

数字空间中的 数学形态学

——理论及应用

龚 炜 石青云 程民德 著

科学出版社

135865

数字空间中的数学形态学 ——理论及应用

龚 炜 石青云 程民德 著



科学出版社

1997

内 容 简 介

本书论述数字空间中数学形态学的理论、方法和应用。主要内容包括数字空间中数学形态学的几何理论、畸变性质、结构元素(函数)分解理论与算法、CB形态学等方面,以及它们对图象处理和分析的应用。本书可供图象处理、模式识别和计算机视觉领域的研究人员参考,也可作为高等学校理工科研究生教材。

DY68/18

数字空间中的数学形态学 ——理论及应用

龚 炜 石青云 程民德 著

责任编辑 刘嘉善

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1997年1月第一版 开本:850×1168 1/32

1997年1月第一次印刷 印张:15

印数:0 001—1 500 字数:394 000

ISBN 7-03-005403-2/O·862

定价:32.00元

前 言

数学形态学 (Mathematical Morphology) 是 Matheron 和 Serra 从 60 年代开始研究的。而到 1982 年 Serra 的专著《图象分析与数学形态学》问世后, 它才在图象处理、模式识别和计算机视觉等领域引起了广泛的重视与运用, 这些应用反过来又促进了它的进一步发展。80 年代中期以来, 在上述诸领域的国际大型会议上或把数学形态学列为专题进行学术交流和讨论, 或组织专门会议开展研讨, 例如国际光学工程学会 (SPIE) 在近几年的年会中就举办了数学形态学方法的专门会议。同样, 有关的国际刊物和会议文集在这时期都刊登了大量数学形态学方面的研究成果, 还有一些著名的国际刊物出版了这方面的专辑, 如在 1989 年国际《信号处理杂志》(Journal of Signal Processing) 就出版了数学形态学方法的专集。目前国内外许多有效的图象处理系统有的是基于数学形态学方法原理设计的, 有的则把形态学算法纳入其基本软件, 并以其运算速度作为系统性能的重要标志之一。数学形态学作为一种有效的图象处理的非线性方法和理论, 已经显示出极为广阔的应用前景。

本书是以实际应用为背景, 专门讨论数字空间中的形态学方法和理论。书中内容主要是根据作者们近年来的研究成果整理而成, 其中相当多的一部分内容还是第一次发表。我们所以要在数字空间中来讨论, 不仅因为数字空间是形态学方法应用的载体, 更主要的是由于我们在实际研究中发现形态学方法的几何、拓扑性质在数字空间与在连续空间有很大的不同, 呈现出一些畸变现象, 而这是我们在图象处理、模式识别和计算机视觉的研究中必须关注的问题。我们的目的是要使数字空间的处理在几何性质上尽可能与连续空间的情形相符合, 使形态学方法得到更有效的应用。本

书以形态学在数字空间中的几何性质为主题，旨在建立形态学方法的几何理论，从而探讨其应用与计算机实现。而这部分内容正好是目前形态学理论和方法中缺少的方面，填补这一方面，完善其理论，从而为实际应用提供灵活可靠的形态学方法，这是本书不同于现有形态学著作的一个特点，也是本书的主要目的。

本书虽是数学形态学方面的一本专著，而且许多内容还具有原始性，但在写作整理过程中，考虑到本书的自足性，不要求读者已具备数学形态学方面的基础，但为要理解本书的应用背景和基本术语，则需具备图象处理和模式识别方面的一些基础知识。本书可供理、工科大学信息科学院、系研究生选课教材之用，尤其适合于在图象处理、模式识别和计算机视觉等领域攻读的研究生。对于在以上这些领域工作的研究人员和教师，本书不失为一本有益的参考读物，即使有选择地参阅本书的一些章节，完全可能发现对他们有用的东西。

本书虽以形态学的几何理论为主题，但也有一定篇幅介绍形态学理论的其它方面，以期能提供形态学方法的全貌。在写作上大致以理论、方法、应用的顺序来组织，但有些紧密联系的内容适宜于把理论、方法和应用一气呵成，因此本书中理论、方法和应用常常会交叉地阐述，以体现它们之间自然的紧密联系，我们相信这对于读者是有益的。但总的说来，本书的写作、整理和校阅工作都是比较匆忙的，疏漏遗误之处在所难免，希望读者不吝赐教，以期再版时予以修正。

本书得以写作的前提是我们近年来在数学形态学方面开展的研究工作，这些研究工作曾得到国家自然科学基金的连续资助，本书的出版又被列为中国科学院科学出版基金和国家自然科学基金委员会优秀成果专著出版基金共同资助项目，我们对国家给予这些支持表示深深的谢意。

1996年4月

目 录

第一章 数学形态学的基本概念和基本性质	1
1. 1 二值图象的数学形态学	2
1. 1. 1 形态学腐蚀运算	2
1. 1. 2 形态学膨胀运算	5
1. 1. 3 腐蚀和膨胀的代数性质	6
1. 1. 4 形态学开运算和闭运算	8
1. 1. 5 开、闭运算的代数性质	10
1. 1. 6 Hit 或 Miss (HM) 变换	11
1. 2 形态学变换的连续(拓扑)性质	13
1. 2. 1 Hit 或 Miss (HM) 拓扑	13
1. 2. 2 Γ 中序列的收敛性	14
1. 2. 3 形态学运算的连续性	15
1. 2. 4 Hausdorff 距离度量	20
1. 3 连续空间中形态学运算的几何性质	22
1. 3. 1 凸集及它的形态学运算	23
1. 3. 2 凸包与形态学运算	26
1. 3. 3 凸支持函数与形态学运算	28
1. 3. 4 规范集合与形态学运算	29
1. 4 多值图象的数学形态学	30
1. 4. 1 阴影集合、表面函数及它们的代数性质	31
1. 4. 2 多值图象的腐蚀运算	39
1. 4. 3 多值图象的膨胀运算	42
1. 4. 4 多值形态学腐蚀、膨胀的基本性质	43
1. 4. 5 多值图象的形态学运算族	45
1. 4. 6 多值图象的形态学开、闭运算	47
1. 4. 7 多值形态学开、闭运算的性质	48
1. 4. 8 使用结构元素的多值图象形态学变换	50

1. 4. 9	图象的阈值集合及多值形态学运算的阈值分解	52
1. 4. 10	上半连续函数的形态学运算及其性质	55
1. 5	形态学表示定理及其应用	60
1. 5. 1	形态学表示定理	61
1. 5. 2	形态学表示定理的应用	64
第二章	数字空间中数学形态学的几何理论	72
2. 1	数字空间的基本概念和性质	72
2. 2	数字空间中形态学的特点	84
2. 3	数字空间形态学运算的基本几何性质	91
2. 4	数字空间形态学运算的拓扑畸变分析	99
2. 4. 1	连续空间闭凸多边形的交性质	101
2. 4. 2	数字凸集和的凸性定理	104
2. 4. 3	正方形网格空间中连通凸集和的凸性分析	109
2. 4. 4	六边形网格空间中连通凸集和的凸性分析	118
2. 5	数字空间中多值形态学的几何和畸变性质	121
2. 5. 1	多值形态学变换的定义域几何与畸变性质	122
2. 5. 2	多值形态学变换在函数值上的畸变	127
2. 6	在结构元素(函数)选择和畸变修正上的应用	130
第三章	数字空间中形态学结构元素的分解	138
3. 1	结构元素分解及其意义	138
3. 2	结构元素的一维及点对分解	151
3. 2. 1	结构元素的一维分解	152
3. 2. 2	结构元素的点对分解	156
3. 2. 3	结果的总结	162
3. 3	凸结构元素及它的分解特点	162
3. 3. 1	凸结构元素与形态学运算	163
3. 3. 2	凸结构元素的分解性质及特点	165
3. 4	凸结构元素的一维(点对)及准一维(准点对)分解	169
3. 5	逼近分解问题的提出	179
3. 6	相容性与凸结构元素的相容逼近	183
3. 7	一般情形下的逼近分解	188

3. 8	Q^2 空间四邻域构形中的逼近分解	195
3. 9	Q^2 空间八邻域构形中的逼近分解	205
3. 10	H^2 空间六邻域构形中的逼近分解	220
3. 10. 1	六和八边形结构元素的逼近分解	224
3. 10. 2	一般情形的六邻域构形中的逼近分解	232
3. 11	数字圆盘序列的逼近级数分解	241
3. 11. 1	Q^2 空间圆盘序列在 S^8 中的逼近级数分解	243
3. 11. 2	H^2 空间圆盘序列在 S^6 中的逼近级数分解	253
3. 12	多刻度结构元素序列的逼近级数分解	257
3. 12. 1	多刻度结构元素序列的级数分解	257
3. 12. 2	单结构元素的逼近分解	268
3. 13	几点补充说明	271
第四章 数字空间中多值形态学结构函数的分解		274
4. 1	基本定义和基本性质	274
4. 2	二维数字空间中结构函数分解的一般讨论	277
4. 3	具有矩形定义域的 Q^2 中结构函数的一维分解	280
4. 4	一维数字空间中结构函数的分解	292
4. 4. 1	基本概念和性质	293
4. 4. 2	D -凸函数的基本分解	298
4. 4. 3	D -凸函数的两点分解	301
4. 4. 4	D -凸函数的邻域分解	306
4. 4. 5	Q -凸函数的(逼近)分解	309
4. 4. 6	使用 Q -凸结构函数的整数值函数形态学变换的快速实现	317
4. 4. 7	非凸一维函数的混合型分解	320
4. 5	一类二维结构函数的混合型邻域分解	322
第五章 多刻度形态学运算及它的快速算法		339
5. 1	多刻度形态学运算的定义及其意义	339
5. 2	多刻度形态学运算应用举例	344
5. 2. 1	多刻度腐蚀运算与距离变换和骨架变换	345
5. 2. 2	多刻度开、闭运算与形态谱和图象滤波	354

5. 3	多刻度形态学运算的构造	357
5. 4	多刻度形态学运算的快速算法	362
第六章 二值形态学运算的串行算法		367
6. 1	预处理	369
6. 1. 1	结构元素的单调化	370
6. 1. 2	分解信息检索表	372
6. 2	算法描述	373
6. 3	算法的有效性分析	378
6. 3. 1	算法的适用范围	378
6. 3. 2	算法的局部数据窗口	382
6. 3. 3	算法复杂度分析及实验结果	383
6. 4	算法在局部并行环境中的应用	386
第七章 基于形态学的图象匹配和形状分析		389
7. 1	基于形态学的图象匹配	389
7. 1. 1	二值图象(集合)的形态学匹配度量	391
7. 1. 2	多值图象的形态学匹配度量	396
7. 2	形状特征对应的形态学分析	401
7. 2. 1	形状畸变模型 SH	404
7. 2. 2	SH 与实际畸变环境的一致性	406
7. 2. 3	畸变形状的特征对应性质的分析	412
第八章 CB 形态学与图象滤波		429
8. 1	二值图象的 CB 形态学变换	429
8. 2	多值图象的 CB 形态学变换	445
8. 3	CB 形态学变换的快速并行计算	451
8. 4	CB 形态学对保护细节图象滤波的应用	454
参考文献		464

第一章 数学形态学的基本概念和基本性质

读者一定对线性系统理论及以之为基础的傅里叶分析有深入的了解。事实上,在计算机图象处理从起步直至今天发展为一个生机勃勃的学科的过程中,线性系统理论一直都占据了一个核心的、基础的地位。由于线性方法的理论比较成熟,图象处理的理论在这一基础上构建是顺理成章的事。不过,实际的物理过程常常是非线性的,其线性近似在很多情况下无法刻画其主要性质。随着图象处理理论和应用的发展,线性系统的这一缺陷日渐显露出来并引起了人们的注意。于是,非线性处理技术应运而生,并且迅速成为与线性方法并行的主流方向。

数学形态学是一种非线性图象(信号)处理和分析理论,它具有一套完整的理论、方法及算法体系,其系统性和严密性不亚于传统的线性图象处理理论。这一特点的吸引人之处在于这样一个事实:以前的非线性图象处理技术一直未能建立系统的理论,从而其发展始终被制约在算法层次,步履唯艰。我们认为数学形态学的成功应归功于一个新的思路。它摒弃了传统的数值建模及分析的观点,从集合的角度来刻画和分析图象。事实证明这一新视点的选择开辟了一个新天地。

数学形态学的基于集合的观点是极其重要的。这意味着:①它的运算由集合运算(如并、交、补等)来定义;②所有的图象都必须以合理的方式转换为集合。这一基于集合的观点的一个自然的结果是:形态学算子的性能将主要以几何方式进行刻画。而传统的理论却以解析方式描述算子的性能。这种显式的几何描述特点似乎更适合视觉信息的处理和分析。因此,数学形态学与几何的直接关系是它的一个十分吸引人的优点。读者在随后的阅读中当可体会到这一点。

数学形态学理论的覆盖面十分广阔。特别地,传统图象处理中的线性算子和非线性算子均是形态学算子的特款!这个令人吃惊的结论说明数学形态学是一个图象处理的统一理论,是对传统理论的延拓。在这个统一的理论框架下,经典的方法得以在一个新的、统一的层次上进行分析,从而帮助我们不同的侧面更深入地了解经典算法的性质,并得以在更广泛的范围,以更灵活的方式对它们进行改进。

本章对数学形态学的基本原理作一简明的介绍。内容包括数学形态学运算的定义、代数性质及与之相关的拓扑和几何基础等。最后阐述一个重要的形态学表示定理。这些内容构成了数学形态学方法的核心理论和应用基础,是学习和使用形态学方法的必备知识。

1.1 二值图象的数学形态学^[1-4]

所谓二值图象是指那些灰度只取两个可能值的图象。这两个灰度值通常取为 0 和 1。习惯上认为取值为 1 的点对应于景物中的物体,而取值为 0 的点构成背景。这类图象的集合表示是直接的。考虑所有 1-值点的集合(即物体) X ,则 X 与图象是一一对应的。我们感兴趣的也恰恰是 X 集合的性质。

如何对集合 X 进行分析呢?数学形态学认为,所谓分析,即是对集合进行变换以突出所需要的信息。其采用的是主观“探针”与客观物体相互作用的方法。“探针”也是一个集合,它由我们依据分析的目的来决定。术语上,这个“探针”集合称为结构元素。剩下的问题就是如何用结构元素对物体集合进行变换。为此,形态学中定义了两个基本的变换,称为腐蚀和膨胀。

1.1.1 形态学腐蚀运算

以后,我们以 A^c 表示集合 A 的补集。用记号 $A[y]$ 表示一个集合 A 以向量 y 的平移, A^v 表示 A 关于坐标原点的反射。即

$$A[y] = \{a + y | a \in A\} \quad (1.1.1)$$

$$\overset{v}{A} = \{-a | a \in A\} \quad (1.1.2)$$

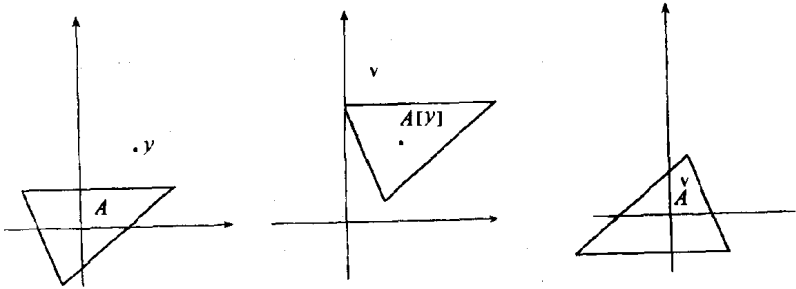


图 1.1.1 集合 A 及它的平移 $A[y]$ 和反射 $\overset{v}{A}$

图 1.1.1 给出了这两个操作的例子。

对一个给定的集合(即图象) X 和另一个集合(即结构元素) B , 想象一下将 B 在图象上移动。在每一个当前位置 x , $B[x]$ 只有三种可能状态(参见图 1.1.2)。① $B[x] \subseteq X$; ② $B[x] \subseteq X^c$; ③ $B[x] \cap X$ 与 $B[x] \cap X^c$ 均不空。第一种情形说明 $B[x]$

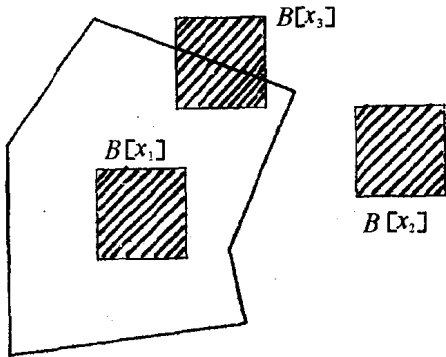


图 1.1.2 $B[x]$ 的三种可能状态

与 X 相关最大, 第二种情形说明 $B[x]$ 与 X 不相关, 而第三种情形中 $B[x]$ 与 X 只是部分相关。因而满足①的点 x 的全体构成结构元素与图象的最大相关点集。我们称这个点集为 B 对 X 的腐蚀(简称腐蚀), 记为 $X \ominus \overset{v}{B}$ 。形式上, 它的定义为

$$X \ominus \overset{v}{B} = \{x | B[x] \subseteq X\} \quad (1.1.3)$$

如果 B 包含了坐标原点 O , 那么 $X \ominus \overset{v}{B}$ 将是 X 的一个收缩, 即 $X \ominus \overset{v}{B} \subseteq X$ (参见图 1.1.3)。这就是“腐蚀”名称的由来。当然, 如果 B 不包含原点, 那么 $X \ominus \overset{v}{B} \subseteq X$ 未必成立(图 1.1.3)。用不同的结构元

素,我们得到不同的腐蚀结果,它们显示出图象信息的不同侧面。图 1.1.4 给出了两个例子。其中用圆盘结构元素时,腐蚀提取了图象的较粗部分,而用线段结构元素时,腐蚀则包含了图象的较细部分。

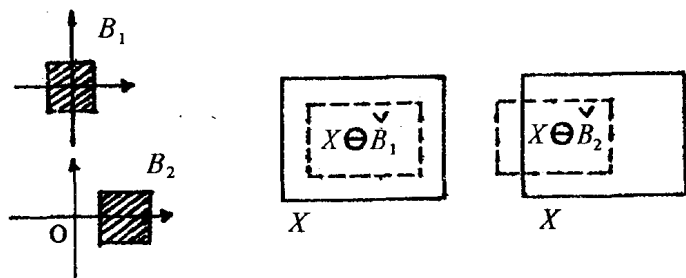


图 1.1.3 结构元素包含原点与否对腐蚀结果的影响

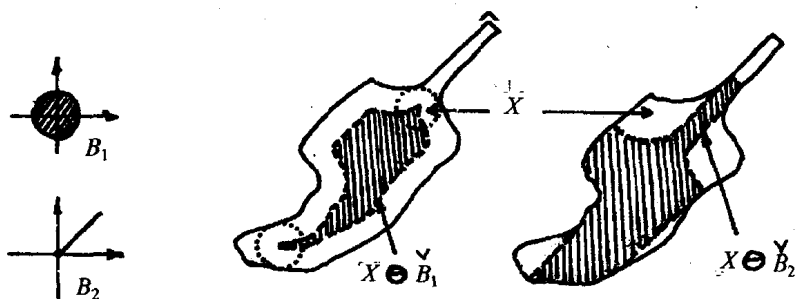


图 1.1.4 腐蚀变换图例

式(1.1.3)可直接用来设计腐蚀变换的算法。但有时,另一种表达式更为方便,即

$$X \ominus B = \bigcap_{b \in B} X[b] = \bigcap_{-b \in B} X[b] \quad (1.1.4)$$

这一式子不难从式(1.1.3)推出。它将腐蚀表示为图象平移的交,图 1.1.5 示出一例。这在某些并行处理环境非常有用。

值得一提的是记号 \ominus 传统上表示 Minkowski 差^[2]。它定义为

$$X \ominus B = \bigcap_{b \in B} X[b] \quad (1.1.5)$$

因此在(1.1.3)式中,我们必须用 $X \ominus B$ 来表示所需要的腐蚀。近

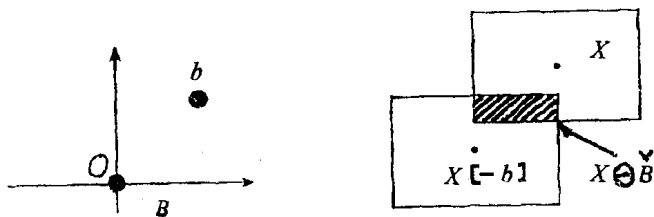


图 1.1.5 腐蚀表示为图象平移的交

年来,有的作者直接用 $X \ominus B$ 来表示(1.1.3)和(1.1.4)式右边的集合,此时 \ominus 的意义有了变化。本书采用尊重传统的做法。但请读者在阅读文献时注意这一差异。

1.1.2 形态学膨胀运算

腐蚀可以看作是将图象 X 中每一个与结构元素 B 全等的子集 $B[x]$ (并行地)收缩为点 x 。那么反过来,我们也可以将 X 中每一个点 x 扩大为 $B[x]$ 。这就是膨胀运算,记为 $X \oplus B$ 。它定义为

$$X \oplus B = \bigcup_{x \in X} B[x] \quad (1.1.6)$$

与之等价的定义形式为

$$X \oplus B = \bigcup_{b \in B} X[b] \quad (1.1.7)$$

$$X \oplus B = \{x | \bigvee_{b \in B} B[x] \cap X \neq \emptyset\} \quad (1.1.8)$$

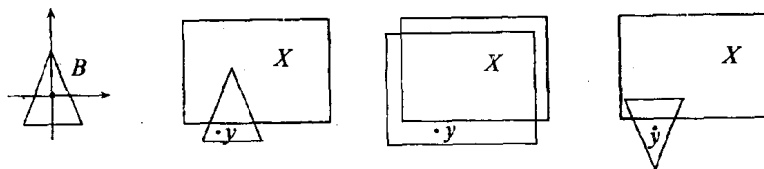


图 1.1.6 膨胀运算三种定义方式图解。图中 $y \in X \oplus B$

这三种定义的几何意义示于图 1.1.6。其中式(1.1.7)和(1.1.8)在算法设计中更为有用些,而式(1.1.6)则便于刻画其几何特性。图 1.1.7 示出了膨胀运算的例子。 \oplus 亦称为 Minkowski 和,它的原

始定义由式(1.1.7)给出。因此膨胀与 Minkowski 和实际上是同义词。此外,由(1.1.6)式容易推出膨胀运算的另一定义式。

$$X \oplus B = \{x + b | x \in X, b \in B\} \quad (1.1.9)$$

这一式子显式地给出了膨胀运算的点表示,在理论分析中具有重要的作用。

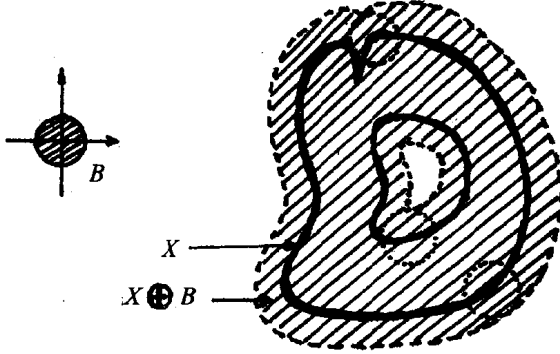


图 1.1.7 膨胀变换图例

1.1.3 腐蚀和膨胀的代数性质

下面给出腐蚀和膨胀运算的代数性质。它们的证明不在此叙述,读者可参阅文献^[2]。

(一)对偶性

$$(X^c \ominus B)^c = X \oplus B, (X^c \oplus B)^c = X \ominus B \quad (1.1.10)$$

腐蚀和膨胀运算的对偶性意味着腐蚀对应于补集的膨胀,反之亦然。这在理论和应用中都十分有用。此外,我们看到本质上形态学的基本变换只有一个!而整个数学形态学的体系均建立在这一个变换之上,这多少有点令人吃惊。

(二)单调性

$$X' \subseteq X \Rightarrow X' \ominus B \subseteq X \ominus B, X' \oplus B \subseteq X \oplus B \quad (1.1.11)$$

$$B' \subseteq B \Rightarrow X \ominus B' \supseteq X \ominus B, X \oplus B' \subseteq X \oplus B \quad (1.1.12)$$

(三)递减(增)性

$$O \in B \Rightarrow X \ominus B \subseteq X, X \subseteq X \oplus B \quad (1.1.13)$$

(四)交换律

$$A \oplus B = B \oplus A \quad (1.1.14)$$

注意腐蚀运算无交换性,即 $A \ominus B = B \ominus A$ 通常不成立。

(五)结合律

$$A \ominus (B \oplus C) = (A \ominus B) \ominus C \quad (1.1.15)$$

$$A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C \quad (1.1.16)$$

这两个公式十分重要。它们表明采用一个较大结构元素 $B \oplus C$ 的形态学运算可以由两个采用较小结构元素 B 和 C 的形态学运算的级联来实现。这在实用中对增进算法的效率意义极大。由此所提出的结构元素分解问题我们将在第三章中详细讨论。

(六)平移不变性

$$\begin{cases} X[h] \ominus B = (X \ominus B)[h] \\ X[h] \oplus B = (X \oplus B)[h] \end{cases} \quad (1.1.17)$$

$$\begin{cases} X \ominus B[h] = (X \ominus B)[h] \\ X \oplus B[h] = (X \oplus B)[h] \end{cases} \quad (1.1.18)$$

注意,我们常常使用 $X \ominus \overset{\vee}{B}$, 此时有

$$X \ominus B[\overset{\vee}{h}] = (X \ominus \overset{\vee}{B})[-h] \quad (1.1.19)$$

平移不变性意味着图象或结构元素的位置变化仅引起变换结果的位置变化,而结果集合的形态无任何改变。这在实际中是一个客观的要求,因为同一个物体可能出现在图象的不同位置,而对它们的分析不应因此而有所不同。

(七)与集合运算的关系

$$\begin{cases} X \ominus (B \cup C) = (X \ominus B) \cap (X \ominus C) \\ X \oplus (B \cup C) = (X \oplus B) \cup (X \oplus C) \end{cases} \quad (1.1.20)$$

$$\begin{cases} (X \cup Y) \ominus B \supseteq (X \ominus B) \cup (Y \ominus B) \\ (X \cup Y) \oplus B = (X \oplus B) \cup (Y \oplus B) \end{cases} \quad (1.1.21)$$

$$\begin{cases} (X \cap Y) \ominus B = (X \ominus B) \cap (Y \ominus B) \\ (X \cap Y) \oplus B \subseteq (X \oplus B) \cap (Y \oplus B) \end{cases} \quad (1.1.22)$$

我们看到腐蚀和膨胀运算对集合运算的分布律只能在特定情形才

成立, 在应用中必须小心。

1. 1. 4 形态学开运算和闭运算

在上述两个基本运算的基础上, 我们可以构造出形态学运算族, 它由上述两个运算的复合和集合操作(并、交、补等)所组合成的所有运算构成。其中两个最为重要的组合运算是形态学开和闭。对图象 X 及结构元素 B , 用 $X \circ B$ 表示 X 对 B 的开运算, 用 $X \cdot B$ 表示 X 对 B 的闭运算, 则它们定义为

$$X \circ B = (X \ominus \overset{\vee}{B}) \oplus B, X \cdot B = (X \oplus \overset{\vee}{B}) \ominus B \quad (1. 1. 23)$$

因此, $X \circ B$ 可视为对腐蚀图象 $X \ominus \overset{\vee}{B}$ 用膨胀来进行恢复。而 $X \cdot B$ 可看作对膨胀图象 $X \oplus \overset{\vee}{B}$ 用腐蚀来进行恢复。不过这一恢复不是信息无损的, 即它们通常不等于原始图象 X 。由(1. 1. 3)式, 我们可以推得

$$X \circ B = \bigcup_{B[x] \in X} B[x] \quad (1. 1. 24)$$

因而 $X \circ B$ 由所有 X 的与结构元素 B 全等的子集的并组成。或者说对 $X \circ B$ 中的每一个点 x , 我们均可找到某个包含在 X 中的结构元 B 的平移 $B[y]$, 使得 $x \in B[y]$, 即 X 在 x 的近旁具有不小于 B 的几何结构。而对于 X 中不能被 $X \circ B$ 恢复的点, 其近旁的几何结构总比 B 要小。这一几何描述说明 $X \circ B$ 是一个基于几何结构的滤波器。图 1. 1. 8 给出了两个开运算的例子。我们看到当使用圆盘结构元素时, 开运算对边界进行了平滑。在凸角点周围, 图象的几何构形无法容纳给定的圆盘, 从而凸角点周围的点被开运算删除。而当使用线段结构元素时, 沿线段方向宽度较大的部分方可被保留, 较小的凸部分将被剔除。因此 $X \circ B$ 及 $X - X \circ B$ 恰好形成了 X 的分割且分别包含了 X 的具有不同几何结构的部分。前者给出与结构元素相匹配的部分, 而后者给出不相匹配的部分。不同的结构元素的选择导致了不同的分割, 换句话说, 提取出不同的特征。