

现代理论物理导论

第二卷：量子理论与统计物理学

[美] E. G. 哈里斯 著
何建鄂 译

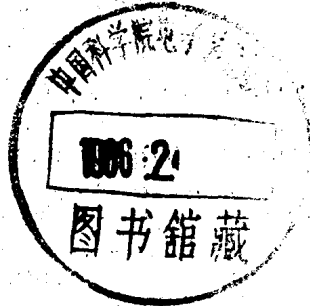
上海科学技术出版社

现代理论物理导论

第二卷：量子理论与统计物理学

[美] E. G. 哈里斯 著

何建鄂 译



上海科学技术出版社

8610076

DT 70/30¹²
内 容 提 要

正如作者在前言中指出的那样，本书的目的之一是将现代物理的各门学科作为一个整体来讲授。前后呼应、融为一体，这是本书的一大特色。另外，取材精练、由浅入深，同时兼顾历史发展和最新成就，亦是本书的长处。

全书分为两卷，第二卷是量子理论与统计物理学。包括量子力学的历史与原理，某些可解问题与对称性，干涉现象，近似方法，非相对论量子力学的某些应用，相对论波动方程，二次量子化，基本粒子及其相互作用以及热力学，平衡态统计力学及其应用，气体分子运动论和集体现象。

本书可供大学物理系高年级学生、研究生作为教材或参考书，也可供有关专业科研人员和教师作为参考资料。

原书印刷错误较多，亦有错漏之处，译文已尽力更正。

Introduction to Modern Theoretical
Physics

Volume II: Quantum Theory and
Statistical Physics

[美] Edward G. Harris
John Wiley & Sons, 1975

现代理论物理导论

第二卷：量子理论与统计物理学

[美] E. G. 哈里斯 著

何建鄂 译

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

总发行所上海发行所发行 上海商务印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 13.75 字数 305,000

1985 年 7 月第 1 版 1985 年 7 月第 1 次印刷

印数：1—5,000

统一书号：13119·1238 定价：2.80 元

070-102

目 录

第四部分 量子理论

第十四章 量子力学的历史与原理	1
§ 1 量子理论发展的简短历史回顾	1
§ 2 量子力学原理	14
第十五章 量子力学中的某些可解问题	25
§ 1 磁场中的自旋 $\frac{1}{2}$ 粒子	25
§ 2 坐标和动量算符;自由粒子	33
§ 3 谐振子	39
§ 4 与时间有关的均匀电场中的荷电粒子	47
§ 5 在均匀磁场中的荷电粒子	50
§ 6 氢原子	52
第十六章 量子力学中的对称性	63
§ 1 位移和线性动量	63
§ 2 转动和角动量	65
§ 3 角动量的相加	77
§ 4 空间反演和宇称;时间反转	81
§ 5 动力学对称性	86
§ 6 规范变换	87
§ 7 全同粒子	89
第十七章 干涉现象	96
§ 1 用斯特恩-革拉赫仪器过滤原子	96
§ 2 对所有路径求和的传播函数	102
§ 3 阿哈罗诺夫-玻姆效应	110

第十八章 近似方法	114
§ 1 与时间无关的微扰理论	114
§ 2 与时间有关的微扰理论	122
§ 3 散射的玻恩近似	130
§ 4 变分法	137
§ 5 WKB 近似	141
第十九章 非相对论量子力学的某些应用	150
§ 1 原子结构	150
§ 2 分子结构	170
§ 3 固体结构	173
§ 4 原子核结构	176
第二十章 相对论波动方程	179
§ 1 零自旋粒子的波动方程	179
§ 2 狄拉克方程	182
§ 3 狄拉克方程的解	193
§ 4 具有任意自旋的粒子的波动方程	199
第二十一章 辐射的量子理论	204
§ 1 电磁场的量子化	204
§ 2 辐射和物质的相互作用	211
第二十二章 二次量子化	229
§ 1 非相对论薛定谔方程的量子化	229
§ 2 狄拉克方程的量子化	237
§ 3 克莱因-戈登方程的量子化	240
第二十三章 基本粒子及其相互作用	246
§ 1 粒子和相互作用概述	246
§ 2 量子电动力学	253
§ 3 β -衰变理论	260
§ 4 强相互作用粒子	267

第五部分 统计物理学

第二十四章 热力学	281
§ 1 热力学第零定律和经验温度的定义	282
§ 2 功,热,内能和热力学第一定律	283
§ 3 分子运动论基础	285
§ 4 卡诺循环和热力学第二定律	290
§ 5 熵和不可逆性	296
§ 6 热力学势	302
§ 7 相变	307
§ 8 热力学第三定律	311
第二十五章 平衡态统计力学	314
§ 1 经典和量子系统的统计描述	314
§ 2 平衡系综;微正则和正则分布	318
§ 3 热力学定律的推导	323
§ 4 统计力学的信息论方法	326
§ 5 巨正则系综	334
§ 6 趋向平衡和不可逆性的来源	336
第二十六章 平衡态统计力学的应用	346
§ 1 经典理想气体	346
§ 2 不可区分粒子的量子统计法	349
§ 3 理想费密-狄拉克气体	355
§ 4 理想玻色-爱因斯坦气体	358
§ 5 光子气体	362
§ 6 声子气体	364
§ 7 顺磁晶体	366
第二十七章 气体分子运动论	371
§ 1 玻耳兹曼方程和符拉索夫方程	371
§ 2 量子玻耳兹曼方程	375

§ 3 玻耳兹曼 H -定理	378
§ 4 流体力学方程	382
§ 5 查普曼-恩斯柯克的发展和输运系数	384
§ 6 涨落-耗散定理	388
第二十八章 集体现象	398
§ 1 等离子体振荡	398
§ 2 声波	405
§ 3 超流动性	409
§ 4 超导电性	416
专名索引	426
人名索引	430
附录 物理常数最新值	433

第四部分

量子理论

第十四章 量子力学的历史与原理

§1 量子理论发展的简短历史回顾^{1,2}

量子理论可说是开始于麦克斯·普朗克 (Max Planck) 1900 年对热辐射的解释。为了了解当时存在一些什么问题, 考虑图 14-1 所示的理想化实验。一个炉子 (叫做空腔) 的炉

壁保持于温度 T 。构成炉壁的原子不断地发射和吸收辐射。如果在一个炉壁上开个小洞, 那么通过这个小洞逸出的辐射是如此之小, 以致它的逸出对炉子内部的辐射没有什么影响。这个小开口的作用就象是一个理想的“黑体”, 因为任何从炉子外

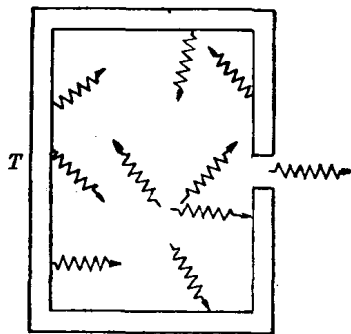


图 14-1

面射入小洞里的辐射基本上被完全吸收。逸出的辐射叫做黑

体辐射(或空腔辐射),它是内部辐射的样品。理论上,这个辐射应当与构成炉壁的材料无关,而只是依赖于炉壁的温度。实验上,发现也的确如此。我们想要回答的问题是:这个黑体辐射的频谱是怎样分布的?

这是十九世纪末的物理学家相信他们所能回答的问题。经典热力学提供了部分的答案。仅仅根据热力学推理可以得出结论:炉内每单位体积、频率在 ω 与 $\omega+d\omega$ 之间的电磁能量 $u(\omega)d\omega$ 可用下列形式的表达式表示:

$$u(\omega) = \omega^3 f\left(\frac{\omega}{T}\right). \quad (14-1)$$

然而,函数 $f(\omega/T)$ 的形式单从热力学不能得出。当然它能用实验确定,并且已经这样做了。

1900年瑞利(Rayleigh)和金斯(Jeans)曾用统计力学求函数 $f(\omega/T)$ 的形式。他们的推理过程是这样的。如果对体积为 V 的大箱内的电磁场进行傅里叶分析,即可求得具有一定偏振的并且波矢 \mathbf{k} 在 d^3k 内(即 k_i 在 dk_i 范围内)的电磁场的振动方式数目为:

$$\frac{V}{(2\pi)^3} d^3k, \quad (14-2)$$

这个有用的式子在以后几章中常常用到;它的推导在习题14-1中列出。可以认为场的每一振动方式对应于系统的两个自由度,因为它包含电场和磁场。(如果把一个振动方式当成一个谐振子,与振子的动能和势能二者相联系的有一个自由度。)按照统计力学,当该系统在温度 T 下处于热力学平衡时,每一自由度应具有能量 $\kappa T/2$ 。这里 κ 是玻耳兹曼常数。我们得出结论:箱 V 内(它等同于炉子内部)且 \mathbf{k} 在 d^3k 内的电磁能量为:

$$2\kappa T \frac{V}{(2\pi)^3} d^3k, \quad (14-3)$$

式中第一个因子把电磁波的两个偏振考虑了进去。利用 $d^3k = 4\pi k^2 dk = 4\pi\omega^2 d\omega/c^3$ ，并除以 V 以求单位体积的能量，则得

$$u(\omega)d\omega = \frac{\omega^3}{\pi^2 c^3} \left(\frac{\kappa T}{\omega} \right) d\omega, \quad (14-4)$$

这就是瑞利-金斯定律。就低频而言，它与实验符合得很好。然而，它显然是错误的，因为它给出无穷大的电磁场总能量，即：

$$\int_0^{\infty} u(\omega) d\omega \sim \int_0^{\infty} \omega^2 d\omega = \infty, \quad (14-5)$$

这个原因很明显；对于电磁场的每一个振动方式都分配了有限能量 κT ，而这些振动方式有无穷多个。必须采取某种措施使得高频振动方式无效。

普朗克发现了解决这个问题的根本办法。他假定谐振子的能量只能取 $\hbar\omega$ 的整数倍那些分立值，这里 \hbar 是一个新的基本常数。（实际上，普朗克用的是频率 $\nu = \omega/2\pi$ 而不是角频率 ω ，并写成 $h\nu = \hbar\omega$ ，因此 $\hbar = h/2\pi$ 。我们把 h 或 \hbar 叫做普朗克常数。）这样，

$$E_n = n\hbar\omega \quad (n=0, 1, 2, 3, \dots) \quad (14-6)$$

就是谐振子的能量，也就是电磁场的一个振动方式。在统计力学里，系统具有能量 E 的几率正比于 $e^{-E/\kappa T}$ 。由此得出一个振动方式的平均能量为：

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} E_n e^{-E_n/\kappa T}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-E_n/\kappa T}} = \hbar\omega \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n e^{-n\hbar\omega/\kappa T}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\hbar\omega/\kappa T}} = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/\kappa T} - 1} \quad (14-7)$$

(参看习题 14-2)。如果电磁场每一振动方式所分配的能量不是 κT 而是上述能量, 则我们得到的不是方程(14-4), 而是

$$u(\omega)d\omega = \left(\frac{\omega^3 \hbar}{\pi^2 c^3} \right) \frac{1}{e^{\hbar\omega/\kappa T} - 1} d\omega, \quad (14-8a)$$

这就是普朗克定律。使这个函数符合实验曲线即可确定常数 \hbar 。其结果为 $\hbar = 1.05448 \times 10^{-27}$ 尔格·秒 (或 $h = 6.625 \times 10^{-27}$ 尔格·秒)。理论与实验符合得很好。注意 $\hbar\omega \ll \kappa T$ 时, 方程(14-7)给出的平均能量为 κT , 而方程(14-8a)化成方程(14-4)。如果保持 \hbar 为非无限小, 则高频端的平均能量就会减小, 而总能量也就变为有限。这样,

$$\begin{aligned} u &= \int_0^\infty u(\omega) d\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \int_0^\infty \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/\kappa T} - 1} \\ &= \frac{(\kappa T)^4}{\pi^2 c^3 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2 (\kappa T)^4}{15 c^3 \hbar^3} = a T^4. \end{aligned} \quad (14-8b)$$

这种能量密度与温度的四次方成正比的依赖关系叫做斯特藩-玻耳兹曼(Stefan-Boltzmann)定律, 这个定律在普朗克理论建立之前就已经知道, 但是常数 a 只能从经验求得。根据普朗克理论计算出来的值与 a 的经验值符合得很好。

普朗克关于谐振子的能量“量子化”(即它只能取一些分立值)的假设, 完全违背了当时的物理学。然而它与实验符合得很好, 而经典理论在这里却遭到了失败。

普朗克常数在 1905 年再次出现, 当时爱因斯坦用它来解释光电效应。在某些情况下, 当光照射到金属表面时, 从金属表面上发射出电子。这种光电发射过程有一些特征, 根据经典概念很难理解。例如, 如果对逸出电子的能量加以测量, 则发现它具有一个十分明确的极大值能量。这个极大值能量看来与光的强度无关, 而与光的频率成正比。爱因斯坦提供了一个美妙的简单解释。他假定频率为 ω 的电磁波的能量具有

分立量子(或用较为现代的术语,光子)的形式,按照普朗克假设(方程(14-6)),每一个光子具有能量 $\hbar\omega$ 。这些光子被假定为不能分裂,因而必定是整数个光子被吸收或发射。如果金属的一个电子吸收一个光子而从金属表面逸出,它的极大值能量将由下式得出:

$$\left(\frac{1}{2}mv^2\right)_{\text{极大}} = \hbar\omega - eV, \quad (14-9)$$

式中 eV 为电子从金属内部移到外部时势能的变化。当然逸出电子的动能可以小于这个极大值,因为它在逸出之前可能与金属中其他电子发生碰撞而损失能量。如果画出 $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)_{\text{极大}}$ 对 ω 的关系图,结果得到一条直线,其斜率为 \hbar 。这样得出的 \hbar 值与从黑体辐射所得出的结果相一致。

普朗克和爱因斯坦成功的理论似乎导致这样的结论:光的本性是微粒。这就是早先牛顿所相信的情况,但是在1900年左右,一般认为干涉和衍射实验决定性地证明了光的微粒理论是错误的。干涉实验要求光由波组成,而黑体辐射和光电效应则判定光是微粒流。二者由方程 $E = \hbar\omega$ 联系起来,这个方程使得微粒的能量与波的频率发生关系。不知道什么缘故光必须具有显然矛盾的波和粒子二重性质。二十世纪初对物理学家来说是一个令人困惑的时代。

量子理论下一步重要的发展是1913年的玻尔(Bohr)氢原子理论。当一个元素的原子在火焰或放电中受到激发时,这些原子发射一些具有尖锐的确定频率的光谱线。这些频率是该元素的特征。根据所观察到的谱线的频率推知,发出辐射的原子的结构是一个令人感兴趣的问题。(这个问题曾比喻为仔细倾听大钢琴从一层楼梯上跌下时所发出的声响,从而

推知它的结构。然而，这就是我们曾经获悉大部分关于原子和分子知识的方法。)玻尔考虑这个问题的时候，已知原子的正电荷集中在小而重的核上，其线度的数量级为 10^{-13} 厘米，远小于原子的线度，它大约为 10^{-8} 厘米。一个自然的猜测是原子就象微型太阳系一样，原子核起着太阳的作用，而电子象行星一样围绕着它旋转。这个图象的严重困难是电子被加速后应当发出辐射。由于辐射而损失能量，电子应沿螺旋线转入原子核。估计表明，在数量级为 10^{-6} 秒的时间内原子应当崩溃。

氢原子是所有原子中最简单的，因为它只有一个电子。由于这个原因，自然首先要着手解决它的构造问题。玻尔假定电子依照经典力学定律围绕带正电荷的原子核转动，但是必须加上两条另外的非经典假设：

1. 作用变量为普朗克常数 h 的整数倍。因此，

$$J_i = \oint p_i dq_i = n_i h \quad (n_i = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (14-10)$$

式中 p_i 和 q_i 是正则共轭动量和坐标。这就限定了电子所具有的可能存在的轨道。

2. 当电子在方程(14-10)所允许的某一轨道上时，它并不辐射。当电子从一个允许轨道跳到另一个轨道时，就发生辐射。一旦发生这种情况，所发出的辐射就具有频率

$$\omega = \frac{1}{h}(E_i - E_f), \quad (14-11)$$

式中 E_i 和 E_f 为该原子初态和终态(电子轨道)的能量。

如果所考虑的情况只是圆周轨道，则这些假设非常简单地导出氢能级公式，从而根据方程(14-11)得出光谱(参看习题14-3)。我们在第三章第6节中曾就一般情况求解。现在

只需要将方程(3-82d)中的引力势 GMm/r 换成库伦势 Ze^2/r , 式中 Ze 为原子核的电荷. 将方程 (3-98) 中的 GMm 换成 Ze^2 , 则得能量

$$\alpha_t = E_n = -\frac{Z^2 e^4 m}{2\hbar^2} \frac{1}{(n_r + n_\theta + n_\varphi)^2} = -\frac{E_1}{n^2}, \quad (14-12)$$

这里利用了方程 (14-10). 与作用变量 J_r , J_θ 和 J_φ 相联系的整数 n_r , n_θ 和 n_φ 叫做态的量子数. 整数 $n = n_r + n_\theta + n_\varphi$ 称为主量子数. 最低态能量的数值为 $E_1 = 13.6$ 电子伏. 这是将电子移出原子所需的能量. 当电子由一个态跳到另一个态时, 所发出光子的频率由方程(14-11)给出, 即:

$$\omega = \frac{E_1}{\hbar} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right), \quad (14-13)$$

式中 n_i 和 n_f 为初态和末态主量子数.

玻尔模型与所观察到的氢光谱符合得很好, 但并不绝对完全地符合. 这种小的不符合被索末菲 (Sommerfeld) 消除了, 他在 1916 年曾用相对论解决同一问题. 我们曾在第十章解同一问题, 现在只需要在方程(10-81)中作出置换 $J_r = 2\pi\hbar n_r$ 和 $J_\theta = 2\pi\hbar n_\theta$, 即得:

$$E_{n_r, n_\theta} = mc^2 \left[1 + \frac{Z^2 e^4 / \hbar^2 c^2}{\left(n_r + n_\theta \sqrt{1 - \frac{Z^2 e^4}{\hbar^2 c^2 n_\theta^2}} \right)^2} \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (14-14)$$

相对论效应消除了某些简并. 在索末菲相对论公式中, 一个态的能量依赖于两个量子数 n_r 和 n_θ , 而不是象方程 (14-12) 中那样只依赖于一个量子数. 这个公式实际上与实验完全符合. [朗伯 (Lamb) 和雷瑟福 (Rutherford) 1947 年曾发现有

很小的不符合,这可以用量子电动力学作出满意地解释。]

玻尔模型解释氢光谱的成功,使理论物理学家受到很大的鼓舞去发展我们现在叫做旧量子力学的理论。这是经典力学加上方程(14-10)和(14-11)两条看来似乎有些任意的定则。不幸,当这个理论应用于具有一个以上电子的原子时,在定量上取得成功的地方并不多。

1924年L.德布罗意(de Broglie)提出,既然光波具有粒子一样的性质,也许粒子也具有波一样的性质。现在,对于电磁波,我们在方程(8-17)中求得波的动量 p (以前叫做 G)与能量 u 的关系为 $p = ku/kc = ku/\omega$,如果波的能量是单光子的,则 $u = \hbar\omega$,因此

$$p = \hbar k, \quad (14-15a)$$

我们把这叫做德布罗意关系。能量和频率之间的关系为:

$$E = \hbar\omega, \quad (14-15b)$$

这叫做爱因斯坦关系。德布罗意提出这两个关系对所有粒子都成立,而不只是对光子。如果这一点有意义的,则与粒子不知怎么联系起来的波包必定和粒子一起运动。然而,非相对论自由粒子的能量和动量之间的关系为:

$$E = \frac{p^2}{2m}. \quad (14-16)$$

由此我们推论 ω 与 k 之间的关系为:

$$\omega = \frac{\hbar}{2m} k^2. \quad (14-17)$$

具有这种色散关系的波构成的波包,将以下列群速运动(参看方程(8-42)):

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\hbar k}{m} = \frac{p}{m}, \quad (14-18)$$

这与粒子的速度相同。一般说来,如果 $E = E(p)$,则速度由

哈密顿方程的第一个式子得出:

$$\dot{x} = \frac{\partial E}{\partial p} = \frac{\partial(\hbar\omega)}{\partial(\hbar k)} = \frac{\partial\omega}{\partial k}, \quad (14-19)$$

所以粒子和与之相联系的波包一起运动。

德布罗意的这个概念给玻尔-索末菲量子化条件(方程(14-10))提供了一个简单的定性解释。考虑一个圆周轨道上的电子。这时 $q = \varphi$, 而 $p_\varphi = mvr = pr$, 此即角动量。方程(14-10)变成:

$$2\pi r p = nh. \quad (14-20)$$

利用 $p = \hbar k = \hbar 2\pi/\lambda = h/\lambda$, 我们得到:

$$\frac{2\pi r}{\lambda} = n. \quad (14-21)$$

这正是在轨道周边上的波构成驻波的条件。原子具有分立能量的原因和风琴管具有分立振动频率的原因相类似。在每种情形下, 波长都必须适当配合该系统的线度。

传说奥地利物理学家欧文-薛定谔(Erwin Schrödinger)正在讨论班作关于粒子波德布罗意理论的发言时, 彼特-德拜(Peter Debye)提出一个每个人都会想到的问题: 如果电子是波, 那么它服从什么样的波动方程呢? 薛定谔没有立即回答, 但是他不久找到了这个波动方程。让我们考虑一个自由粒子, 其能量和动量的关系如方程(14-16)所示。与粒子相联系的波必须具有如下形式:

$$\psi = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega(\mathbf{k})t)} = e^{\frac{i}{\hbar}(\mathbf{p}\cdot\mathbf{x} - E(\mathbf{p})t)}, \quad (14-22)$$

式中 $\omega(\mathbf{k})$ 由方程(14-17)给出, $E(\mathbf{p})$ 由方程(14-16)给出。由于方程(14-16), 这个函数满足如下方程:

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} \psi = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right)^2 \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi. \quad (14-23)$$

如果粒子在势 $V(\boldsymbol{x}, t)$ 中运动, 动量 p 或能量 E 将不是常数; 但是方程 (14-23) 最自然的推广是:

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi(\boldsymbol{x}, t)}{\partial t} - \left[\frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}} \right)^2 + V(\boldsymbol{x}, t) \right] \psi(\boldsymbol{x}, t), \quad (14-24)$$

这就是含时间薛定谔方程。在 V 与 t 无关的特殊情况下, 我们可以分离出含时间部分, 并写成:

$$\psi(\boldsymbol{x}, t) = \psi_0(\boldsymbol{x}) e^{-\frac{i}{\hbar} Et}. \quad (14-25)$$

容易看出, 函数 $\psi_0(\boldsymbol{x})$ 服从不含时间薛定谔方程:

$$\left[\frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}} \right)^2 + V(\boldsymbol{x}) \right] \psi_0(\boldsymbol{x}) = E \psi_0(\boldsymbol{x}). \quad (14-26)$$

在 1926 年的论文中, 薛定谔曾就某些简单的势考虑这个方程的解。一般说来, 只有当 E 取某些值时才存在可接受的解。〔所谓“可接受的”我们一般指 ψ 应当是有界的, 单值的, 有连续一阶导数的连续函数, 有时(但不总是), 它应当是平方可积的。我们这里将不讨论波函数的可接受性。〕存在可接受解的那些 E 的值叫做能量本征值, 而相应的波函数叫做本征函数。能量本征值被解释为该系统所具有的可能能量。对于 $V = m\omega^2 x^2/2$ 的一维谐振子, 薛定谔求得可能的能量为:

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (14-27)$$

其中 $n=0, 1, 2, 3, \dots$ 。这与普朗克的猜测(方程(14-6))相差一常数 $\hbar\omega/2$ 。对于 $V = -Ze^2/r$ 的氢原子, 他求得方程(14-12), 与玻尔理论完全符合。

对于能够找到经典哈密顿量的任何力学系统, 为了写出