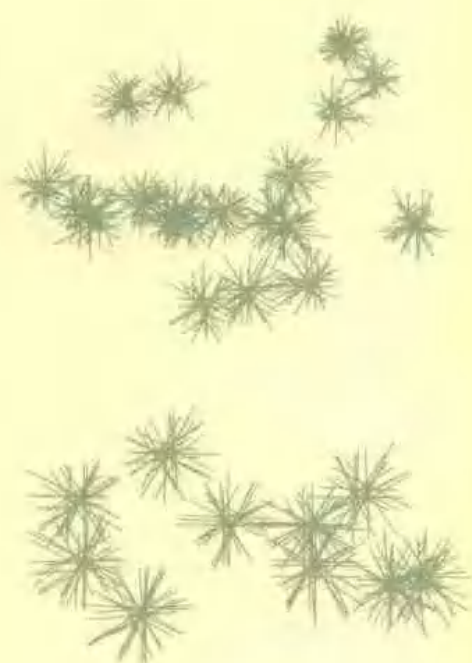


岩波講座 基礎工学 17

移動速度論 II

国井大蔵編



岩波書店

710!
d0.

岩波講座 基礎工学 17

移動速度論

II

蔵大井國

協同執筆

吉	田	邦	夫
鈴	木	基	之
平	木	一	郎
古	沢	健	彦



岩波講座 基礎工学 17 移動速度論 II (全 19 巻／第 10 回配本)

1968 年 12 月 21 日 第 1 刷発行 ©

東京都千代田区神田一ツ橋 2-3 株式会社 岩波書店／精興社印刷・松岳社製本

目 次

はじめに

第1章 分子運動と動的物性

1. 1 粘性係数	1
1. 2 熱伝導度	10
1. 3 拡散係数	18
1. 4 粘性係数, 熱伝導度および拡散係数間の関係	26
1. 5 連結現象	31

第2章 希薄気体における移動過程

2. 1 希薄気体の流れ	33
2. 2 希薄気体内の熱伝導	42
2. 3 希薄気体内の拡散	46

第3章 熱放射線によるエネルギーの移動

3. 1 固体表面からの熱放射	51
3. 2 固体面における熱放射線の吸収	57
3. 3 空間を隔てた熱エネルギーの移動速度	61
3. 4 熱線透過性物質における熱放射線の吸収と熱放射	65

第4章 移動過程の基礎方程式

4. 1 各移動過程と現象方程式	82
4. 2 不可逆過程の記述	86
4. 3 連続系の基礎方程式	89
4. 4 移動現象の推進力と輸送方程式☆	100
4. 5 移動速度式☆	104

第5章 層流における移動過程

5. 1 平板に沿う層流	113
--------------	-----

5. 2 円管内の層流	120
5. 3 円管内における非ニュートン流体	127

第6章 界面を通しての移動過程

6. 1 異相間の熱と物質の移動	131
6. 2 静止異相間移動過程	133
6. 3 円管内表面と乱流間の移動過程	147
6. 4 円管内乱流における運動量・熱および物質移動の相似	157
6. 5 平板に沿う流れ	162
6. 6 円管外表面と直角に流れる流体	170
6. 7 球のまわりの流体	174
6. 8 流体中に分散する液滴	176
6. 9 液体中を上昇する気泡	179

第7章 乱流場の移動過程

7. 1 渦と乱れ	184
7. 2 乱れの発生	189
7. 3 乱流における運動量・熱・物質の移動	191
7. 4 混合距離理論	195
7. 5 統計的取扱	200
7. 6 等方性乱流	202
7. 7 乱れのスペクトル	205
7. 8 乱子	207
7. 9 局所等方性とコルモゴロフの仮定	208
7.10 乱流中の拡散	210

第8章 混合過程

8. 1 循環流と混合操作	215
8. 2 流れの滞留特性	220
8. 3 拡散モデルと混合拡散係数	222
8. 4 内装物のある容器内流れ	228
8. 5 流れのシミュレーション	230
8. 6 混合の不均質性	232

第9章 複合移動過程

9. 1 複合熱移動過程	238
9. 2 複合物質移動過程	241
9. 3 熱と物質の複合移動過程	245
9. 4 気-液系における物質移動と化学反応の複合過程	247
9. 5 気-固系における物質移動と化学反応の複合過程	252
9. 6 熱移動・物質移動および化学反応の複合過程	260
さらに勉強するために	263
使用記号	267

第6章

界面を通しての移動過程

第5章においては第4章で示された移動過程の基礎方程式に基づき、層流における運動量・熱および物質の移動現象を相似的なものとして説明した。しかしわれわれが取り扱う実際の現象はそうに簡単なものばかりではない。特に液体と気体、異種の液体と液体あるいは気体と気体というように異なる連続物質間の移動現象は、流れの様相が複雑になってきて、前述のような基礎方程式からの理論解を得ることが困難になってくる。本章においてはこのような異相間の移動現象に関する取扱いを述べることにしよう。

はじめに工学上問題となる異相系を概観して本講における解析の手法を述べ、ついで基本的な現象である静止異相間で熱と物質が移動する場合を取り扱い、これを一方が流動する場合に拡張する。

流動する流体が固体表面と接する場合、粘性の影響は表面近傍の狭い領域に止まり、いわゆる“境界層”ができることは本講座『流体力学』において学んだとおりである。本講においてはその基礎のもとに固体と乱流流体間で熱と物質が移動する速度を解析し、運動量・熱および物質移動間の相似性を論ずることにする。そのほか液体-液体間、液体-気体間および気体-気体間の移動現象は工学上重要なものであるが、少しく専門にすぎるので解析に対する考え方を紹介するに止めよう。

6.1 異相間の熱と物質の移動

a) 異相間移動現象

2種以上の異なる物質間すなわち異相間の移動過程は一般に複雑ではあるが、各種の装置・機械内の現象を把握し合理的設計を行なうためには、これらを正しく理解しなければならない。異相間の複雑な現象に対するわれわれの姿勢は、

前章までと同じように運動量・熱および物質の移動過程を相似的に取り扱うことである。そこで本章においては移動現象の類型化に対する基礎として、“異なる物質の接触の状態および相対的運動”に着目し、異相間の移動現象を次のように分類してみよう。

- (1) 固体-流体系
- (2) 混じり合わない液体-液体系
- (3) 液体-気体系
- (4) 混じり合う流体-流体系
- (5) 固体-液体-気体系

第5章で述べた管内表面と層流間の移動現象は(1)の特別な場合である。以上の分類における各項目は必ずしも平面や管面における接触界面だけを示すものではなく、たとえば固体-液体系および液体-液体系では連続相をなす液体中に分散する固体粒あるいは液滴の問題をも含むものである。(1)～(5)よりも複雑な系もあるが、それらについては以上の分類の組合せと考えると解析することができよう。

b) 現象のモデル化

前a)項で分類したような異相間移動過程に対しても、第4章に示した基礎方程式に基づいてその理論解を得ることが“正攻法”であることはもちろんである。たとえば温度の異なる側面をもつ長方形の箱内において、気体の自然対流とこれに伴う熱の伝達の問題を理解するためには、連続の式、運動方程式およびエネルギー方程式を連立して、これらを数値的に解くことが必要なのである。

しかし以上の“正攻法”はわれわれが当面する実際の問題に対して常に可能であろうか。残念ながら現時点ではその答は“否”であり、熱や物質移動を伴わない流れだけの問題をとってみても、運動方程式からの厳密解が得られていない現象がまだまだ多いのである。それどころか、幾何学的に多少複雑な系では流れの模様さえ明らかでないことがあり、これらの系に対する熱や物質の移動速度は実験式として与えられているにすぎない。

このような場合にわれわれ工学を学ぶものが取るべき次善の策は“現象のモデル化”である。すなわち問題の現象に関してその本質に迫り、これを数式的に表現できる簡単なモデルを作ることによって、今まで多くの事柄が明らかに

されて来た。一般に同一の現象に対しても、研究者によって着目点が異なるところから、各種のモデルが提出されるのが普通である。それらのモデルは次に示すようなテストを受け、これに耐えるものが実際の現象に最も近いものとみなされ、合理的設計に使用されるだけでなく、現象に対する洞察と厳密解へ進む足がかりを与えることになるのである。

- (1) この現象に関して発表された過去の実測値をどの位広く説明するか。
- (2) この現象と相似関係にある他の移動過程(熱伝達に着目すれば物質移動)を正しく予知するか。
- (3) モデル提出後に発表されるであろう着目現象に関する実測値を予知できるか。

以上のテストに合格するモデルならば簡単なものほど価値の高いものといえよう。特に着目する現象が数多く集合して一つの系を形成している場合、あるいは各種の現象が複雑に組み合わさってできている系を理論的に解くためには、各個の現象はなるべく形のすっきりした数式モデルで表現しておくことが肝要である。場合によっては個々の素現象については厳密解が得られていても、その本質を大きい誤差なく表現する簡単な数式モデルを作成し、これを基礎として前述のような集合現象を解明することも、工学上には有力な方法である。さらにある現象のモデル化により他の現象に対しての新しい着目点が発見され、これが研究の進展に大きく寄与することもある。

異相間の移動現象に関するモデル化は主として界面の両側にある連続物質の動きに関して提出されており、これに基づき既知の方法で熱や物質移動の速度を計算しているのが普通である。すなわち運動量の移動に関する基礎方程式を解く代りに流れの模様を仮定したことと同等であるが、熱と物質の移動については前と同様に相似的に取り扱う立場を取っている。

6.2 静止異相間移動過程

6.1 節 a) 項において分類した(1)から(5)までの諸系に対して基礎となる考え方ははじめに述べておく。

a) 静止する連続物質

図 6.1 のように $x=0$ の平面が A, B 2 種の連続物質の界面であり、物質 A

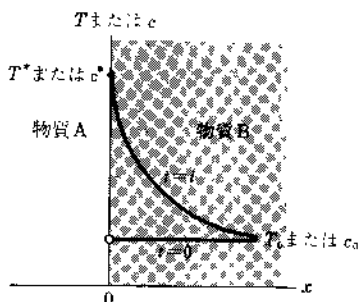


図 6.1 連続物質界面を通しての移動現象の例

の性質により界面における温度 T^* または濃度 c^* が一定に保たれる場合の物質 B における熱と物質の移動速度を求めてみよう。この条件は熱移動に関しては熱伝導度と熱容量の大きい固体 A がそれらの値が小さい固体 B と接触する場合、物質移動に関しては A として純粋な二酸化炭素が静止する水 B と接触し、その界面 $x=0$ を通して二酸化炭素が吸収される場合などに適合するものである。

はじめに熱移動の問題を取れば、物質 B における熱伝導の基礎式として (1.73) が与えられている。ここで熱拡散係数 (温度伝導度, 熱伝播率ともいう, thermal diffusivity) α を導入して

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (6.1)$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_v} \quad (\text{cm}^2/\text{s} \text{ または } \text{m}^2/\text{h}) \quad (6.2)$$

α は時間に伴って温度が変化する速さを規定する物理定数であって, (1.39) で定義した物質の拡散係数 D と同じ次元を有することに注意されたい。図 6.1 のような現象に対する初期条件および境界条件としては

$$t = 0 \text{ で } T = T_0 \quad (6.3)$$

$$x = 0 \text{ で } T = T^*, \quad x = \infty \text{ で } T = T_0 \quad (6.4)$$

(6.1) を (6.3), (6.4) の条件で解けば時間に対する温度変化の式が次のように求められる。

$$\frac{T - T_0}{T^* - T_0} = 1 - \text{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} \right) \quad (6.5)$$

ここに erf はガウス (Gauss) の誤差関数であって次式で与えられる。

$$\operatorname{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-u^2} du \quad (6.6)$$

界面 $x=0$ における熱流束 $J_q = q_1$ (cal/cm²·s または kcal/m²·h) は任意の時間 t に対し次式で求められる。

$$q_1 = -k \left[\frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=0} = \left(\frac{k\rho c_v}{\pi t} \right)^{1/2} (T^* - T_0) \quad (6.7)$$

いま次式を用いてこのような非定常熱移動に対する**伝熱係数**の瞬間値 h_1 (cal/cm²·s·°C) を定義する。

$$q_1 = h_1 (T^* - T_0) \quad (6.8)$$

(6.7), (6.8) から

$$h_1 = \left(\frac{k\rho c_v}{\pi t} \right)^{1/2} \quad (6.9)$$

次に図 6.1 において物質移動の場合を取り扱う。物質 B 内に拡散する物質 A の体積基準相互拡散係数を $\mathcal{D}_{AB}$ とし、第 4 章における基礎方程式 (4.34) を簡単化しよう。2 成分の場合の式 (4.80) から密度の代りにモル濃度 c_A を用いればモル流束は

$$J_A' = -\mathcal{D}_{AB} \frac{\partial c_A}{\partial x}$$

(4.34) の中で $i=A$ とし密度の代りにモル濃度 c_A を用い、非圧縮性非反応系に対して (4.34) を簡単化し、その中の J_i' の代りに上式を入れれば次の式を得る。

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} = \mathcal{D}_{AB} \frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2} \quad (6.10)$$

上式は熱伝導に対する (6.1) と全く同じ形である。初期条件、境界条件としては

$$t=0 \text{ で } c_A = c_0 \quad (6.11)$$

$$x=0 \text{ で } c_A = c^*, \quad x=\infty \text{ で } c_A = c_0 \quad (6.12)$$

解は次のようになる。

$$\frac{c_A - c_0}{c^* - c_0} = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\mathcal{D}_{AB}t}}\right) \quad (6.13)$$

いま水による純粋な二酸化炭素吸収の例をとり、(6.13)を用いて左辺すなわち飽和度を計算してみる。20°Cにおける拡散係数を $1.74 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ と取れば、 $x=0.01 \text{ cm}$ に対する位置においては $t=0.5 \text{ s}$ で飽和度1.5%であり、この値が10%になるためには $t=1 \text{ s}$ 以上を要することがわかる。

界面を通して物質B内に拡散する物質の瞬時のモル流束 N_{Ai} ($\text{mol}/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$)は次式で与えられる。

$$N_{Ai} = -\mathcal{D}_{AB} \left[\frac{\partial c_A}{\partial x} \right]_{x=0} = \left(\frac{\mathcal{D}_{AB}}{\pi t} \right)^{1/2} (c^* - c_0) \quad (6.14)$$

熱移動に対する(6.8)に対応し、このような非定常物質移動に対する物質移動係数 (mass transfer coefficient) の瞬間値 K_{di} (cm/s)を次式によって定義する。

$$N_{Ai} = K_{di}(c^* - c_0) \quad (6.15)$$

(6.14), (6.15)から

$$K_{di} = \left(\frac{\mathcal{D}_{AB}}{\pi t} \right)^{1/2} \quad (6.16)$$

熱移動に関する(6.7), (6.9)は、物質移動に対する(6.14), (6.16)で N_A の代りに $q/\rho c_v$, K_{di} の代りに $h_i/\rho c_v$, $\mathcal{D}_{AB}$ の代りに $k/\rho c_v$ とおいたものに対応することに留意されたい。この結果ここでは $\mathcal{D}_{AB}$ と $k/\rho c_v$ を入れかえることにより物質移動と熱移動の式を対応させることができる。

b) 界面の更新モデル

図6.1における連続物質Bが固体であるならば問題はないが、流体の場合には両物質接触による熱・物質移動の結果あるいは流体自身の流れの結果から図6.2のように界面が更新する場合が多い。たとえば静止液面に低温の固体面を接触させれば界面付近の液体が冷却されるために図6.2(a)のような流れが生ずる。水面上に純粋二酸化炭素が接触する場合にも、表面における水が二酸化炭素を吸収して密度が変化する結果から似たような流れが生ずるであろう。このような流れの模様を理論的に解くことは前節のように容易ではないので、この流れを次のようなモデルであらわしてみよう。

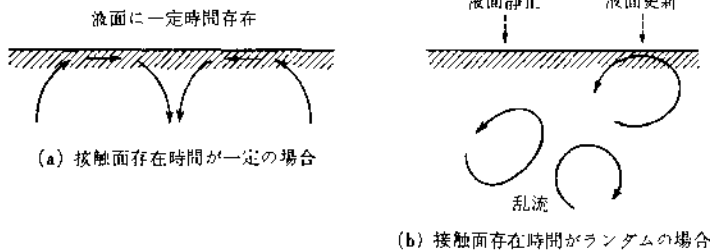


図 6.2 界面の更新モデル

モデル I: 流体は一定時間 t だけ液面に存在し、つぎつぎと更新する。

このモデルに基づけば、界面における移動係数の $t=0 \sim t$ 間平均値は容易に次式で与えられる。

$$h = \frac{1}{t} \int_0^t h_i dt = 2 \left(\frac{k \rho c_s}{\pi t} \right)^{1/2} \quad (6.17)$$

$$K_d = \frac{1}{t} \int_0^t K_{d1} dt = 2 \left(\frac{\mathcal{D}_{AB}}{\pi t} \right)^{1/2} \quad (6.18)$$

このようなモデルは 1935 年にヒグビー (Higbie) が提案したものであり、**浸透説 (penetration theory)** ともいわれている。

一方内部に激しい乱れをもつ流体表面が他の連続物質と接している場合には、図 6.2(b) に示されるように流体本体中の乱れが時おり界面に到達して付近の静止流体を更新するものと考えられよう。ダンクワーツ (Danckwerts) はこのような現象に対し次のようなモデルを提唱した。

モデル II: 界面における単位接触面積のうち、1 秒間に S ($\text{cm}^2/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$) の面積が更新される。このような更新はランダムに生じ、流体のエLEMENT が界面に存在する時間すなわち接触面の存続寿命は分布関数 $\phi(t)$ で表わすことができる。

このようなモデルに基づいて、流体のエLEMENT が界面にもたらされ、他物質と接触を開始してから時間 t と $t+dt$ の間に更新される割合を次のようにあらわす。

$$\left(\begin{array}{l} \text{単位接触面積あたり} \\ \text{接触面存在時間が } t \\ \text{と } t+dt \text{ の間にある} \\ \text{エレメントの割合} \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} \text{単位接触面積あたり} \\ \text{時間 } dt \text{ の間に更新} \\ \text{にあずかる接触面積} \end{array} \right) = \phi(t) dt (Sdt)$$

接触面存在時間が t と $t+dt$ 間にあるエレメントのうち更新しないエレメントの割合は

$$\phi(t) dt (1-Sdt)$$

であって、この割合のものがそのまま接触面存在時間 $t+dt$ と $t+2dt$ 間のエレメントになるはずである。すなわち

$$(1-Sdt)\phi(t)dt = \phi(t+dt)dt = \phi(t)dt + \frac{d\phi(t)}{dt}dt^2 \quad (6.19)$$

整理して次式を得る。

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = -S\phi(t) \quad (6.20)$$

ところでエレメントの接触面存在時間すなわち寿命 (age) が $t=0$ から ∞ に分布しているとする、分布関数 $\phi(t)$ の定義から

$$\int_0^{\infty} \phi(t) dt = 1 \quad (6.21)$$

(6.20), (6.21) を解いて $\phi(t)$ を求めると次式のようになる。

$$\phi(t) = Se^{-St} \quad (6.22)$$

ここではじめに純粋な二酸化炭素が水に吸収される場合のような物質移動現象を考える。各エレメントの接触面における物質移動流速の瞬間値は (6.14) によって表わされるから、界面にあらわれる全エレメントの接触面についての平均物質移動流束 N_A は次のようになる。

$$\begin{aligned} N_A &= \int_0^{\infty} N_{Ai} Se^{-St} dt = \int_0^{\infty} \left(\frac{\mathcal{D}_{AB}}{\pi t} \right)^{1/2} (c^* - c_0) Se^{-St} dt \\ &= (\mathcal{D}_{AB} S)^{1/2} (c^* - c_0) \end{aligned} \quad (6.23)$$

定常的更新状態における物質移動係数を K_d とし次式で定義する。

$$N_A = K_d (c^* - c_0) \quad (6.24)$$

(6.23), (6.24) より

$$K_d = (\mathcal{D}_{AB}S)^{1/2} \quad (6.25)$$

以上のような流体エレメントのランダムな更新によって物質移動が行なわれるとする考え方を表面更新説(surface renewal theory)という。浸透説と表面更新説のどちらを採用するかについては、われわれの着目する現象が図 6.2 の(a)の場合に近いか(b)に近いかを観察した後に決定されるべきことであろう。

熱移動に関しては(6.8)の時間的平均として伝熱係数(熱伝達率) h を次式で定義する。

$$q = h(T^* - T_0) \quad (6.26)$$

(6.25)の中で $\mathcal{D}_{AB}$ の代りに $k/\rho c_v$, K_d の代りに $h/\rho c_v$ とおけば h を求めることができる。

$$h = (k\rho c_v S)^{1/2} \quad (6.27)$$

(6.25), (6.27)中の S は界面における流体運動の観察・測定の結果から決めることのできる数値であるが、それが困難である場合には実測された K_d , h と(6.25), (6.27)が合うような S の値を求めてその現象に関する一つの目安とすることがある。

c) 流体と流体の接触面における二重境膜モデル

以上は2種の連続物質が接触しているにしても、界面から見て一方の物質(図 6.1 では物質 A)の内部では熱あるいは物質の移動に対して何らの抵抗もない場合の取扱いであった。しかし実際にたとえば気体と液体が接する場合などには、気体側にも大きな抵抗が生じ、熱あるいは物質は接触界面をさしはさむ二つの抵抗を通して移動することになる。乱流状態にある気体と、それに接触し図 6.2 のような循環流あるいは渦によって接触表面を更新する液体 B との間に生ずる移動過程の問題として図 6.3(a) のような場合を考えよう。具体例としては高温の空気が水面に接する場合の伝熱および空気中に存在する濃度 c_g の二酸化炭素が水面を通じて水中に吸収される現象をとればよい。

さて本講座『流体力学』第2章で学んだように、固体に沿う流れにおいては流体の粘性のために固体表面に境界層が生ずる。図 6.3(a)における気体が液体 B の表面に沿い乱流をなして流れている場合にも同様な境界層が生ずる。厳密に考えると気体側境界層内の速度勾配から液体表面に剪断応力が加わり、その結果として液面に流動を行なわせるので、液体表面に沿う境界層は固体表

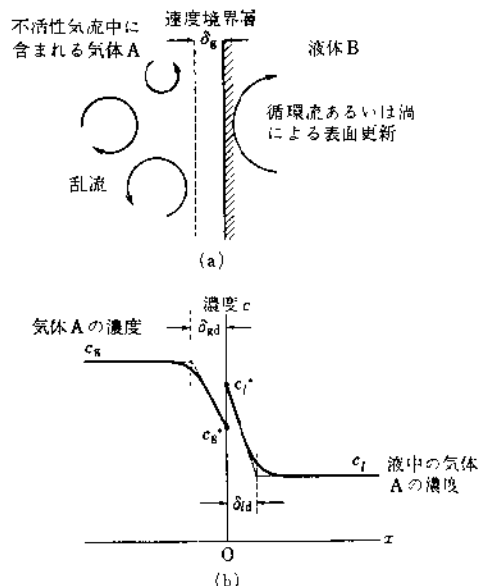


図 6.3 二重境界膜モデル

面にできるものとは多少異なることに留意されたい。

さて以上の境界層は速度に対して粘性の影響する範囲を示すので速度境界層であり、図 6.3(a)ではその厚さを δ_v とする。定常的な熱・物質移動過程における温度・濃度は乱流の本体中でほぼ一定であり、接触面近傍で急激に変化する。これは速度境界層内の流れが層流に近く、したがって熱・物質の移動に対しても分子拡散が大きく影響する温度・濃度境界層の存在を示すものである。温度・濃度境界層の厚さ δ_{gh} , δ_{cd} は 5.1 節 c) 項で述べたようにプラントル数あるいはシュミット数が 1 の場合にだけ速度境界層の厚さ δ_v と一致するが、一般には同じ厚さにはならない。

以上の述べたような境界層は次節で述べるように必ずしも層流だけとはかぎらず、乱流の影響をそうとう含むものもある。このような境界層を通じての移動過程に関するモデルとして、たとえば熱移動に対しては温度境界層の代りに、その抵抗と同一の抵抗を有する流体(図 6.3 の場合は気体)の薄膜を仮定する。このようなモデルを境界膜(boundary film)といい、流体と固体表面間、気体と

液体表面間の移動過程に対してよく応用されるものであるが、その厚さに対しては物理的な意味がなく単に現象を説明するためのものである。

説明の便宜上はじめに図 6.3(b)の液体 B 中の気体 A の濃度に着目する。液体本体にある濃度 c_l のエレメントが循環流あるいは渦の作用で更新され、その結果として液体表面に吸収された物質が液体の深部に輸送され、液体深部では激しい乱れの攪拌効果によって液体中の濃度 c_l が一定になっている場合を考えよう。液体表面の更新がどのようなものであれ、接触面からある深さの液体に対する濃度 c_l の時間的平均値は図 6.3(b) で示されるようになる。別の見方をすれば液体表面の内部に物質移動に対する抵抗が存在し、その範囲は厚さ δ_{il} に相当するものとも考えることもできよう。この抵抗を表わすモデルとして液体表面内に厚さ δ_{il}' なる液体の薄膜を仮想する。

移動にあずかる物質 A の濃度は気体側で c_g 、液体側で c_l であるが、液体表面における c_g^* と c_l^* は平衡関係にあるものと仮定でき図 6.3(b) のような濃度分布になる。

図 6.3(b)において定常的に移動する物質 A の流束を N_A とし、(6.24)で定義される物質移動係数 K_d と (1.39) を用い定常状態で移動する物質 A の質量流束(またはモル流束) N_A は次式で表わされる。

$$N_A = -\mathcal{D}_{AB} \frac{dc_A}{dx} = \mathcal{D}_{AB} \frac{c_l^* - c_l}{\delta_{il}'} = K_{dl}(c_l^* - c_l) \quad (6.28)$$

ここに c_l^* は液体表面における A の濃度、 K_{dl} は液体表面における物質移動係数である。上式を整理すれば

$$K_{dl} = \mathcal{D}_{AB}/\delta_{il}' \quad (6.29)$$

以上のように流体と流体の接触面の両側に主として物質移動に対する抵抗をモデル化した二つの境膜を仮定し、しかも接触面上では両流体間に気体-液体あるいは液体-液体の平衡が成り立つと仮定する考え方を、**二重境膜説**[†] (two film theory または double film theory) とよんでいる。本章においては

[†] 一般の教科書では提出の早さに従って二重境膜説が先に説明され、ついで浸透説および表面更新説が述べられることが普通である。しかし定常状態における一定厚さの液境膜というモデルを可能とするためには、すでに浸透説や表面更新説の基礎になる考え方が伏在していたのである。この理由により、二重境膜説の根拠を明確にする意味で本章においては意識してこれを最後に説明した。