{r_0} = 4\pi h M H, \quad (1.13)$$

$$\left(\frac{\partial^2 E_H}{\partial r_n^2}\right)_{r_0} = 2\pi h M H \ (n \geq 1), \quad (1.14)$$

其余的偏导数全为零。对 E_M 的计算结果是

$$\left(\frac{\partial E_M}{\partial r_0}\right)_{r_0} = -(2\pi h^2)(4\pi M^2) F\left(\frac{2r_0}{h}\right), \quad (1.15)$$

$$\left(\frac{\partial^2 E_M}{\partial r_n^2}\right)_{r_0} = -(4\pi h)(4\pi M^2) \frac{\partial F(2r_0/h)}{\partial(2r_0/h)}, \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 E_M}{\partial r_n^2}\right)_{r_0} &= -(2\pi h)(4\pi M^2) \frac{\partial F(2r_0/h)}{\partial(2r_0/h)} \\ &\quad + 4\pi M^2 h \left(\frac{2r_0}{h}\right) \left\{ L_n \left[\left(\frac{h}{2r_0}\right)^2 \right] - L_n(0) \right\}, \\ &\quad (n \geq 1) \end{aligned} \quad (1.17)$$

其余偏导数全为零。在式(1.15),(1.16),(1.17)中

$$\begin{aligned} L_n(x) &= \int_0^\infty \left[x + \frac{1}{2} (1 - \cos \xi) \right]^{-1/2} \\ &\quad \times (1 - \cos n\xi) d\xi, \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned} F\left(\frac{2r_0}{h}\right) &= \frac{2}{\pi} \left(\frac{2r_0}{h}\right)^2 \left\{ \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{h}{2r_0}\right)^2 + \sin^2 \varphi \right]^{1/2} \right. \\ &\quad \times d\varphi - 1 \left. \right\}, \end{aligned} \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(2r_0/h)}{\partial(2r_0/h)} &= \frac{h}{2r_0} \left\{ 2F\left(\frac{2r_0}{h}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[\left(\frac{h}{2r_0}\right)^2 + \sin^2 \varphi \right]^{-1/2} d\varphi \right\}. \end{aligned} \quad (1.20)$$

由式(1.15)可以看出 $F\left(\frac{2r_0}{h}\right)$ 和退磁场能形成的作用于畴壁上的力 $-\left(\frac{\partial E_M}{\partial r_0}\right)_{r_0}$ 成正比, $F\left(\frac{2r_0}{h}\right)$ 称为力函数. 图 1.2 给出 $F\left(\frac{2r_0}{h}\right)$ 的函数曲线. 因 $F\left(\frac{2r_0}{h}\right)$ 恒大于零, 故 $-\left(\frac{\partial E_M}{\partial r_0}\right)_{r_0}$ 是一个使磁畴半径增大的力.

利用式(1.10—1.17)可写出系统总能量 E_T 的微分 ΔE_T :

$$\begin{aligned} \Delta E_T = & \left[2\pi h \sigma_W + 4\pi r_0 h M H - (2\pi h^2)(4\pi M^2) \right. \\ & \times F\left(\frac{2r_0}{h}\right) \Big] \Delta r_0 \\ & + \frac{1}{2} \left[4\pi h M H - (4\pi h)(4\pi M^2) \right. \\ & \times \left. \frac{\partial F(2r_0/h)}{\partial(2r_0/h)} \right] (\Delta r_0)^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \pi h \sigma_W n^2 / r_0 + 2\pi h M H \right. \\ & - (2\pi h)(4\pi M^2) \frac{\partial F(2r_0/h)}{\partial(2r_0/h)} \\ & + h(4\pi M^2) \frac{2r_0}{h} \left[L_n \left[\left(\frac{h}{2r_0}\right)^2 \right] - L_n(0) \right] \Big\} \\ & \times (\Delta r_n)^2 + O_3. \end{aligned} \quad (1.21)$$

为了分析方便, 式(1.21)需要进一步整理. 为此引入稳定函数 $S_0\left(\frac{d}{h}\right)$, $S_n\left(\frac{d}{h}\right)$:

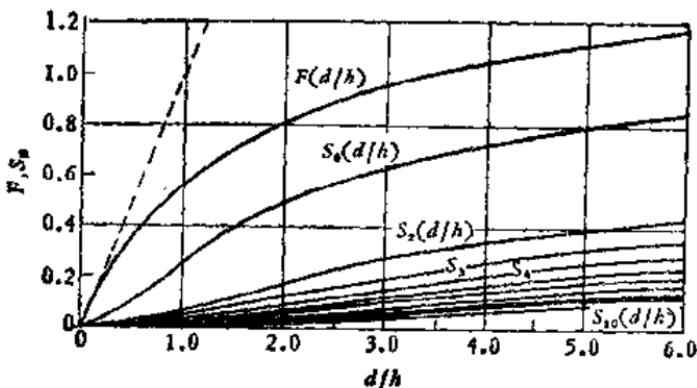


图 1.2 力函数 F 和稳定函数 S_n

$$S_0\left(\frac{d}{h}\right) = F\left(\frac{d}{h}\right) - \frac{d}{h} \frac{\partial F(d/h)}{\partial(d/h)}, \quad (1.22)$$

$$S_n\left(\frac{d}{h}\right) = \frac{-1}{n^2 - 1} \left\{ S_0\left(\frac{d}{h}\right) + \frac{1}{2\pi} \left(\frac{d^2}{h^2} \right) \times \left[L_n\left(\frac{h^2}{d^2}\right) - L_n(0) \right] \right\}, \quad (1.23)$$

其中 $d = 2r_0$ 是圆形磁畴的直径。图 1.2 给出了 S_0 , S_n 的函数图形。其次再定义一个重要的物理量 l :

$$l \equiv \frac{\sigma_w}{4\pi M^2}. \quad (1.24)$$

l 具有长度量纲, 称为特征长度。利用式(1.22)–(1.24), 并将式(1.21)两端除以 $(2\pi h^3 4\pi M^2)$, 则 E_r 的一阶微分(式(1.21)右端第一项)变为

$$\left[\frac{l}{h} + \frac{d}{h} \left(\frac{H}{4\pi M} \right) - F\left(\frac{d}{h}\right) \right] \left(\frac{\Delta r_0}{h} \right). \quad (1.25)$$

圆形磁畴(即磁泡)稳定存在的必要条件是一阶微分等于零, 即

$$\frac{l}{h} + \frac{d}{h} \left(\frac{H}{4\pi M} \right) = F\left(\frac{d}{h}\right). \quad (1.26)$$

方程(1.26)称为力方程, 利用该方程可进一步将式(1.21)简

化, 最后得到

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E_T}{2(4\pi M^2)(\pi h^3)} = & \left[\frac{l}{h} + \frac{d}{h} \left(\frac{H}{4\pi M} \right) - F \left(\frac{d}{h} \right) \right] \frac{\Delta r_0}{h} \\ & + \frac{1}{2} \left\{ -2 \left(\frac{h}{d} \right) \left[\frac{l}{h} - S_0 \left(\frac{d}{h} \right) \right] \left(\frac{\Delta r_0}{h} \right)^2 \right. \\ & + \sum_{n=2}^{\infty} (n^2 - 1) \left(\frac{h}{d} \right) \left[\frac{l}{h} - S_n \left(\frac{d}{h} \right) \right] \\ & \times \left. \left(\frac{\Delta r_n}{h} \right)^2 \right\} + O_3. \end{aligned} \quad (1.27)$$

这里 $\sum_{n=1}^{\infty}$ 变为 $\sum_{n=2}^{\infty}$ 是因为如前所述 $n = 1$ 表示一种近似于平行移动的形变, 它不引起能量的变化.

由 E_T 的一阶微分等于零, 我们已得到了磁泡稳定存在的必要条件(1.26), 但仅仅是必要条件, 满足条件(1.26)的磁泡不一定稳定存在. 为了讨论磁泡的稳定性还必须分析式(1.27)中 E_T 的二阶微分. 总能量 E_T 在圆形畴(半径为 r_0)时取极小值的充分条件(即半径为 r_0 的磁泡稳定存在的充分条件)是 E_T 在该处的二阶微分恒为正. 由式(1.27)可看出二阶微分恒为正要求下列不等式成立:

$$\frac{l}{h} < S_0 \left(\frac{d}{h} \right), \quad (1.28)$$

$$\frac{l}{h} > S_n \left(\frac{d}{h} \right), \quad (n = 2, 3, 4, \dots) \quad (1.29)$$

但由图 1.2 知

$$S_0 > S_1 > S_2 > \dots > S_{n-1} > S_n > \dots, \quad (1.30)$$

所以只要

$$\frac{l}{h} > S_2 \left(\frac{d}{h} \right) \quad (1.31)$$

成立， $\frac{l}{h} > S_3\left(\frac{d}{h}\right)$, $\frac{l}{h} > S_4\left(\frac{d}{h}\right)$ ……等不等式就都成立。

总结上述分析，磁泡稳定存在的充分必要条件是下列三条：

$$\frac{l}{h} + \frac{d}{h} \left(\frac{H}{4\pi M} \right) = F\left(\frac{d}{h}\right), \quad (1.32)$$

$$\frac{l}{h} < S_0\left(\frac{d}{h}\right), \quad (1.33)$$

$$\frac{l}{h} > S_2\left(\frac{d}{h}\right). \quad (1.34)$$

在式(1.32), (1.33), (1.34) 中的 $F\left(\frac{d}{h}\right)$, $S_0\left(\frac{d}{h}\right)$, $S_2\left(\frac{d}{h}\right)$ 都是含有椭圆积分的很复杂的函数，故很难得到满足以上三个方程的解析解。

下面介绍一种图解法。如给定 H 和 l/h 值，用图解法可求出满足(1.32),(1.33),(1.34)三条件的 d/h 。这就是说，当选定了具有确定磁性参数的薄膜，并选定薄膜的厚度 h ，对应一给定的偏磁场 H 可由图解法求出稳定存在的磁泡直径 d 。

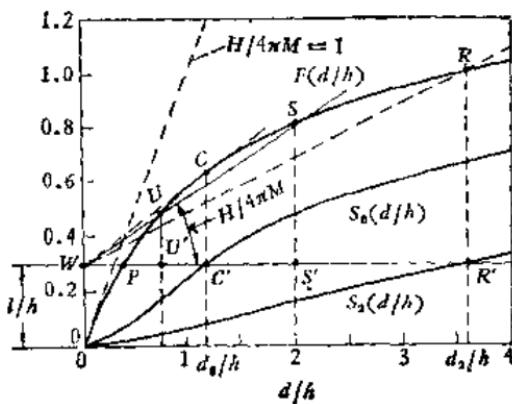


图 1.3 用图解法求磁泡稳定解