

高等学校试用教材

回转式制冷压缩机

华中理工大学 李文林 周瑞秋 赵超人 编

机械工业出版社

360505

高等学校试用教材

回转式制冷压缩机

李文林
华中理工大学 周瑞秋 编
赵超人



机械工业出版社

(京)新登字054号

本书是高等学校制冷设备及低温技术专业的基本教材之一。主要阐述螺杆式、涡旋式、滚动转子式制冷压缩机的工作原理、特点以及设计计算方法，对回转式制冷压缩机的结构也作了一般性介绍。

本书在取材方面既保留了传统的基本内容，又引进了国内外在科研及生产方面的新成就。本书除作教材外，还可供有关工程技术人员自学或参考。

回转式制冷压缩机

李文林

华中理工大学 高瑞秋 编

赵超人

责任编辑：檀庆华 责任校对：刘志文

封面设计：郭景云 版式设计：胡金瑛

责任印制：王国光

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

机械工业出版社京丰印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 787×1092¹/₁₆·印张 11¹/₂·字数 281 千字

1992年10月北京第1版·1992年10月北京第1次印刷

印数 0 001—1 800·定价：3.45元

ISBN 7-111-03255-1/TB·160(课)

前 言

本书是根据全国高等工业学校流体动力机械教材分编审委员会1984年6月制定的“制冷设备与低温技术”专业的教学计划和“回转式制冷压缩机”课程的教学大纲编写的。

本书内容为螺杆式制冷压缩机、滚动转子式制冷压缩机以及涡旋式制冷压缩机的原理、特点及设计计算方法。在编写过程中参考了国内有关院校的相应教材，既保留了传统的基本内容，又引进了国内外近期在科研和生产方面的一些新成就。

本书绪论、第三章第一节、第五、六章由李文林编写，第一章、第三章的第二至第六节、第四章由周瑞秋编写，第二章由赵超人编写。

本书由上海机械学院卜啸华主审。

由于编者水平所限，以及引入了一些新内容，因而错误、缺点和不当之处在所难免，恳切希望读者批评指正。

编 者

1990年2月

目 录

绪论	1	第五节 径向力的简化计算	114
第一章 螺杆式制冷压缩机概论与		第六节 作用在转子上的转矩	115
转子齿形	3	参考文献	118
第一节 工作原理与特点	3	第四章 加工螺杆齿面的盘形铣刀	
第二节 转子齿形的要求	6	设计原理	119
第三节 共轭型线及其啮合线	10	第一节 齿面加工概述	119
第四节 常用型线及其啮合	16	第二节 工件坐标系与铣刀坐标系	122
第五节 转子端面齿形	27	第三节 刀具回转型面与齿面的相切条件	123
第六节 单边不对称齿形结构及方程式	32	第四节 中心距 A_n 与安装角 ψ_n	125
第七节 SRM双边不对称齿形结构及方		第五节 啮合间隙及修正法	128
程式	34	第六节 铣刀刃形计算	133
第八节 齿面方程式及啮合参数	38	第七节 齿形铣刀的制造	135
第九节 齿面接触线	41	参考文献	139
第十节 输气量	48	第五章 滚动转子式制冷压缩机	140
第十一节 螺杆制冷机基本参数与系统		第一节 滚动转子式压缩机的工作原	
计算	58	理、结构及特点	140
参考文献	73	第二节 滚动转子式压缩机运动规律的	
第二章 螺杆式制冷压缩机的热力		分析及孔口位置	143
过程	74	第三节 滚动转子式压缩机的热力计算	146
第一节 内压缩	74	第四节 滚动转子式压缩机的动力计算	150
第二节 螺杆式制冷压缩机的功和功率	87	第五节 滚动转子式压缩机主要结构参	
第三节 吸气和排气孔口的设计及能量		数及间隙的选择	155
调节	90	参考文献	156
参考文献	99	第六章 涡旋式制冷压缩机	157
第三章 螺杆式制冷压缩机的动力		第一节 涡旋式压缩机的工作原理、结	
分析	100	构与特点	157
第一节 轴向力	100	第二节 涡旋式压缩机的几何理论及其	
第二节 径向力 F_x 与 F_y	103	热力过程的分析	159
第三节 用分析法求不平衡面积 S_{xj} 、 S_{yj}	106	第三节 涡旋式压缩机的动力计算	169
第四节 径向力计算步骤与计算表	111	第四节 涡旋式压缩机主要部件的结构	176
		参考文献	180

绪 论

回转式制冷压缩机是工作容积作旋转运动的容积式压缩机。气体的压缩是通过旋转容积的变化来达到的。回转式制冷压缩机的工作容积除了周期性地扩大和缩小的变化以外，其空间位置也在变更。只要在气缸上合理地配置吸气和排气孔口，就可以实现压缩机吸气、压缩、排气单向进行的工作过程。

由于回转式制冷压缩机没有往复运动机构，所以结构简单，体积小，重量轻，零件少（特别是易损件少），可靠性高。

回转式制冷压缩机力矩变化小，平衡性好，振动小，运转平稳，从而操作简便，易于实现自动化。

回转式制冷压缩机在其适宜的制冷量范围内都具有较高的效率，如图0-1所示，制冷量在1.1kW以下时，滚动转子式制冷压缩机效率较好；制冷量在1~15kW范围内，涡旋式制冷压缩机效率最高；而制冷量大于15kW时，螺杆式制冷压缩机效率最好。因此回转式制冷压缩机的应用已进入活塞式制冷压缩机的世袭领地。

但是，回转式制冷压缩机也有它的缺点，这主要是它的运动机件表面多半呈曲面形状，这些曲面的加工及其检验均较复杂，有的还需要专用设备，因而制造成本较高。其次是回转式制冷压缩机运动机件之间或运动机件与固定机件之间，常以保持一定的运动间隙来达到密封，气体通过间隙势必引起泄漏，这就限制了回转式制冷压缩机难以达到较大的压比，因此大多数回转式压缩机多在空调工况下使用。还有螺杆式制冷压缩机噪声较高。

下面简述一下回转式压缩机的发展历史。

在螺杆式制冷压缩机的发展过程中，每一种新齿形的变革，都将引起螺杆压缩机效率的提高。因此，甚至有人说螺杆制冷压缩机的历史可以说是齿形的发展史，所以国内外一直特别重视螺杆齿形的开发与应用。

1934年瑞典皇家理工学院教授A. Lysholm对德国人H. Krigar的专利齿形进行了改进，提出了非对称齿形，并制成了第一台螺杆压缩机。后来SRM公司经过仔细研究，采用了1946年尼尔逊专利发明的对称圆弧齿形，这种齿形加工容易，适应了当时的制造水平，发展很快。在50~60年代齿形不断得到改进，其中西拜伊(LB. Schbbye)对A. Lysholm非对称齿形进行了改进，被SRM公司采用后又作了一些修改，使之成为70年代风行全球的SRM双边非对称齿形，使螺杆压缩机的效率得以很大提高。在此期间相继又出现了Atlas Copco公司的X齿形，

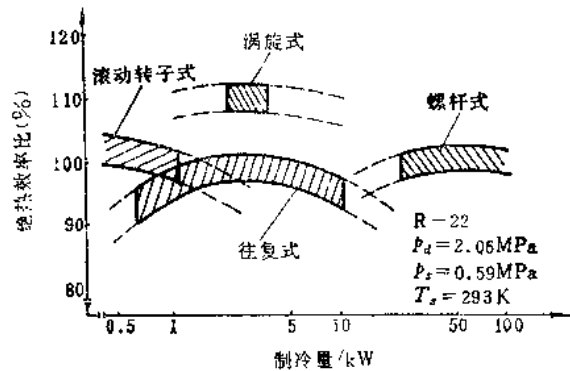


图0-1 各种压缩机绝热效率

德国Karsser公司的Sigma齿形，以及GHH公司的GHH齿形；还有日本神户制钢所的 α 齿形及 β 齿形，这些新齿形为螺杆制冷压缩机的飞跃发展打下了基础。

在齿形研究的同时，还对螺杆制冷压缩机内容积比无级调节，以及中间补气的经济器系统作了研究，这些新技术的推广使用，使螺杆制冷压缩机的热效率，已达到或超过相同容量的活塞式制冷压缩机的水平。

滚动转子式制冷压缩机从开始使用到现在大约有60年的历史，但长期以来使用不普遍，因而结构形式及品种都比较少。这种压缩机主要生产两种形式：一种是大型开启式，本世纪30年代由美国Vieter公司生产。目前只有瑞士的Esher Wyss公司生产这种压缩机，取名为Rotasco型。另一种是小型全封闭式压缩机，这种型式的压缩机主要是在第二次世界大战后才发展起来的，现在已在日本、美国等国家普遍使用，主要用于窗式空调器以及家用冰箱及冷柜中，特别是在家用窗式空调器中，日本自1967年以来，几乎完全采用了滚动转子式压缩机。

近年来滚动转子式制冷压缩机发展很快，大容量双缸压缩机也已研制出来，机器运转平稳，性能良好。

涡旋式制冷压缩机早在1905年由法国人Leon Creux首先发明，并获得美国专利。初期由于本身结构和精加工困难，未能得到实际应用。直至70年代美国的Arther D. Little公司进行了应用研究，在精加工方面取得了突破，成功地研制出一种二级氟气涡旋式压缩机，输气量为153m³/h，转速为1725r/min。后来日本三电（株）购买了该公司的专利，并于1982年制成汽车空调用涡旋式压缩机；1983年日立公司也成功地生产出制冷全封闭式压缩机，现在年产量已达32万台。我国也已研制成涡旋压缩机的样机。

总之，由于生产技术的发展，加工工艺水平的提高，研究工作进一步深化，数学模拟的改进，CAD/CAM技术的应用，回转式制冷压缩机将进入一个新的时代，期望会有一个革命性的发展。

第一章 螺杆式制冷压缩机概论与转子齿形

第一节 工作原理与特点

螺杆式压缩机是一种工作容积作回转运动的容积型压缩机械。其原理是1878年由德国人Krigar在一个鼓风机专利中提出的。直到1934年才为瑞典教授Lysholm所发展，并奠定了今天螺杆压缩机的基础。

螺杆压缩机按其用途与压缩介质的不同，分为动力、工艺、制冷等三类。而螺杆式制冷压缩机近年来逐渐取得了优势，成为现代广泛应用的一种制冷压缩机，在国内外得到飞速地发展。

如图1-1a所示，机体内配置一对相互啮合、具有旋向相反的螺旋形齿的转子，其齿面凸起的转子称为阳转子，齿面凹进的转子称为阴转子，转子的齿相当于活塞，齿槽、机体内壁面和端盖等共同构成的工作容积相当于气缸，机体的两端设有成对角线布置的吸入、排出口，随着转子以一定的传动比反向旋转，工作容积由于齿的侵入或脱开不断地发生变化，而完成其工作循环。

图1-1b为螺杆式制冷压缩机剖面图，由一对阴、阳转子、中间机体、吸排气端座、调节滑阀、轴承、轴封、平衡活塞等主要零部件组成。

互相啮合的转子，在每个运动周期内，分别有若干个相同的工作容积，依次进行相同的工作过程，只需研究其中某一工作容积的整个工作循环，就能了解压缩机工作的全貌，这一工作容积，称为基元容积。它由转子中的一对齿面、机体内壁面和端盖及其接触线所形成。

图1-2表示了基元容积的工作过程：

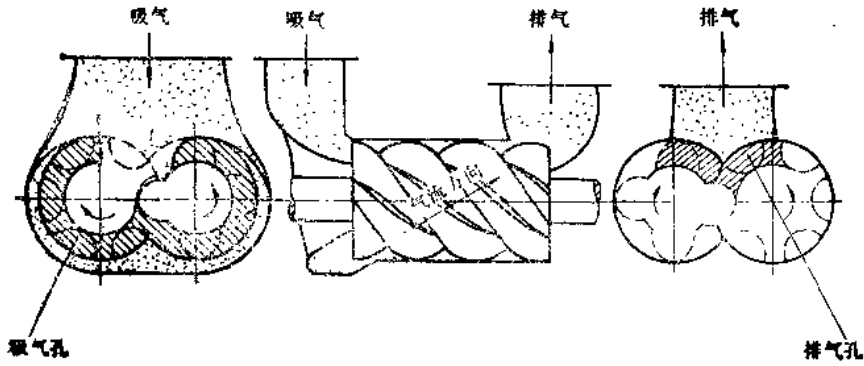
1) 当转子啮合旋转时，齿面彼此脱离的一侧，基元容积逐渐扩大，形成低压力区，与吸入孔口相通，进行吸入过程，基元容积内充满了气体。

2) 当转子旋转到一定角度时，基元容积越过吸入孔口位置，吸入过程结束，此后随着齿的互相挤入，基元容积向排出方向逐渐缩小，基元容积内压力上升，进行压缩气体过程。

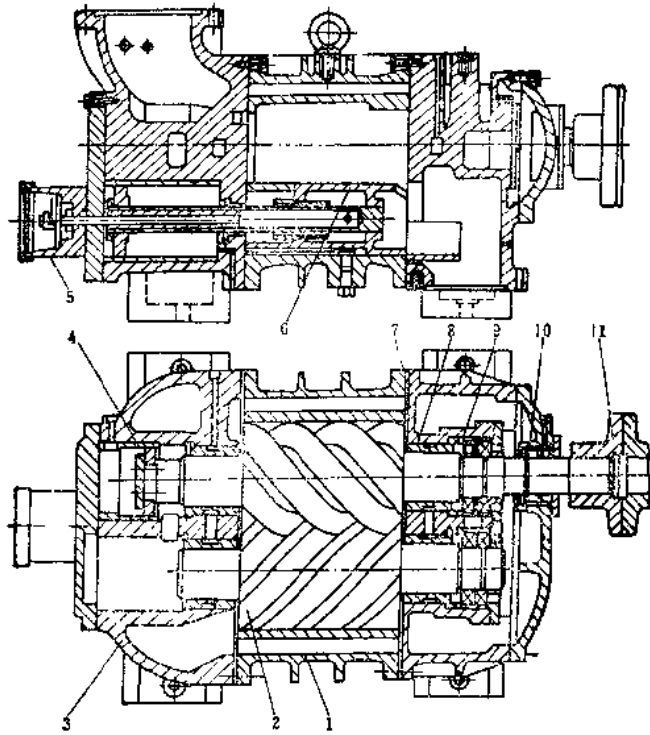
3) 当气体被压缩到一定内压力比时，基元容积与排出孔口相连通，进行排出气体过程，此时将压缩后的气体排至管道，直至齿啮合的极限位置，基元容积值等于零时，排气过程结束。

随着转子的连续旋转，上述吸气、压缩、排气过程循环进行，各个基元容积先后陆续工作，构成了螺杆式制冷压缩机的工作循环，由于转子的转速很高，可以认为气流输送是连续的。

从以上过程的分析可知，凸齿与凹齿彼此脱离的一侧，形成较低压力，在此位置基元容积与吸入孔口相通进行吸气，称为低压区，凸齿与凹齿彼此迎合嵌入的一侧，形成较高压力，当与排气孔口相通时则进行排气，称为高压区，低压区与高压区借助于机壳、转子相互啮合的接触线所隔开，可以粗略地认为两个转子的轴线平面是高压区与低压区的分界面。



a)



b)

图1-1 螺杆式压缩机

a) 螺杆式压缩机示意图 b) 螺杆式制冷压缩机剖面图

- 1—机体 2—阴、阳转子 3—吸气端座 4—平衡活塞 5—能量指示器 6—调节滑阀
7—排气端座 8—主轴承 9—径向推力轴承 10—轴封 11—联轴器

吸入基元容积内的气体，随着转子旋转时齿面接触线的推移，迫使容积缩小，压力升高，由吸入端向排出端作螺旋运动，因此吸入、排出孔口要成对角线布置，吸入孔口位于低压区的端部，排出孔口位于高压区的端部，这两个端部分别称为吸入端与排出端。

基元容积随着转子的旋转，完成吸气、压缩、排气的工作循环，基元容积 V 是转角 φ 的函数，即

$$V = V(\varphi)$$

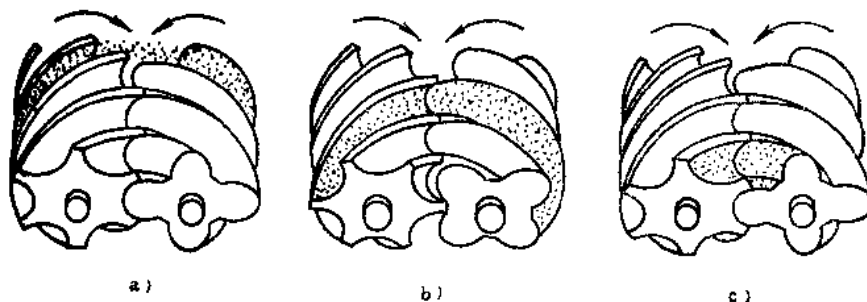


图1-2 基元容积的工作过程

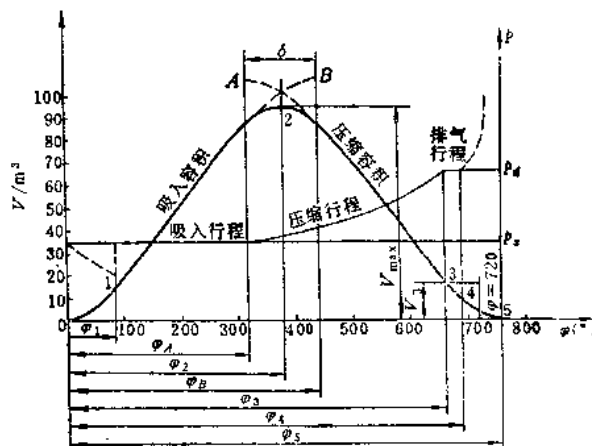
a) 吸气 b) 压缩 c) 排气

如图1-3所示，令基元容积 = 0 时

$$\varphi = 0$$

左边纵坐标为不同转角 φ 下相应的基元容积 V ，右边纵坐标表示压力 p ，图中曲线为基元容积 V 、压力 p 与转角 φ 的关系曲线。图中点2为基元容积与吸入孔口断开位置；点3为与排出孔口接通位置。

从图1-3可以清楚地了解基元容积整个工作循环。理想的情况是：当 $\varphi = 0$ 基元容积即将扩大的瞬时，就与吸入孔口接通，开始吸入气体。在 $\varphi = \varphi_2$ 基元容积达最大值 V_{max} 时，与吸入孔口断开，停止吸入气体，然后随着 φ 的增加，容积 V 逐渐缩小，压力 p 增大。当 $\varphi = \varphi_3$ 时，基元容积与排出孔口接通，开始排气；在 $\varphi = \varphi_5$ 时， $V = 0$ ，与排出孔口断开，终止排气。这样，基元容积经历了一个工作循环，可以认为

图1-3 基元容积 V 与转角 φ 的关系

$\varphi = 0 \sim \varphi_2$, $V = 0 \sim V_{max}$, 吸入过程；

$\varphi = \varphi_2 \sim \varphi_3$, $V = V_{max} \sim V_3$, 压缩过程；

$\varphi = \varphi_3 \sim \varphi_5$, $V = V_3 \sim 0$, 排出过程。

由于齿的扭曲，在一个齿间中，随着齿的脱开，基元容积 V 随 φ 而变化，在 B 点时，齿才完全脱离该齿间，但在另一端齿的嵌入于 A 点就已开始，且 A 点在 B 点之前，即

$$\varphi_A < \varphi_B$$

这一方面由于排气端齿的脱开，使基元容积增大，另一方面又由于吸气端齿的填塞使基元容积缩小，实际最大的吸气容积是点2，在 $\varphi_A \sim \varphi_B$ 内齿的填塞与脱开在一个齿间内同时发生，重叠了 δ 角，即

$$\delta = \varphi_B - \varphi_A$$

δ 称为重叠角，齿扭曲越大，则重叠角 δ 越大，反之，则 δ 减小，若 A 点在 B 点之后或者重

合时，重叠角消失。

若吸入开始不在 $\varphi = 0$ 之处，而是延迟至 $\varphi = \varphi_1$ 时，基元容积才与吸入孔口接通而吸入气体。这样，在 $\varphi = 0 \sim \varphi_1$ 这段转角内，基元容积内气体膨胀，压力下降而低于吸入孔口压力 p_s ，如图中虚线部分。当 $\varphi = \varphi_1$ 时的位置，与吸入孔口接通又产生定容压缩，使两者压力趋于相等后，才进入正常吸入过程，容积 V_1 称为吸入封闭容积，吸入封闭容积影响了正常充气，不但耗功，而且吸气量减少。

若排出终止位置，不在 $\varphi = \varphi_5$ 、 $V = 0$ 之处，而是提前至 $\varphi = \varphi_4$ ，基元容积就与排出孔口断开。这样，在 $\varphi = \varphi_4 \sim \varphi_5$ 内，基元容积内残存的气体随着容积的减小要被压缩至很高压力，如图中虚线部分，容积 V_4 称为排出封闭容积，排出封闭容积增大了耗功，影响了输气量，这种损耗比吸入封闭容积更为严重，无论是吸入封闭容积或排出封闭容积都是有害的，应设法消除或减小其影响。基元容积经吸入、压缩、排出一个工作循环周期的转角 φ ，大约为 720° 。

螺杆式制冷压缩机借助于转子啮合旋转及吸、排气孔口的合理布置，当齿与齿间脱开时，使基元容积充气，当齿填满齿间而接触线向前推移时，使基元容积减小，实现气体的压缩，然后排出具有一定内压力的气体。从气体压缩机理来看，它属于容积型，从主要机件运动方式上看它属于回转式，因此它兼有容积型与回转式的特点。

螺杆式制冷压缩机属于强制而又连续输气，压力、容量特性稳定，没有脉动，排气量几乎不随排气压力而变，在小排气量时不发生喘振现象，对变工况运行具有较好的适应性，对气体的密度不敏感。

它没有往复运动的惯性力，能做到转子的动态平衡，机座振动小，没有气阀与活塞环等易损零件，运行寿命长，维护管理简单。

它具有较高的转速，能与高速原动机直接相联，机件数量小，结构紧凑，重量轻，占地小，它可以在工作腔中喷液（油），转子之间、转子与固定机件之间形成一层液膜，使其具有排温低、单级压比高、噪声低、容积效率高等优点，同时对存在于被压缩介质中的杂质和液滴不敏感，适合于压缩含液滴、易液化的各种气体。

它采用了滑阀的能量及内容积比调节装置，来实行无级调节，满足各种变工况压比与空载启动的要求。

然而，螺杆式压缩机的技术开发，以及在制冷、低温方面的应用都刚刚起步，尚存在不少有待解决的问题，如转子齿形的设计与加工工艺，热力过程的完善，噪声的控制等，这些研究课题，早已引起了有关学者的兴趣，并做了大量的研究工作，已取得了可喜的突破。近年来，螺杆式制冷压缩机技术发展很快，其制冷系数、噪声级等指标接近或达到活塞式水平，在中等制冷量范围内的应用取得了信誉，而且机组系统逐渐更新，机器品种日益增加，制冷量向更低与更高的范围内延伸，不断地扩大了使用范围，并向不同的领域扩张，如螺杆式膨胀机、发动机、热泵等。总之，它已发展成为制冷机的主要型式之一。而且，这一发展还在继续。

第二节 转子齿形的要求

螺杆式制冷压缩机的主要工作零件是一对具有螺旋形齿的阴、阳转子，转子的齿面又称型面，型面为螺旋形的空间曲面，两齿相互啮合，其型面的接触线为空间曲线，随着转子的

旋转, 接触线由吸入端向排出端推移, 完成基元容积的吸入、压缩、排出的工作过程。所以说接触线是基元容积的活动边界, 它把齿间分成为两个不同的压力区, 这是一个空间啮合问题。

如以一平面与型面相交, 其相贯线为平面曲线, 而垂直于转子轴线的端部平面与型面相交而得的平面曲线, 在转子设计研究中非常重要, 称为端面型线, 本书通称的型线均指端面型线。型面的空间接触, 表现在端面上为型线接触, 两型线的接触点称为啮合点。不同时刻型线一系列位置啮合点在固定平面的轨迹, 称为啮合线, 它也是平面曲线, 同一时刻型面接触点的集合是接触线, 接触线在端面的投影一定落在啮合线上, 这样, 在研究转子的啮合时, 可先用平面的型线、啮合线代替处于空间的型面与接触线进行分析, 使空间的啮合问题简化为平面来讨论。因此对端面型线啮合原理的讨论占很重要的地位。

型线按一定要求组成转子端面齿形, 组成齿形的要求是什么? 这是首先要了解、研讨的重要问题, 一般指符合啮合原理, 以保证转子连续稳定地运转, 这是组成齿形的必要条件。在性能方面的要求是齿间面积充分大, 使面积利用度高, 利于液膜形成, 扰动损失小, 气密性好, 效率高。此外, 要有足够的强度与刚度, 以及良好的工艺性等。

上述要求是相互矛盾、相互制约的, 如性能要求与工艺、可靠性要求之间的矛盾, 以及性能指标间的矛盾。这些条件如何取舍, 是以往及今后齿形研究的中心问题。各种齿形就是为解决处理这些矛盾而产生和发展起来的。

本书仅就转子啮合连续稳定运转与气密性两个基本要求进行比较详细的讨论。其余的待以后章节中再分述之。

一、啮合基本定律

这是啮合原理中最基本的定律, 它提出了保证转子连续稳定地运转, 对型线啮合的基本要求, 所谓连续稳定运转, 就是保证两转子的瞬时角速度之比等于常数, 什么样的曲线啮合才能满足这一条件呢? 为解决这一问题, 我们首先分析一对型线 E_1 与 E_2 啮合运动的关系, 如图1-4所示:

设一对型线 E_1 与 E_2 分别与阳、阴转子固连, 并在 M 点啮合, 其 M 点的线速度分别为

$$\begin{aligned} u_{m1} &= \omega_1 \overline{O_1 M} = \omega_1 l_1 \\ u_{m2} &= \omega_2 \overline{O_2 M} = \omega_2 l_2 \\ \frac{\omega_1}{\omega_2} &= \frac{u_{m1} l_1}{u_{m2} l_2} \end{aligned} \quad (1-1)$$

式中 ω_1 、 ω_2 ——分别为阳、阴转子的瞬时角速度;
 O_1 、 O_2 ——分别为阳、阴转子的回转中心;
 l_1 、 l_2 ——分别为 O_1 、 O_2 至啮合点 M 的距离;

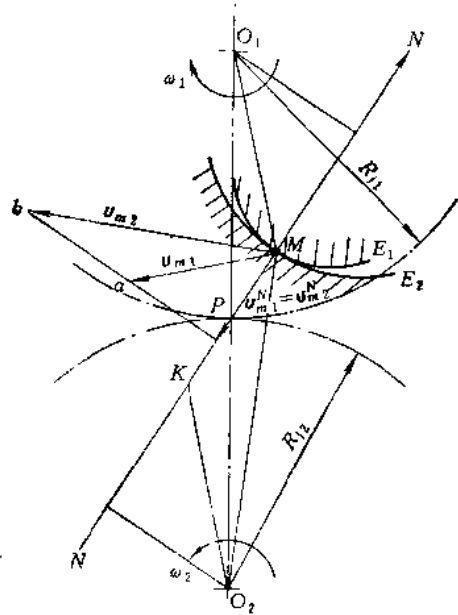


图1-4 一对型线啮合运动关系

u_{m_1} 、 u_{m_2} ——分别为阳、阴转子在啮合点的线速度。

过M点作 E_1 与 E_2 的公法线 NN 交 O_1O_2 于P点,由两型线连续啮合的条件导出, u_{m_1} 、 u_{m_2} 沿法线 NN 的分速 $u_{m_1}^n$ 、 $u_{m_2}^n$ 必相等,即

$$u_{m_1}^n = u_{m_2}^n$$

这样 u_{m_1} 、 u_{m_2} 端点a、b连线一定垂直 \overline{NN} ,再作直线 $\overline{O_2K}$ 平行 $\overline{O_1M}$,由 $\Delta MO_2K \sim \Delta bMa$ 得出

$$\frac{u_{m_1}}{u_{m_2}} = \frac{\overline{O_2K}}{\overline{O_1M}} = \frac{\overline{O_2K}}{l_2}$$

由 $\Delta PO_2K \sim \Delta PO_1M$ 得

$$\frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}} = \frac{\overline{O_2K}}{l_1}$$

合并以上两式,并代入式(1-1)得

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}} \quad (1-2)$$

分析上式可知:要使 $\omega_2/\omega_1 = \text{常数}$,必须使比值 $\overline{O_2P}/\overline{O_1P}$ 不变,即P应为中心联线的定比分点,该定点P称为节点,以 O_1 、 O_2 为圆心,过节点P所作的两个圆称为节圆,以 R_{j_1} 与 R_{j_2} 分别表示节圆半径,则有

$$\begin{aligned} \omega_1 R_{j_1} &= \omega_2 R_{j_2} \\ u_{p_1} &= u_{p_2} = u_p \end{aligned} \quad (1-3)$$

由上式可知,两转子在节点P的线速度相等,其节圆作纯滚动。

综合以上得出如下结论:要保证转子连续稳定地运转,即瞬时角速度之比 ω_1/ω_2 为常数,则两型线啮合点的公法线必须通过中心连线 $\overline{O_1O_2}$ 上定点P,此定点就是两节圆的切点。

上述啮合原理是设计选择型线对的依据,若已知一型线,可以根据啮合定律求出与之相属的另一型线,这样一对能够符合啮合定律的型线,称为共轭型线。理论上任一光顺型线,都可找到与之相啮合的共轭型线,但是还必须综合考虑其它条件的要求,常用来作为转子型线的有圆弧线、摆线、椭圆线、抛物线等二次曲线。

二、轴向气密性与横向气密性

螺杆式制冷压缩机工作时,借助于机件间的相互贴合来保证高压区与低压区的气密性。由于转动件与静止件之间存在着间隙,高压区的气体必然会往低压方向泄漏,其泄漏途径如图1-5所示:

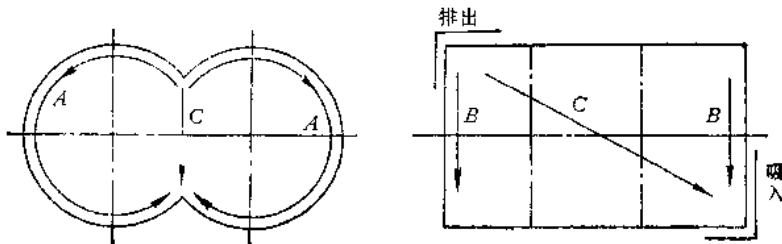


图1-5 气体泄漏的途径

A——气体沿转子外圆与机体内壁间的泄漏方向；B——气体沿转子端面与端盖间的泄漏方向；C——气体沿转子相互间的泄漏方向。A、B均为转子相对于固定机件间的泄漏，其气密性比较易于控制。因接触表面简单，且是固定的边界，只要在设计中恰当地选择配合间隙，就能保证足够的气密性，而转子相互间的C向气密性是靠型面接触线所形成的活动界壁来保证，不同的型线有不同的界壁，是型线设计研究必须考虑的重要指标，下面我们着重讨论沿C方向的气密性问题。

前已叙述过，基元容积内的气体随接触线的推移，由吸入孔口向排出孔口作对角线流动。气体的泄漏也必然沿这个相反方向（C向）发生，为了便于问题的研究，把这种对角线的泄漏分解为：沿转子轴线方向的泄漏与垂直于轴线方向的泄漏，前者称为轴向泄漏；后者称为径向泄漏或横向泄漏，在转子型线设计中，应设法保证这两个方向的气密性——轴向气密性与横向气密性。

应该具备什么样条件的型线，才能保证良好的轴向气密性与横向气密性呢？

如图1-6所示，设基元容积的活动边界——型面接触线为 $NM'H'DM'$ ，在端面投影为啮合线 $H'DNM'H'$ ， H 为机体内壁圆周交点， H' 为共轭型线开始啮合点，又称啮合顶点，若啮合顶点 H' 与机体内壁圆周交点 H 不重合，则在机体内壁顶部 HH' 与啮合顶点 H' 之间生成三角形的空洞区，此空洞区使处于不同压力下的相邻基元容积相互沟通，高压腔的气体沿这三角形空洞向低压腔产生轴向泄漏，这个空洞区又称为泄漏三角形。因此轴向气密性的条件是啮合顶点 H' 与机体内壁圆周交点 H 重合。这在实际中是不可能达到的，设计中要尽量使其接近，因此泄漏三角形面积的大小是判断轴向气密性好坏的重要指标。

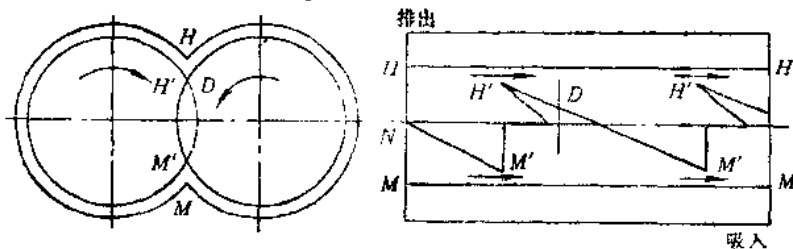


图1-6 轴向气密性与横向气密性

同时从图1-6中也可看出，若接触线在 D 点中断，表现在端面上的啮合线不封闭，气体要从中断处 D 由高压区向低压区产生横向泄漏。因此横向气密性的条件是型面接触线连续，或啮合线封闭。实际工作中，型面沿接触线存在着一定的间隙值，于是接触线又转化为泄漏的间隙面积，它既是密封线，又是泄漏线，接触线的长短，直接影响横向泄漏量的大小，为减少泄漏除控制间隙外，在型线设计中要注意尽量地缩短接触线长度，因此接触线的长短是衡量横向气密性的重要指标。

泄漏三角形面积与接触线长度，对于某一对其共轭型线是相互矛盾、相互制约的指标；泄漏三角形面积小的共轭型线必然接触线长，如何取舍？正确处理这一对指标的矛盾，使其总泄漏量最小，这是齿形优化设计的重要问题之一。

第三节 共轭型线及其啮合线

我们用相对运动的概念，来分析讨论转子之间的运动关系，由于瞬时传动比不变，转子啮合运动时，两个节圆作纯滚动，其相互滚动的节圆周是转子相对运动的瞬时中心轨迹线。如设想一个转子不动，另一转子的节圆相对于定转子的节圆作滚动，该动转子既绕自身轴线旋转，又绕定转子轴线公转，不同时刻，动转子的型线，形成了一族曲线，在正确啮合的条件下，定转子上与其相啮合的型线，要始终保持与这一族曲线相切，这些切点的集合，是该曲线族的包络线，显然，在滚动过程中，切点（啮合点）的公法线一定通过相对瞬心——节点。因此啮合运动关系满足啮合定律的要求，故两转子节圆作纯滚动时，其上已知型线所形成曲线族的包络线，就是需求的共轭型线，根据这一原理，我们不难直接从啮合定律或用微分几何的方法，求得共轭型线。这里我们主要采用微分几何的方法来研究共轭型线。为此，必须建立转子型线的一般方程及其坐标系之间的联系。此微分几何的方法又称包络法。

一、型线的一般方程及坐标系

如图1-7所示，在分析研究转子型线及其共轭型线时，采用如下坐标系：

- O_1 ——阳转子回转中心；
- O_2 ——阴转子回转中心；
- A ——两转子中心距；
- $x_0O_1y_0$ ——原点在 O_1 的静止坐标系；
- $x'_0O_2y'_0$ ——原点在 O_2 的静止坐标系；
- $x_1O_1y_1$ ——原点在 O_1 并与阳转子固定连接在一起的动坐标系；
- $x_2O_2y_2$ ——原点在 O_2 并与阴转子固定连接在一起的动坐标系。

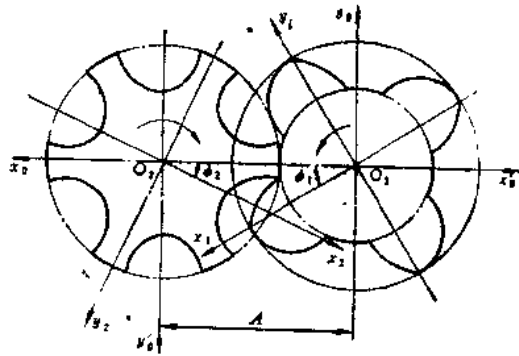


图1-7 转子坐标系

以上坐标系均处于转子端面上，它们之间的关系，表征转子相互运动的关系。

设 $x_1O_1y_1$ 相对于 $x_0O_1y_0$ 以 ω_1 作反时针旋转； $x_2O_2y_2$ 相对于 $x'_0O_2y'_0$ 以 ω_2 作顺时针旋转，两转子的节圆作纯滚动，它们传动比存在如下关系式：

$$\left. \begin{aligned} i_{21} &= \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_{J1}}{R_{J2}} \\ i_{12} &= \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_{J2}}{R_{J1}} \\ i_{21} &= 1/i_{12} \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

式中 φ_1 —— $x_1O_1y_1$ 相对于 $x_0O_1y_0$ 的转角；

φ_2 —— $x_2O_2y_2$ 相对于 $x'_0O_2y'_0$ 的转角；

R_{J1} 、 R_{J2} ——分别表示阳、阴转子的节圆半径。

平面上任一点位置，可以用上述四种不同的坐标系来表示。由于型线是与相应转子圆速，因此，通常用相应动坐标系来描述它。

阳转子的型线在 $x_1O_1y_1$ 坐标系中的一般方程式为

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_1(t) \\ y_1 &= y_1(t) \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

阴转子的型线在 $x_2O_2y_2$ 中的一般方程式为

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_2(t) \\ y_2 &= y_2(t) \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

式中 t ——型线的参变量。

上述方程式的具体函数关系，视型线类型而定。

研究两个转子啮合运动，往往已知一个转子的型线方程，利用啮合原理，求出另一个转子的共轭型线方程及其啮合特性。需要利用两个动坐标系之间的转换关系，现将如图1-6所示的坐标系之间的转换公式列出于下，详细推导可参考有关数学书。

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= x_1 \cos \varphi_1 + y_1 \sin \varphi_1 \\ y_0 &= -x_1 \sin \varphi_1 + y_1 \cos \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_0 \cos \varphi_1 - y_0 \sin \varphi_1 \\ y_1 &= x_0 \sin \varphi_1 + y_0 \cos \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x'_0 \cos \varphi_2 + y'_0 \sin \varphi_2 \\ y_2 &= -x'_0 \sin \varphi_2 + y'_0 \cos \varphi_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

$$\left. \begin{aligned} x'_0 &= x_2 \cos \varphi_2 - y_2 \sin \varphi_2 \\ y'_0 &= x_2 \sin \varphi_2 + y_2 \cos \varphi_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

$$\left. \begin{aligned} x'_0 &= A - x_1 \cos \varphi_1 - y_1 \sin \varphi_1 \\ y'_0 &= x_1 \sin \varphi_1 - y_1 \cos \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= A - x_2 \cos \varphi_2 + y_2 \sin \varphi_2 \\ y_0 &= -x_2 \sin \varphi_2 - y_2 \cos \varphi_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= A \cos \varphi_1 - x_2 \cos k\varphi_1 + y_2 \sin k\varphi_1 \\ y_1 &= A \sin \varphi_1 - x_2 \sin k\varphi_1 - y_2 \cos k\varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= A \cos \varphi_2 - x_1 \cos k\varphi_1 - y_1 \sin k\varphi_1 \\ y_2 &= -A \sin \varphi_2 + x_1 \sin k\varphi_1 - y_1 \cos k\varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

式中 $k = 1 + i_{21}$ 。

二、共轭型线方程式

若已知阴转子型线在 $x_2O_2y_2$ 中的参数方程为

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_2(t) \\ y_2 &= y_2(t) \end{aligned} \right\}$$

利用坐标转换公式 (2-13)，将其转换到 $x_1O_1y_1$ 坐标系中得

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_1(t, \varphi_1) \\ y_1 &= y_1(t, \varphi_1) \end{aligned} \right\}$$

若已知阳转子型线方程

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_1(t) \\ y_1 &= y_1(t) \end{aligned} \right\}$$

利用坐标转换公式 (2-14) 转换得

$$x_2 = x_2(t, \varphi_2)$$

$$y_2 = y_2(t, \varphi_2)$$

为便于讨论, 我们把上述转换而得的方程通写成

$$\left. \begin{aligned} x &= x(t, \varphi) \\ y &= y(t, \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

式中: t ——已知型线的参变量, 简称为型线参数;

φ ——新引入的变量, 表示不同时刻已知型线在转换后坐标系中的位置, 称为位置参数。

因此, 由原来已知一条曲线, 经过转换后得到一族曲线, 式 (1-15) 为曲线族方程式。消去参数 t , 可得一般曲线族方程式

$$F(x, y, \varphi) = 0$$

φ 取确定的值, 上式只联系 x 与 y 变量间的关系, 因而给出一条确定的曲线, 对应所有可能取值的 φ , 上式给出了一族平面曲线, 由微分几何中包络的概念可知, 曲线族的包络线在其每个点处都与族的一条曲线相切, 即包络线上的某一点 (x, y) 必与曲线族中 $\varphi = \varphi_0$ 的某一曲线

$$F(x, y, \varphi_0) = 0$$

相切, 式中 φ_0 由 (x, y) 所决定, 点 (x, y) 不同, 就对应不同的 φ_0 值, 因此 φ 是包络线上点 (x, y) 的函数, 有

$$\varphi = \varphi(x, y)$$

又包络线上一点 (x, y) , 是与曲线族相切的点, 同时必须满足曲线族方程, 因此有

$$F[x, y, \varphi(x, y)] = 0 \quad (1-16)$$

对曲线族中某一指定的曲线来说, φ 为常量, 因此视 φ 为常量时, 将式 (1-16) 两边求微分得

$$\frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy = 0 \quad (1-17)$$

又视 φ 为变量时, 将式 (1-16) 两边求微分得

$$\frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy + \frac{\partial F}{\partial \varphi} d\varphi = 0 \quad (1-17a)$$

由式 (1-17) 求出的 $\frac{dy}{dx}$, 为曲线族中某一过包络线上点 (x, y) 的曲线在点 (x, y) 的切线斜率, 而由式 (1-17a) 求出的 $\frac{dy}{dx}$, 为包络线上过点 (x, y) 的切线斜率, 根据包络定义, 以上求出的两个斜率 $\frac{dy}{dx}$ 应相等, 故由 (1-17) 代入 (1-17a) 得

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi} d\varphi = 0$$

若 $d\varphi = 0$, 则得出 φ 为常数, 它是曲线族中的一条曲线, 不是包络线, 所以要得到曲线族的包络线, 必须满足

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi} = 0 \quad (1-17b)$$

式 (1-17b) 为求包络线的补充条件。由式 (1-16) 与式 (1-17a) 联立消去 φ , 则得包络线方程式为