

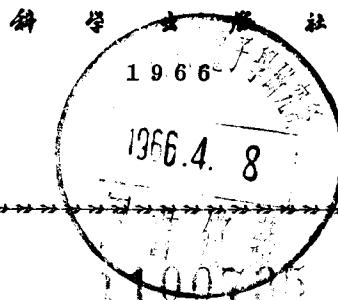
原 子 核 物 理 学



原子核物理学

(修訂本)

梅 鎮 岳 著



內 容 簡 介

本書是作者根據 1961 年出版的第一版修改補充而成的。全書仍分十二章。前三章分別介紹帶電粒子與物質的相互作用、加速器和探測器。第四章討論原子核的一般特性(電荷、大小、角動量等等)。接着以較大篇幅討論低能核物理的主要課題之一——原子核的放射性(第五、六、七章)。第八、九兩章敘述核力和核結構模型，它們是目前正在研究和探索的兩個重大問題。第十章“原子核反應”是作為低能核物理的另一主要課題來討論的。最後兩章分別討論中子物理和高能原子核物理。

修訂版除了改正第一版中已發現的錯誤和以新的數據來代替舊的数据以外，還對第八章“核力”和第十章“原子核反應”作了較多的修改和重寫，第三、七、十一等章也部分重寫過，以便使這些章節的內容更與目前這些方面的狀況相適應。此外，第一版的附錄“熱核反應”，因難以概括這個發展得極其迅速的領域的現況，在這一版中刪去了。

本書可作為高等學校原子核物理學方面的教材，亦可供具有一定基礎物理知識的讀者閱讀。

原 子 核 物 理 學

(修 訂 本)

梅 鎮 岳 著

*

科學出版社出版

北京朝陽門內大街 117 号

北京市書刊出版業營業許可證出字第 061 号

中華書局上海印刷廠印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店經售

*

1961 年 8 月 第一版
开本：850×1168 1/32

1966 年 1 月 第二版
印張：14 15/16

1966 年 1 月第四次印刷
插頁：3

精裝：851—2,150
字數：395,000

平裝：25,911—27,010

統一書號：13031·2206

本社書號：3353·13—3

精裝本 2.40 元
定价：[科五] 平裝本 1.90 元

修訂版說明

在这一版中，除了改正第一版中已发现的錯誤，并用較新的数据和图表来代替旧的数据和图表外，还对第八章“核力”和第十章“原子核反应”作了比較多的更动和重写，以便使得本书內容能更适应这些方面的发展現况。此外，在第三章高能加速器部分，第七章无反冲共振散射部分和第十一章的反应堆部分，都重新改写并增加了新的內容。

由于等离子体物理学近年来的迅速发展，原来放在书后作为附录的有关热核反应的介紹已远远不能表达它目前的状况，它最好由別的专著來詳細介紹。因此，决定从本书中删去这一部分。

梅鍾岳 1965年2月



9685/1 第一版序

编写本书的目的是为了給中国科学技术大学近代物理系作基础課教材，并对具有一定物理基础的讀者介紹原子核物理学的基本知識。

在選擇本書的內容和範圍時，筆者有些躊躇。以前，原子核物理学只是原子物理学的一部分；对于原子核物理学的叙述比較籠統，內容不多。現在，原子核物理学已是一門內容非常丰富的学科；而且与原子核物理学从原子物理学中分出来的情况相类似，原子核物理学本身中的好些部分也都已經相当成熟，达到可以独立成为一門学科的阶段。例如中子物理学，因为它和原子能的应用有联系，尤其是和反应堆物理学密切地联系在一起，近年来由于实践的迫切要求，已經发展成为一門內容很充实的学科。所以目前有一种趋势是在原子核物理学中不讲中子物理学。其他如对于宇宙綫等的情况也类似。在有些原子核物理学教科书或課程中甚至連加速器和射綫探测等也不讲，而把原子核物理学局限于所謂低能原子核物理学的範圍內。根据上面所談，这是可以理解的。不过，經過考虑后，筆者最后还是决定把範圍定得广一些。这样做，对于各方面要求不一致的讀者可能会方便些，他們可以各自有所取舍。

本书从說明研究原子核物理学的两大基本工具——射綫探测器和带电粒子加速器开始。第一章“射綫和物质的电磁作用”是作为射綫探测所依据的基本原理来叙述的。不難想象，对于这些方面的一般理解会有助于我們对于近代原子核物理学所获得的事实以及数据的分析和整理有一个准确的估价。显然，要进一步深入研究它們，还必須钻研有关的專門著作。

第四章“原子核的一般特性”所談到的原子核特性是它的电荷、半徑、质量、角动量、磁矩、多极矩、字称和統計性质等。这些性质的討論多半从它們对原子和分子的結構和性能的影响来着眼，所以，这方面的原子核物理学研究是与原子物理学和分子物理学的研究有一定的联系的。

原子核物理学离不开放射性和射綫的研究。射綫是放射性原子核和原子核反应所发射的极其灵敏的訊号，它也是探索原子核深处的最可靠的綫索。“放射性、 α 衰变”、“ β 衰变”和“ γ 射綫和原子核能級”等三章，事实上构成本书的主体。在这里有原子核物理学中历史最悠久(只有 60 年!)的知识，象天然放射性同位素的性质和有关規律等；也有最新近的重要发现，例如在弱相互作用中字称不守恒的現象。

第八、九两章所談的核力和原子核结构是原子核物理学中所要了解的中心問題。这方面的問題离开真正解决还有一定的距离，但是，近年来的唯象处理已获得不少成果。本书准备概括地介紹一些主要的理論，而且說明它們的局限性。

原子核反应也是原子核物理学中的重要課題之一。因为与原子核反应有关的一些問題，例如加速器和射綫的測量和分析等，都已經在前面談过，所以，除去介紹一些原子核反应的基本概念和如何利用原子核反应来测定原子核能級外，第十章把注意力集中在原子核反应机制的討論上。这个問題虽然长时期停留在复核形成的观点上，可是近年来已有一些新的看法，值得特別介紹。

第十一章和第十二章分別是关于中子和宇宙綫及不稳定基本粒子这两个方面的討論。它們所包括的內容都相当广闊。中子物理学牽涉到各个方面应用，有极其丰富的內容。宇宙綫和不稳定基本粒子是一門正处在发展高峰的学科，其中很多部分一时都无法肯定下来，即使是比較肯定的部分，也往往在进一步深入研究以后就必须加以重大的改正。所以，在本书的范围内，对它們只能作出些初步的介紹，內容比較簡略。

在取材方面，笔者力求尽量吸收較新的內容，可是因为限于笔

者的水平和見聞，可能达不到这个要求。希望能在各方面的協助下在以后再版时不断更新。本书虽然經過再三仔細審閱，但限于笔者的水平，书中一定会有錯誤和編排失当的地方，也希望讀者能随时指出，以便再版时更正。

本书虽然沒有命名为“實驗原子核物理学”，可是它实际上是从一个實驗科学的研究工作者的观点和要求出发写成的。因此，本书的有些部分可能会显得理論不够完整或是邏輯性不够强。不过，还是希望它能够給予實驗工作者以應該有的較为完整的原子核物理学現状的全貌。

考慮到近年来在若干高等学校物理系各专业中已增設了“原子核物理学”課程，为了采用本书作为該課程教材的同志們的方便，經和有关方面商討，对部分原稿作了必要的修改，而且也把內容的一部分印成小字，使采用本书作教材的同志对这些部分可以斟酌取舍。可是，由于受到时间的限制，笔者来不及把本书作重大修改，使它能完全符合作为教材的要求。因此，把本书用作教材时，應該根据具体的学时和教学条件来安排使用的分量。

在本书的编写过程中得到不少同事和朋友的鼓励和帮助，尤其是在审稿、校閱、制图和編排等方面，得到了各方面的大力援助，笔者一并在此表示衷心的感謝。

梅鎮岳 1961年5月

目 录

| | |
|---------------------|-----|
| 修訂版說明..... | iii |
| 第一版序..... | iv |
| 第一章 射線和物质的电磁作用..... | 1 |

带电粒子与物质的电磁作用

| | |
|---------------------|----|
| § 1. 带电粒子的电离損失..... | 2 |
| § 2. 輒致輻射..... | 8 |
| § 3. 契倫柯夫效应..... | 13 |
| § 4. 庫侖散射..... | 16 |
| § 5. 阳电子的湮沒..... | 22 |

电磁波与物质的作用

| | |
|--------------------------|----|
| § 6. 光电效应..... | 26 |
| § 7. 康普頓效应..... | 28 |
| § 8. 电子偶的产生..... | 33 |
| § 9. γ 射線的吸收..... | 35 |

| | |
|----------------------|----|
| 第二章 射線的探測..... | 37 |
| § 10. 气体中的离子和电子..... | 38 |
| § 11. 电离室..... | 40 |
| § 12. 正比計數管..... | 44 |
| § 13. 盖革-弥勒計數管 | 45 |
| § 14. 半导体射線探測器..... | 50 |
| § 15. 闪烁計數器..... | 51 |
| § 16. 契倫柯夫計數器..... | 55 |
| § 17. 火花計數器..... | 56 |
| § 18. 云室和气泡室..... | 57 |

| | |
|---|------------|
| § 19. 照相底板和原子核乳胶..... | 62 |
| § 20. 电子学线路..... | 64 |
| 第三章 加速器..... | 72 |
| § 21. 离子源..... | 73 |
| § 22. 高压倍加器..... | 77 |
| § 23. 静电加速器..... | 79 |
| § 24. 直线加速器..... | 82 |
| § 25. 回旋加速器..... | 87 |
| § 26. 同步回旋加速器..... | 91 |
| § 27. 电子感应加速器..... | 93 |
| § 28. 同步稳相加速器..... | 97 |
| 第四章 原子核的一般特性 | 102 |
| § 29. 原子核的电荷 | 102 |
| § 30. 原子核的半径 | 104 |
| § 31. 原子核的质量 | 109 |
| § 32. 原子核的角动量和磁矩 | 130 |
| § 33. 原子核的电四极矩 | 157 |
| § 34. 原子核的宇称 | 159 |
| § 35. 原子核的统计性质 | 160 |
| 第五章 放射性. α 衰变..... | 162 |
| § 36. 放射性衰变 | 164 |
| § 37. 天然放射性原子核 | 169 |
| § 38. α 衰变的规律 | 177 |
| § 39. α 粒子能量的测定 | 185 |
| § 40. α 射线的能谱 | 194 |
| 第六章 β 衰变 | 198 |
| § 41. β 衰变能量的图解和衰变的种类 | 199 |
| § 42. β 谱仪 | 202 |
| § 43. 中微子 | 211 |
| § 44. β 衰变中的守恒原则 | 216 |
| § 45. β 衰变的规律 | 224 |
| 第七章 γ 射线和原子核能级 | 232 |

| | |
|--------------------------------|------------|
| § 46. γ 射线能量的测定 | 233 |
| § 47. γ 衰变规律 | 245 |
| § 48. 短寿命 γ 衰变的测定 | 256 |
| § 49. 内转换 | 261 |
| § 50. 级联 γ 射线的角关联 | 266 |
| 第八章 核力 | 272 |
| § 51. 同位旋和核力的交换特性 | 273 |
| § 52. 氚核 | 276 |
| § 53. 核子-核子散射 | 281 |
| § 54. 高能核子-核子散射 | 289 |
| § 55. 核力的介子场理论 | 294 |
| 第九章 低能原子核结构模型 | 298 |
| § 56. 液滴模型和裂变 | 299 |
| § 57. 壳层模型 | 311 |
| § 58. 集体运动模型 | 320 |
| 第十章 原子核反应 | 329 |
| § 59. 原子核反应的一些基本概念和能量关系 | 330 |
| § 60. 原子核反应截面 | 335 |
| § 61. 复核和共振 | 344 |
| § 62. 统计模型和光学模型 | 351 |
| § 63. 削裂反应和聚变反应 | 354 |
| § 64. 库仑激发 | 358 |
| § 65. 原子核反应的机制 | 361 |
| § 66. 高能原子核反应 | 365 |
| § 67. 原子核反应和原子核能级 | 369 |
| 第十一章 中子 | 375 |
| § 68. 中子的特性 | 376 |
| § 69. 中子源 | 381 |
| § 70. 中子探测 | 397 |
| § 71. 中子能谱仪 | 403 |
| § 72. 中子和原子核的反应 | 409 |
| § 73. 中子和成块物质的作用 | 414 |

| | |
|-------------------------------------|-----|
| 第十二章 宇宙綫和不稳定粒子 | 425 |
| § 74. 在地磁场中的带电宇宙綫粒子 | 426 |
| § 75. 初級宇宙綫 | 433 |
| § 76. 高能核子-核子作用、核子-原子核作用和电磁作用 | 443 |
| § 77. 宇宙綫的次級射綫 | 448 |
| § 78. 不稳定的基本粒子 | 454 |
| 常用原子常数表 | 462 |
| 参考书籍 | 463 |
| 人名对照表 | 465 |
| 內容索引 | 467 |

第一章

射綫和物质的电磁作用

在原子核物理学研究的过程中，我們时常需要对各种原子核衰变或反应中发射出的射綫进行探测和分析，来了解原子核及与其有关的規律和現象。这些射綫大致可以分为三类：(1)由带电粒子組成的射綫，例如，由阳电子或阴电子組成的 β 射綫，由氦原子核組成的 α 射綫等；(2)由电磁波組成的 γ 射綫和X射綫；(3)由中性粒子（如中子或中微子等）組成的射綫。中性粒子的探测原理将分别在后面有关章节中討論。由帶电粒子組成的射綫和电磁波的探测基本上是根据它們和物质的电磁作用。下面我們把帶电粒子和电磁波同物质的电磁作用分开来討論。

帶电粒子与物质的电磁作用

如果不考虑帶电粒子深入到物质中原子核的核力場範圍以內的情形，那么，帶电粒子与物质的作用主要是与物质中的原子核和电子起电磁作用。这种作用使运动着的帶电粒子改变方向和損失能量。前者就是庫侖散射。帶电粒子損失能量的情形随它的速度的大小而有所不同。在速度不很大时，帶电粒子損失的能量主要是用于激发物质中的电子。如果电子被激发到連續能級的区域，就发生物质中分子或原子的电离。不論物质中电子被激发的程度如何，帶电粒子的这种能量损失方式都通称为电离損失。当电子能量很大时，它的能量损失主要是由于它在原子核庫侖場中改变速度而产生輻致輻射。此外，快速帶电粒子还能产生契倫柯夫輻射。这种效应所引起的能量损失很小，可是我們还是能利用这种效应来对粒子进行探测。还有一种上面沒有提到的帶电粒子与物

质的作用，这就是满足狄拉克方程的粒子与它的反粒子产生湮没辐射。我们在本章里所要谈到的是阳电子和物质中的阴电子湮没而产生电磁波的例子。下面是各种情形的詳細說明。

§ 1. 带电粒子的电离损失

玻尔公式 假設一个电荷为 Ze , 质量为 M 和速度为 v 的带电粒子在离质量为 m 的电子的距离为 b 的地方經過, 我們要計算它所給予电子的能量, 并由此推出它在单位長度內所損失的能量。

如果入射的带电粒子的速度比物质中电子的速度大得多, 我們可以假定电子是自由电子, 并且在碰撞开始时是靜止的, 而在碰撞的过程中动得不多, 于是, 我們可以在电子的初始位置上計算带电粒子对于电子的庫侖作用。

当带电粒子經過电子附近时, 它对电子的庫侖作用力 \mathbf{F} 要改变方向。由于在 A 的左方(图 1.1)每一个点上 \mathbf{F} 的平行于带电粒子运动方向的分力 F_{\parallel} 所产生的向前的冲量和它在 A 的右方相应的点上所产生的向后的冲量相抵銷, 所以冲量 $\int F_{\parallel} dt$ 是零。因此, 我們只需考慮 \mathbf{F} 的垂直于运动方向的分力 F_{\perp} 所产生的冲量。

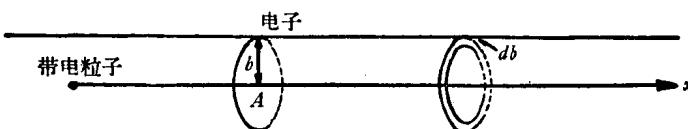


图 1.1 带电粒子与电子的庫侖作用

設想一个以带电粒子运动方向为軸綫、半徑为 b 的圓柱面, 上面所談到的电子就处在这个面上。假設 \mathbf{E} 是带电粒子所产生的静电場强度, 根据高斯定理,

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{\perp} 2\pi b dx = 4\pi Ze. \quad (1.1)$$

这里 E_{\perp} 是静电場强度垂直于带电粒子运动方向的分量。从方程(1.1)可以得到

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{\perp} dx = \frac{2Ze}{b}. \quad (1.2)$$

要知道在电子所在的地点上 E_{\perp} 随时间的变化，可以设想把带电粒子固定，而观察电子在圆柱面上以速度 v 运动的一个点上 E_{\perp} 的变化。我们可以有

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{\perp}(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} E_{\perp}(x) \frac{dx}{v} = \frac{1}{v} \int_{-\infty}^{\infty} E_{\perp}(x) dx = \frac{2Ze}{vb}. \quad (1.3)$$

电子所受到的垂直于带电粒子运动方向的冲量是

$$I_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} E_{\perp} e dt = \frac{2Ze^2}{vb} = p,$$

这里 p 是电子所得到的动量。一个电子所得到的能量是

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{2Z^2e^4}{mv^2b^2}. \quad (1.4)$$

在离带电粒子运动方向距离为 b 和 $b+db$ 之间单位长度内的碰撞数等于半径为 b 和 $b+db$ (图 1.1) 的两个圆柱面所夹的层内每单位长度所包含的电子数，如果单位体积内的电子数是 n ，这个数就是 $2\pi nb db$ 。在每单位长度内交给这些电子的能量是

$$\frac{4\pi Z^2 e^4 n}{mv^2} \frac{db}{b}. \quad (1.5)$$

从 $b_{\text{最小}}$ 到 $b_{\text{最大}}$ 的范围内总的能量损失可以把 (1.5) 积分而得到：

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z^2 e^4 n}{mv^2} \ln \frac{b_{\text{最大}}}{b_{\text{最小}}}. \quad (1.6)$$

现在我们需要把 $b_{\text{最大}}$ 和 $b_{\text{最小}}$ 确定下来。

$b_{\text{最大}}$ 的确定 作用于电子的力是以脉冲形式出现的。不考虑相对论性的改正时，脉冲所占时间是 $t = b/v$ 。如果 $1/t$ 比电子在原子中的振动频率 ν 要小得多，这时电子便不会吸收能量，或是说，电子跃迁到较高能级的几率很小。

当带电粒子的速度相当大时，我们必须考虑到相对论性的改正。由于这个改正，脉冲的宽度要减小， t 改正为 $(b/v)\sqrt{1-\beta^2}$ (这里 $\beta = v/c$, c 为光速)。因为带电粒子作用于电子的电场也要同时加以改正， E_{\perp} 要增加一个 $1/\sqrt{1-\beta^2}$ 的因子。脉冲的积分

面积基本上是电场强度和脉冲时间的乘积的函数，所以脉冲的积分大小不变，只是它被削尖了。

我們把在脉冲积分范围内要求 $1/\nu > t \approx \left(\frac{b}{v}\right) \sqrt{1-\beta^2}$ 作为确定 $b_{\text{最大}}$ 的条件，或是說

$$b_{\text{最大}} = \frac{v}{\bar{\nu} \sqrt{1-\beta^2}}, \quad (1.7)$$

这里 $\bar{\nu}$ 是电子在物质中的振动频率的平均值。

$b_{\text{最小}}$ 的确定 从经典力学的观点看来，带电粒子与电子作对心碰撞时，电子所能得到的能量最大。那时电子所获得的速度是 $2v$ ，所以它得到的动能是 $\frac{1}{2}m(2v)^2$ 。这样看来，每次碰撞中的能量的转移不能超过 $2mv^2$ 。另一方面，根据(1.4)，每次碰撞中电子所得到的能量是 $\frac{2Z^2e^4}{mv^2b^2}$ 。所以 $b_{\text{最小}}$ 应由方程

$$\frac{2Z^2e^4}{mv^2b_{\text{最小}}^2} = 2mv^2 \quad (1.8)$$

来决定，也就是說，

$$b_{\text{最小}} = \frac{Ze^2}{mv^2}. \quad (1.9)$$

假設 λ 是从入射粒子的观点看来电子的德布罗意波长。如果入射粒子的库仑场在 λ 这一段距离内变化相当大，我們就需用量子力学的方法来考虑这个问题。在随着入射粒子一起运动的坐标系统内（对于重的入射粒子而言，这几乎就是质量中心系统），假如电子的轨道运动速度比 v 小得很多，电子的速度就大約等于 v ，它的动量是 $mv/\sqrt{1-\beta^2}$ 。所以

$$\lambda = \frac{\hbar \sqrt{1-\beta^2}}{mv}. \quad (1.10)$$

只有 $b > \lambda$ 的情形才有意义。所以，从量子力学的角度看来，

$$b_{\text{最小}} \approx \frac{\hbar \sqrt{1-\beta^2}}{mv}. \quad (1.11)$$

我們需要比較(1.9)和(1.11)兩式中所定的 $b_{\text{最小}}$, 并采用其中較大的一个。对于 $b_{\text{最大}} > b_{\text{最小}}$ 情形的 v 值,(1.11)所定的 $b_{\text{最小}}$ 要大一些。这样,我們就得到

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z^2 e^4 n}{mv^2} \ln \frac{mv^2}{\hbar\nu(1-\beta^2)}. \quad (1.12)$$

重粒子的电离損失 推导方程(1.12)的方法是相当粗略的。用精确的計算法,我們可以得到重粒子的能量损失的公式为

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{电离}} = \frac{4\pi Z^2 e^4 n}{mv^2} \left(\ln \frac{2mv^2}{\bar{I}(1-\beta^2)} - \beta^2\right). \quad (1.13)$$

这里 \bar{I} 是一定物质中电子的平均电离势能。除了氢或氦等简单的原子外, \bar{I} 值的理論計算是很复杂的。对于純元素,大致有如下的关系:

$$\bar{I} \approx CZ. \quad (1.14)$$

对于輕元素, $C \approx 11.5$ 电子伏¹⁾;对于重元素, $C \approx 8.8$ 电子伏。对于鋁, \bar{I} 的实验值已有过多次的测定, 它的数值大約是 160 电子伏。

电子的电离損失 公式(1.13)不能用于入射粒子为电子的情形, 因为在推导这个公式时假定入射粒子在与物质中电子作用后不偏轉。事实上, 在每次碰撞时, 入射粒子都受到横向的反冲, 反冲的数值大致和物质中电子所得到的动量相等。如果入射粒子是电子, 就不應該忽略由于这个反冲而引起的横向速度。其次, 如果电子与电子相互作用, 那么, 相同粒子間的交換現象也必須考慮进去。經過这些改正后, 电子的电离損失公式應該是

$$\begin{aligned} \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{电离}} = & \frac{2\pi e^4 n}{mv^2} \left[\ln \frac{mv^2 T}{2\bar{I}^2(1-\beta^2)} - \right. \\ & \left. - (2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) \ln 2 + 1 - \beta^2 \right], \end{aligned} \quad (1.15)$$

1) 电子伏是原子核物理中常用的一种能量单位, 它等于一个带单位电荷 e 的粒子通过电势差为 1 伏的电場时所获得的能量。1 电子伏 = 1.60210×10^{-12} 尔格。常用的衍生单位还有千电子伏 ($= 10^3$ 电子伏)、兆电子伏 ($= 10^6$ 电子伏) 和千兆电子伏 ($= 10^9$ 电子伏)。

这里 T 是电子的相对论性动能。

各种重粒子的电离损失 对于各种不同的入射粒子，除因子 Z^2 外，电离损失只是粒子速度 v 的函数。事实上， $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{电离}}$ 可以写成

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{电离}} = Z^2 f(v). \quad (1.16)$$

如果某一电荷为 $Z_1 e$ ，质量为 M_1 的粒子在一定物质中的电离损失作为能量的函数是已知的，则另一个电荷为 $Z_2 e$ ，质量为 M_2 的粒子在这一物质中的电离损失作为它的能量的函数可用下述方法求得：把原来的能量值乘上因子 M_2/M_1 作为新的能量值，再把原来相应的 $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{电离}}$ 值乘上因子 Z_2^2/Z_1^2 作为新的相应数值。

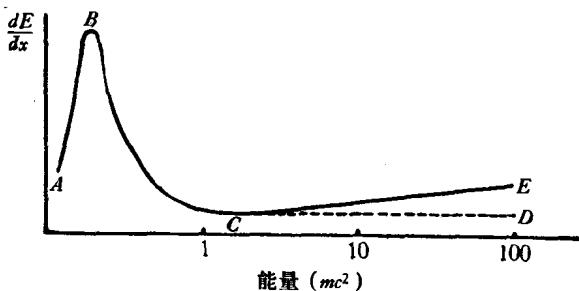


图 1.2 电离损失与能量的关系

方程(1.16)中所表示的 $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{电离}}$ 随着 v 或能量的变化可在图 1.2 中看到。曲线的 BCD 部分表示函数 $1/v^2$ 的变化。当能量很大时， v 接近于光速，变化很少。不过，那时 $\ln[v^2/(1-\beta^2)]$ 这一项要改变，所以，当 v 接近于光速时，曲线从 C 到 E 是上升的，这样，就在 C 处形成一个极小值。这就是所谓最小电离损失的地方。这时入射粒子的能量大约是它的静止能量的 3 倍。在 C 附近，对于每一个 $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{电离}}$ 值，有两个能量值，因此，单靠电离