

刘增良 主编

模糊技术与应用丛书

# 模糊信息优化 处理技术及其应用

黄崇福 王家鼎 著



北京航空航天大学出版社

# 模糊信息优化处理技术及其应用

黄崇福 王家鼎 著

北京航空航天大学出版社

(京)新登字 166 号

## 内 容 简 介

本书较全面地介绍了模糊信息的特征,首次提出并论证了模糊信息不仅来自于度量尺度的模糊性,而且来自于样本知识的非完备性,从而为模糊集方法进入与人的主观情绪无关的领域铺平了道路。在此基础上,建立了非完备性模糊信息优化处理的理论,将信息分配方法发展成了信息扩展原理,并提供了一系列实用的方法和模型。主要内容有:模糊信息分析、信息分配、信息扩散、工程实际应用四个大的方面,还涉及到了模糊人工神经元网络和计算机仿真等一些较新的领域。本书是《模糊技术与应用丛书》之一,可供数学、物理、经济、管理、计算机、农林、地震、地质、气象等专业的科技人员、大学生和研究生使用。

## ABSTRACT

In this book ,we show the characteristic of fuzzy information, and firstly suggest and demonstrate that fuzziness of fuzzy information can come not only from scale for measuring, but also from incompleteness of sample knowledge. This view of point is useful to help us for constructing a road along which fuzzy methods can go into the fields that are unconnected to subjective emotion. On the fundamert basis, we establish the theory of fuzzy information optimization processing which is connected with incompleteness, and develop the method of information distribution to the principle of information diffusion with a series of practical means and models. Fuzzy information analyses, information distribution, information diffusion, and applications in engineering fields are the four main parts of this book. Some new realms as fuzzy neural networks and computer simulation are involved. This book is one of the *serial books on fuzzy technology and applications*. This is book for scientists, engineers, undergraduates and graduators on mathematics, physics, economics, management, computer, agriculture, forestry, seismology egology or meteorology.

## 模糊信息优化处理技术及其应用

MOHU XINXI YOUNHUA CHULI JISHU JIQI YINGYONG

黄崇福 王家鼎 著

责任编辑 王小青

北京航空航天大学出版社出版

新华书店总店科技发行所发行 各地新华书店经售

朝阳科普印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张:15.75 字数:386 千字

1995年2月第一版 1995年2月第一次印刷 印数:5000 册

ISBN 7-81012-530-3/TP·139 定价:16.00 元

## 《模糊技术与应用丛书》序

模糊技术在日本、美国、德国等高技术发达国家正在热火朝天地研究开发着，各种模糊芯片、模糊推理板等模糊产品相继问世，标志着一种新兴的模糊技术产业正在形成。

模糊技术能在信息时代得到如此快速的发展，这是由于模糊理论为信息革命提供了新的富有魅力的数学工具与手段，有许多长处。

其一，模糊技术给出了一套表现自然语义的理论和方法，使自然语言能够转化成机器可以“理解”和接受的东西，提高机器的活性。模糊理论将谱写出一种新的信息论，它要研究信息内容和意义的翻译和传递。

其二，模糊技术给出了模糊逻辑和近似推理的理论和方法，用简捷的软、硬件可以使机器更“聪明”，智能化程度更高。已经实现的家电模糊控制产品和工业模糊控制系统等可证实这一点。

其三，模糊理论比一般数学理论应用面更广，除自然科学和工程技术领域外，它将为社会、经济、哲学、心理、教育、管理等人文学科提供数学描述的语言和工具，将有力地促进软科学的科学化、定理化研究。

我国在模糊技术理论研究上享有很高的国际地位，开发利用也做了很多开创性的工作。只是在科技向产品转化这个关键环节上，我们的步伐显得有些缓慢，在国际竞争中面临着掉队的危险。《模糊技术与应用丛书》的编辑出版，用多本专著形式，分门别类地归纳总结了国内外模糊技术的研究成果和应用实例，详实地介绍了一系列模糊技术的工程应用方法和工程实现方法。这对推动我国模糊技术的传播与发展，对满足教学、科研与模糊产品开发的需要，对模糊技术的推广应用及产业化无疑是雪中送炭，必将产生积极的推动作用。

《模糊技术与应用丛书》名誉主编

江泽民

一九九四年三月于北京

## 《模糊技术与应用丛书》前言

模糊技术的研究开发目前正遇到了千载难逢的大好时机,国内外科技界、企业界和政府部门都特别关注着“模糊”领域。它既是一个学术热点,又是一个开发热点。

在自然科学、社会科学、工程技术的各个领域,都会涉及大量的模糊因素和模糊信息处理问题,模糊技术几乎渗透到了所有领域,列有模糊专题的较大型国际会议每年约有十多个,各种模糊技术成果和模糊产品也逐渐由实验室走向社会,有些已经取得了明显的社会效益和经济效益。象冶金、机械、石油、化工、电力、电子、轻工、能源、交通、医疗、卫生、农业、林业、地理、地质、水文、地震、气象、环保、建筑、行为科学、管理科学、法律、教育、军事科学等等,每个领域都有其成功的应用范例。比如:

- 在软科学方面,模糊技术已用到了投资决策、企业效益评估、区域发展规划、经济宏观调控、中、长期市场模糊预测等领域。模糊理论将大大促进软科学的科学化、定量化研究。
- 在地震科学方面,模糊技术已涉及到中长期地震预报、地震危险分析和潜在震源识别、地震灾害预测及减轻地震灾害对策等领域。
- 在工业过程控制方面,已实现了冶金炉窑模糊控制、化工过程模糊控制、水泥窑、玻璃窑模糊控制等等,模糊控制技术已经成为复杂系统控制的一种有效手段,大大拓宽了自动控制的应用范围。
- 在家电行业,已经实现了模糊洗衣机、模糊空调器等 40 余种模糊家电产品,产生了巨大的社会经济效益。
- 在人工智能与计算机高技术领域,已经出现了模糊推理机、模糊控制计算机、模糊专家系统、模糊数据库、模糊语音识别系统、图形文字模糊识别系统、模糊控制机器人等高技术产品,同时还出现了 F-prolog、Fuzzy-c 等语言系统。
- 在航空航天及军事领域,模糊技术已用到了飞行器对接、C<sup>3</sup>I 指挥自动化系统等方面。

.....

特别是近几年,各种模糊芯片、模糊技术开发工具等模糊软、硬件产品相继出现,预示着一种新兴的模糊产业正在崛起。

随着改革开放和企业对高新技术的渴求,模糊技术已越来越多地被我国科技人员和企业家所重视,大批科技人员开始了解并有意转向这一领域。高等院校,特

## 前　　言

别是工科院校开始在研究生、高年级大学生中开设有关模糊技术课程,企业界也希望能生产模糊产品,以求产品上档次。近几年来,模糊技术作为一项关键技术,已被列入国家和省市的多种攻关计划。1988年国家自然科学基金委员会作为重大基础研究项目,投资135万元支持了“模糊信息处理与机器智能”的研究,国内十几所高校和科研单位,数十名专家、教授、科技人员参加了这一研究工作,对推动我国模糊理论的系统研究起到了很大的作用。1994年国家经济贸易委员会作为国家技术开发项目专项投资上亿元开发模糊技术产品;国家技术监督局专门成立了模糊技术标准化工作组,制定各种模糊产品国家标准。这必将大大推进我国的模糊技术产业化进程。

为不失时机地推动模糊技术在我国的传播与发展,满足高等院校、科研单位、工矿企业,教学、科研与产品开发的需要,在北京航空航天大学出版社的大力支持下,我们有意识地组织了长期从事模糊技术研究开发的专家学者,编辑出版了这套《模糊技术与应用丛书》。

这套《丛书》将分门别类地归纳总结国内外模糊技术的理论成果和应用成果,重点介绍模糊技术的工程应用方法和工程实现方法。《丛书》的基本特点是:

1. 内容新。能及时反映模糊技术的最新研究成果。如模糊芯片、模糊推理板、模糊控制器、模糊洗衣机、模糊空调器、模糊技术开发工具等软、硬件成果。
2. 全面系统。《丛书》选题尽量覆盖模糊技术中的各活跃分支,并以通用方法为主。对已有应用的较成熟方法如模糊控制、模糊识别、模糊专家系统、模糊诊断、模糊信息处理、模糊控数据库、模糊预测、决策与规划等都将专题论述。每本书重点论述一个专题,一种方法。全套《丛书》贯穿一线,形成一套完整的模糊技术的工程应用方法专著系列。
3. 深入浅出,突出应用。每本书重点明确,有理论有应用。在论述方式上,原理、理论深入浅出,方法、实现详细具体,注重理论联系实际,适应工科教学和工程技术人员阅读。

我们希望这套《丛书》能满足教学、科研和产品开发应用的需要,希望能对我国模糊技术的发展及推广应用起到积极的作用。同时,我们也希望您能加入模糊技术的研究开发行列,希望您的研究、开发及应用成果能编入《模糊技术与应用丛书》。

《模糊技术与应用丛书》主编

刘增良

一九九四年三月于北京

## 《模糊信息优化处理技术及其应用》序

模糊信息优化处理理论是模糊系统分析理论的一个重要组成部分,其有关方法具有很大的实用价值。

人脑不仅能处理模糊信息,而且还能对它进行模糊的优化处理。这是人脑比现今的电脑在智能方面高明得多的重要原因之一。因此,要使模糊理论真正成为勾通数学和电脑的一座桥梁,必须深入研究模糊信息的特征、探讨模糊信息优化处理的数学理论和实用方法。

这本书紧紧抓住了模糊信息优化处理这一主题,从理论和实例两个方面进行了大量的研究工作,展示了模糊集理论在处理非完备知识样本、构造实用人工神经元网络、管理系统仿真、灾害风险分析等方面所具有的生命力。

尽管本书的许多研究仍处于起步阶段,而且,本书涉及的内容也不是模糊信息优化处理的全部,但是,将模糊信息优化处理作为一个专题进行较全面的研究,确实能给人们以收获和启迪。要完整地论述模糊信息优化处理理论和方法,可能需要许多本专著。

这本书的撰著过程是严肃认真的。作者结合自己从事研究与应用的经验,发展了信息分配方法,提出了信息扩散原理,建立了自学习多元离散回归等模型,为建立模糊信息优化处理理论奠定了基础。

本书的问世,将对模糊集理论和应用起积极的推动作用。愿模糊信息优化处理的研究能取得更大的成果!

江泽庄

1994年3月于北京

## 目 录

# 目 录

《模糊技术与应用丛书》序

《模糊技术与应用丛书》前言

《模糊信息优化处理技术及其应用》序

## 上篇 模糊信息优化处理理论

### 第一章 模糊信息分析

1.1 信息与信息科学 .....	(1)
1.2 模糊信息及其特征 .....	(5)
1.3 模糊信息处理的基础理论和常用方法.....	(11)

### 第二章 信息分配

2.1 信息分配概念的产生.....	(24)
2.2 一维线性信息分配及其数值证明.....	(29)
2.3 基于信息分配的模糊关系矩阵 $R$ .....	(34)
2.4 用 $R$ 进行的模糊近似推理 .....	(40)

### 第三章 信息扩散原理

3.1 信息扩散.....	(42)
3.2 信息扩散原理.....	(47)
3.3 二次型扩散方式.....	(53)
3.4 正态扩散方式.....	(58)
3.5 自学习多元离散回归模型.....	(62)

## 下篇 模糊信息优化处理方法的应用

### 第四章 简单信息分配方法的应用

4.1 信息矩阵构造技术.....	(67)
4.2 不可测因素和可测因素间模糊关系的识别.....	(78)
4.3 可测因素间模糊关系的识别.....	(83)
4.4 定性影响的量化分析.....	(87)
4.5 专家经验的量化模型.....	(92)

## 目 录

### 第五章 地质灾害分析中的模糊信息优化处理

5.1 黄土斜坡稳定性评价	(99)
5.2 砂土震动液化势的判别	(104)
5.3 黄土湿陷性评价	(109)
5.4 轻亚粘土震动液化势的判断	(112)
5.5 泥石流危险等级的评价	(117)
5.6 水土流失强度分区讨论	(121)
5.7 兰州市综合地质灾害评价	(124)

### 第六章 震害预测中的模糊信息优化处理

6.1 结构动力反应与震害关系的模糊识别	(128)
6.2 震害预测的模糊贴近类比方法	(135)
6.3 民房震害预测专家评定统计模型	(140)

### 第七章 风险评价的模糊数学方法

7.1 城市自然灾害风险评价的一级模型	(145)
7.2 城市自然灾害风险评价的二级模型	(149)
7.3 城市地震灾害风险评价的数学模型	(153)
7.4 区域地震综合防御体系的模糊数学模型及其能力估价与对策	(159)

### 第八章 以信息扩散原理为基础构成的模糊人工神经元网络

8.1 计算思维的定义	(170)
8.2 BP 网络的构造和评述	(177)
8.3 因素状态空间上的 BP 网络	(181)
8.4 正态扩散与因素状态 BP 网络的结合	(184)
8.5 用因素状态 BP 人工神经元网络识别震中烈度	(187)
8.6 用因素状态 BP 人工神经元网络由余震区长度进行震级估计	(192)

### 第九章 管理系统仿真中的模糊信息优化处理

9.1 管理系统仿真	(196)
9.2 管理系统的模糊特性	(198)
9.3 用信息扩散原理实现仿真输入的非参数化	(199)
9.4 系统仿真的集值化模糊处理方法	(206)
9.5 以语言概率为输入的系统仿真方法	(220)
9.6 基于 DEDS 理论的模糊仿真模型	(225)

参考文献 ..... (234)

后记 ..... (241)

# 上篇

## 模糊信息优化处理理论

本篇为全书的基础理论部分,对模糊信息的特征作了较全面的分析,阐述了已被工程界广为接受的信息分配的实质和较全面的理论表述,初步建立了信息扩散原理的理论框架,提出了一些实用的信息扩散模型。



# 第一章

## 模糊信息分析

### 1.1 信息与信息科学

#### 1.1.1 人类与信息

世人谈及信息,远非自今日起。据《新辞源》考证,一千多年前,我国唐代就曾有“梦断美人沉信息,日空长路倚楼台”的诗句。这恐怕是“信息”一词见诸文字的最早的记载。

然而,人类从它诞生的那天起,事实上就一直在不停地同信息打交道。人类在进化的过程中所形成的感觉器官、语言器官、神经系统和思维器官等等,就是专门为了同信息打交道而造就的。因此,这些器官又可称作信息器官。可见,人类同信息打交道的历史,至少和人类自身的历史一样悠久。

人类不但通过自己“天生的”信息器官来同信息打交道,而且还在长期的实践中创造了许多方法,发明了许多技术来延长、增强和扩展自己天生信息器官的功能。例如,蚩尤同黄帝作战,利用大雾来掩蔽信息;黄帝发明了指南车,增强了人们识别方向信息的能力;烽火告警,使古人传递信息的速度加快。后来,又创造了文学,发明了纸张和印刷术,使人脑存贮信息的功能得到了延长。算盘、手摇机械计算机都可以增强人脑处理信息的能力,使计算的速度和精度提高。再如,望远镜、显微镜的发明,使人类感受信息的能力得到扩展。

不过,人们开始认真研究信息问题,大约是本世纪 40 年代末的事情。由于第二次世界大战的刺激和推动,到 1948 年前后,一群与信息有关的新学科和新技术相继脱颖而出。这就是信息论、控制论、系统论和计算机技术。

#### 1.1.2 狹义信息论

谈到信息科学,人们常提到克劳特·仙农(C. E. Shannon)和他发表的一篇著名的论文《通信的数学理论》<sup>[1]</sup>。同时,人们还提到美国的另一位数学家诺伯特·维纳(N. Wiener)以及他发表的题为《时间序列的外推、内插和平滑化》<sup>[2]</sup>的论文和题为《控制论》<sup>[3]</sup>的专著。仙农在狭义信息论方面能获殊荣,主要在于他的论文还给出了信息传输问题的一系列重要结果,建立了比较完整的信息理论。这就是仙农信息论,也叫狭义信息论。

狭义信息论能够建立起来,首先得益于它采用了当时崭新的自然科学思想方法——非决定论观点。

我们知道,在科学史上,拉普拉斯(P. S. M. Laplace)的决定论的观点长期处于统治地位。这种观点认为,世界上一切事物的运动都严格地遵从一定的机械规律。因此,只要知道了它的原因,就可以唯一地决定它的结果;反过来,只要知道了它的结果,也就可以唯一地决定它的原因。或者,只要知道了某个事物的初始条件和运动规律,就可以唯一地确定它在各个时刻的运动状态。这种观点只承认必然性,排斥、否认偶然性。

随着科学的发展,人们认识到,客观事物不可能是完全机械的重复,事物的发生和发展往往受着必然性和偶然性的支配;只是在某些场合,偶然性因素的影响可能不是那么显著,因而在一定的条件下可以忽略。

在信息传输的场合,一切信息的发生都带有偶然性、随机性。因此,在设计通信系统时,设计者所注重的应当是大量通信活动的统计性质,而不可能只去关心某一次具体通信活动的情况。这是自然的,因为在设计某个通信系统时,设计者并不知道哪些人将会使用这个系统。据此,仙农自然采用了概率论的方法去研究它所关心的信息传输问题。由于这种数学工具更符合实际。因此,它的观点和方法就比以往的研究更科学、更进步、更有效,因而也就更有吸引力。

在研究中人们发现,若要对广义信息进行数学描述和度量,将会遇到极大的困难。仙农看出了通信的秘密。他说,通信只不过是信息的传输,因此可以把它看作是“在通信的一端精确地或近似地复现另一端所挑选的消息……,至于通信的语义方面的问题,与工程方面的问题是没有关系的。”也就是说,由于通信的任务只是单纯地复制消息,并不需要对信息的语义作任何处理和判断。因此,只要在通信接收端把发送端发出的消息从形式上复制出来,也就同时复现了它的语义内容。这就得到一个宝贵的启示:在描述和度量通信中的信息时,我们可以只考虑形式的因素。这种排除语义因素的方法,事实上就是假定各信息的语义信息量是恒定不变的,且在数值上令它等于1,因而在狭义信息量的公式中不会出现<sup>[4]</sup>。

狭义信息论建立的另一个重要基础就是把信息看作是一种用来消除通信对方知识上的不定性的东西。

统计热力学中正好有一个“熵”的概念,它是用来对物理系统的无组织(或紊乱)程度进行度量的量。而这种无组织情况,就是序的不定性的表现,所以熵也被视为一种不定性的数值度量。

信息是一种被清除了的不定性,因此可以看作是“负熵”。

仙农和维纳都从数学上证明了:如果某系统(或随机现象)具有几种独立的可能状态(或结果): $x_1, x_2, \dots, x_n$ ,每一状态出现的概率分别为 $p(x_1), p(x_2), \dots, p(x_n)$ ,且 $\sum_{i=1}^n p(x_i) = 1$ ,那么,它的某个状态所具有的不定性数量为:

$$h(x_i) = -\log p(x_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.1.1)$$

而整个系统的各个状态所具有的平均不定性数量就是 $h(x_i)$ 的数学期望,记 $H(x_i)$ :

$$H(x_i) = \sum_{i=1}^n p(x_i)h(x_i) = -\sum_{i=1}^n p(x_i)\log p(x_i) \quad (1.1.2)$$

这正是统计热力学的熵函数。全部狭义信息论,就是建立在公式 $h(x_i)$ 和 $H(x_i)$ 的基础之上。

### 1.1.3 狹义信息论的局限

在建立狭义信息论时,人们再三强调两个重要的观点:统计不定性和信息形式化。其实,形

式化是更为基本的约定,因为只有排除了信息的语义和价值的因素,才有可能应用统计数学方法来解决问题。所以,形式化是狭义信息论的优点,是它的高明之处;然而,这又是它的缺点,是它受局限的根源。事实上,任何实际的信息都包含着一定的信息结构,而狭义信息论却回避了这一点。因此,它必然会在许多场合遇到困难。

我们来考虑一个简单的实际情况:我们要发一份包含  $n$  个二进数字(0,1)的电报,假定没有剩余,于是,电报含  $n$  比特信息。现在,假定发生了新的情况:发完这份电报后,发报人又加进一位二进数字,它的意思是:

0——刚才这份电报全错,

1——电报完全正确可用。

按照狭义信息论,这意味着仅仅加了 1 比特信息,变成了  $(n+1)$  比特。显然,这与实际情况并不符合。实际上,倘若原来的报文是正确的,则

“0”否定了电报中的全部信息,是负信息;

“1”则只加进了剩余,并没有说明什么新的东西。

反之,倘若原来的报文实际是错的,最后的一个“0”意义很大,“1”则将造成损失,是负信息。可是,狭义信息论认为信息永远是正量,绝对没有负信息。这是一个明显的矛盾。

又比如计算机,在某些情况下,它可以保留输入数据所包含的全部信息;在另一些情况下,则可能引入近似计算而丢失一部分信息。因此,按照狭义信息论的观点,计算机不会增加任何新的信息(只不过是用另一种语言去重复它),甚至还会损失信息。但是,从实际使用的观点看,计算机肯定增加了信息的使用价值,从而使它对信息使用者更为可用。

诸多例子都说明,由于狭义信息论不考虑信息的效用和价值,就使它的应用受到了限制。

近年来,人们对信息的研究已不再满足限于狭义信息论的范围,正在建立一门广义的信息科学理论。一般认为,它是在狭义信息论、控制论、计算机科学、仿生学、人工智能和系统工程学的基础上发展起来的边缘学科,它以广义的信息,即人类感官或借助于工具所能感知的一切有意义的东西为主要研究对象,以计算机等技术为主要研究工具,以扩展人类的信息功能(特别是智力功能)为主要研究目标。它的任务是研究信息的性质,研究机器、生物和人类关于信息的取得、存贮、变换、传递、处理、利用和控制的一般规律,设计和制造各种智能信息处理和控制设备,实现操作的自动化,进而实现部分脑力劳动的机器自动化,不仅把人手而且把人脑逐步从自然力的束缚下尽可能地解放出来,去从事更富有创造性的劳动。

广义信息科学的一个重要组成部分是模糊信息的研究。

## 1.2 模糊信息及其特征

### 1.2.1 狹义模糊信息理论

谈到模糊信息理论,人们自然要提到模糊集合论的创始人,美国著名控制论专家扎德(L.A. Zadeh)和他开创性的论文《模糊集合》<sup>[5]</sup>,他建立了一套用严格的数学方法来描述模糊现象的理论体系。

一般认为,现代数学的研究对象是一般的集合,各种空间和流形,它们都能用集合和映射的概念统一起来<sup>[6]</sup>。模糊集合论正是在这两个最基本的概念上建立起来的。

设  $U$  表示一些对象的集合, 称之为论域。对于  $U$  的一个子集  $A$ , 我们可以用它的特征函数来表示。令

$$\chi_A(u) = \begin{cases} 1 & u \in A \\ 0 & u \in A^c \end{cases} \quad (1.2.1)$$

其中  $A^c = U - A$  是  $A$  的余集,  $\chi_A$  是定义于  $U$  上取值于  $\{0, 1\}$  的函数, 称为集合  $A$  的特征函数。 $\chi_A$  明确表示了集合  $A$ 。对于  $u \in U$ , 若  $\chi_A(u) = 1$ , 则说  $u$  是  $A$  中的元素; 若  $\chi_A(u) = 0$ , 则说  $u$  不是  $A$  中的元素。由此出发, 扎德给出模糊集合的定义如下:

**定义 1.2.1** 设  $U$  是论域,  $U$  上的一个模糊集合  $A$  由  $U$  到  $[0, 1]$  区间的一个映射

$$\mu_A: U \rightarrow [0, 1]$$

表示。对于  $u \in U$ ,  $\mu_A(u)$  称为  $u$  对  $A$  的隶属度, 而  $\mu_A$  称为  $A$  的隶属函数。也称  $A$  为模糊子集。

据此, 随后不久, 扎德就提出了模糊事件的概率和熵的概念<sup>[7]</sup>。

**定义 1.2.2** 设  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  是一个概率场,  $\mathcal{A}$  为  $\Omega$  中的波雷尔集构成的  $\sigma$ -域。所谓  $\Omega$  中的模糊事件  $A$ , 就是隶属函数  $\mu_A(x)$  为波雷尔可测函数。

**定义 1.2.3** 模糊事件  $A$  的概率定义为:

$$P(A) = \int_{\Omega} \mu_A(x) dP = E(\mu_A(x)) \quad (1.2.2)$$

这里积分为勒贝格—斯蒂尔吉斯积分, 它的存在是由  $\mu_A(x)$  为波雷尔可测这一假定来保证的。

**定义 1.2.4** 模糊事件  $A$  的熵定义为:

$$H(A) = - \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i) p_i \log p_i \quad (1.2.3)$$

其中  $A$  为  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  中的模糊事件。

显然, 若对一切  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 均有  $\mu_A(x_i) = 1$ , 即若  $A = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , 则式(1.2.3)变为式(1.1.2); 若仅存在某一  $x_i$ , 使  $\mu_A(x_i) = 1$ , 而  $j \neq i$  时均有  $\mu_A(x_j) = 0$ , 则式(1.2.3)变为式(1.1.1)。可见, 一般概率熵是模糊事件概率熵的特例, 说明扎德的扩充是良性扩充。

于是, 迪鲁卡(A. Deluca)等在 1972 年提出用模糊熵函数作为一种具体的模糊测度<sup>[8]</sup>, 用以作为一个模糊集的某种量化信息。

**定义 1.2.5** 设  $X$  是论域,  $\mathcal{F}(X)$  是  $X$  上的模糊子集全体所形成的完全分配格, 若

$$d(\cdot): \mathcal{F}(X) \rightarrow [0, 1]$$

是模糊子集的模糊性度量指标, 则  $d(\cdot)$  至少满足以下三条:

(1)  $\forall A \subset X$ , 有  $d(A) = 0$ ;

(2) 若  $\mu_A(x) = \frac{1}{2}$ , 则  $d(A) = 1$ ;

(3) 若  $B$  是  $A$  的某种锐化形式, 即对于  $\mu_A(x) \leq \frac{1}{2}$ , 有  $\mu_B(x) \leq \mu_A(x)$ , 而对  $\mu_A(x) \geq \frac{1}{2}$ , 有  $\mu_B(x) \geq \mu_A(x)$ , 则  $d(B) \leq d(A)$ 。

显然, 定义 1.2.5 的条件很弱, 有许多函数都能够满足, 熵函数就是其中之一。若  $X$  是有限论域  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , 则

$$\begin{aligned} d(A) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S(\mu_A(x_i)) \\ &= -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{\mu_A(x_i) \log \mu_A(x_i) - [1 - \mu_A(x_i)] \log [1 - \mu_A(x_i)]\} \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

浅居喜代治等,从1976年起,直接平行于狭义信息论,对模糊信息开展了大量的研究<sup>[9-12]</sup>。他们的主要兴趣是:视模糊集观测值为模糊信息,用其来作为模糊意志决定的依据,探讨建立与传统统计决策相对应的模糊统计决策理论。

通常的统计决策问题用 $\langle S, D, P(s_k), U(d_j, s_k) \rangle$ 表示,其中, $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ 是自然状态的集合, $D = \{d_1, d_2, \dots, d_r\}$ 是行动的集合, $P(s_k)$ 是自然状态 $s_k$ 的先验概率,而 $U(d_j, s_k)$ 是 $D \times S$ 上的效用函数。

一般, $U(d_j, s_k)$ 用矩阵表示。它说明在自然状态 $s_k$ 时,采取行动 $d_j$ 能得到的效用。 $P(s_k)$ 可看成自然状态 $s_k$ 得以怎样的比例发生的先验信息。问题是这时候决策人应采取怎样的行动 $d_j$ 。

**定义 1.2.6** 行动 $d_j$ 的期望效用定义为:

$$U(d_j) = \sum_{k=1}^n U(d_j, s_k)P(s_k) \quad (1.2.5)$$

最佳行动 $d^0$ 定义为使期望效用最大的行动,即

$$U(d^0) = \max U(d_j) \quad (1.2.6)$$

考虑上面的决策问题有追加信息的场合。即假定有一个信息源 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ ,其中 $x_i$ 是观测值,而自然状态 $s_k$ 为真时的条件概率 $f(x_i | s_k)$ 已给出。则由信息 $x_i$ 用贝叶斯法则计算如下的后验概率:

$$P(s_k | x_i) = \frac{f(x_i | s_k)P(s_k)}{f(x_i)} \quad (1.2.7)$$

$$\text{其中: } f(x_i) = \sum_{k=1}^n f(x_i | s_k)P(s_k) \quad (1.2.8)$$

这意味着由于得到信息 $x_i$ ,自然状态的概率从 $P(s_k)$ 变成了 $P(s_k | x_i)$ 。这样,得到某一信息 $x_i$ 后的决策问题就成为如下的样子。

**定义 1.2.7** 得到信息 $x_i$ 后行动 $d_j$ 的期望效用定义为:

$$U(d_j | x_i) = \sum_{k=1}^n U(d_j, s_k)P(s_k | x_i) \quad (1.2.9)$$

这时,最佳行动 $d_{x_i}^0$ 定义为:

$$U(d_{x_i}^0 | x_i) = \max U(d_j | x_i) \quad (1.2.10)$$

而所谓模糊信息源,就是说信息源 $X$ 是一些模糊集合的集,而不再是简单的观测值 $x_i$ 。

**定义 1.2.8**  $X$ 上的模糊集合 $M_i$ 叫做模糊信息 $M_i$ ,集合 $\{M_1, M_2, \dots, M_g\}$ 叫做模糊信息源 $M$ 。

由定义 1.2.3,在模糊信息 $M_i$ 的条件下,试(1.2.7)可改写为:

$$P(s_k | M_i) = \frac{\sum_{j=1}^m f(x_j | s_k) \mu_{M_i}(x_j)P(s_k)}{f(M_i)} \quad (1.2.11)$$

$$\text{其中: } f(M_i) = \sum_{j=1}^m \mu_{M_i}(x_j)f(x_j) \quad (1.2.12)$$

更进一步,浅居喜代治等用定义 1.2.4 的模糊熵概念探讨了模糊信息“Very  $M$ = $M^2$ ”与 $M$ 的关系

**定义 1.2.9** 模糊信息  $\underline{M}$  给定时, 状态  $S$  的熵用

$$H(S|\underline{M}) = - \sum_{k=1}^n P(s_k|\underline{M}) \log P(s_k|\underline{M}) \quad (1.2.13)$$

来表示。

这个熵表示自然状态  $S$  的不确定性。可以证明<sup>[18]</sup>:

$$H(S|\underline{M}) - H(S|\underline{M}^2) \geq 0 \quad (1.2.14)$$

这说明, 模糊信息  $\underline{M}^2$  比  $\underline{M}$  更多地减少状态  $S$  的熵的意义下给出了更多的信息。或者说, 得到模糊信息 Very  $\underline{M}$  比得到模糊信息  $\underline{M}$  时状态的不确定性要小。

## 1.2.2 狹义模糊信息论的局限

狹义模糊信息论事实上还是属于概率信息论的范畴, 它没有突破本章 1.1.3 节中所述一般狹义信息论的局限, 而且还有一些它自身的问题。

记  $\underline{M}$  是论域  $X$  上的一个模糊集,  $M$  是  $X$  上对应于  $\underline{M}$  的普通集, 令

$$M = \{x | \mu_{\underline{M}}(x) = 1, x \in X\} \quad (1.2.15)$$

则必有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M^n = M \quad (1.2.16)$$

从而由式(1.2.14)可以推知: 普通集能提供比模糊集更多的信息。而普通集包括  $M = \emptyset$  和  $M$  为单点集时的情况。这就与众所周知的用隶属度描述事物的中介过渡性质, 意味着描述者对所描述的现象占有更多的信息这一事实相矛盾。事实上, 盲目地将中介过渡的事物割断, 划分成绝对的“是”与“非”, 确定是抛弃了事物的中介过渡信息, 造成了信息的损失。

显然, 狹义模糊信息论只能用来处理从概率意义上讲更加不确定的模糊信息, 而不能真正描述一般意义下人们所感觉到的众多的模糊信息。我们更不能寄希望于利用它使模糊信息在某些场合发挥比分明信息更大的作用。

在扎德引入模糊事件的熵的定义时, 既没有提及模糊熵与模糊信息的关系, 更没有称它就是模糊信息的量化数值。在后来扎德提到用近似推理法处理不精确的、不完全的、不全然可靠的模糊信息<sup>[14]</sup>时, 也没有采用熵的方式去描述什么叫模糊信息。更多的情况下, 扎德事实上是把已知真值的模糊条件命题和一个模糊前题视为了模糊信息<sup>[15]</sup>, 并且建议在可能性理论<sup>[16]</sup>和模糊逻辑<sup>[17]</sup>的框架下展开讨论, 而且他还具体地提出了模糊三段论法的研究方式<sup>[18]</sup>。在这种意义下来解释模糊信息, 则汪培庄教授等提出真值流推理理论<sup>[19]</sup>也可称之为信息流推理, 而集值统计方法<sup>[20]</sup>和因素空间理论<sup>[21]</sup>又为进一步更有效地处理模糊信息提供了数学理论。

如果说传统的信息科学曾长期在狹义信息论的范围内开展工作, 只考虑信息的传输形式, 而对信息本身的结构和语义避而远之, 那么, 可以认为, 模糊信息的研究几乎在狹义方面还没有喘息一下就走向了广义。

就拿 1984 年在美国夏威夷召开的“第一届模糊信息处理国际会议”来说, 其模糊信息的范围已广及专家系统、信息检索、Fuzzy 数据库、模式识别、计算机视觉、人机系统、决策理论、控制与模型、运筹等领域。而在以后的国际动态中, 模糊信息处理又更多地与人工智能发生了联系, 这就不得不更多地考虑信息的结构和语义等问题。

一般来说, 广义模糊信息的研究范围包括: