上海普通高校『九五』重点教材

概率论与数理统计

工程数学与教学软件

上海市教育委员会 组编

贺才兴 童品苗
王纪林 李世栋 编

科学出版社

上海普通高校“九五”重点教材

工程数学与教学软件

概率论与数理统计

上海市教育委员会组编

贺才兴　童品苗
王纪林　李世栋　编

科学出版社

2000

内容简介

本书介绍概率论与数理统计的基本概念、基本理论和方法，并结合计算机使学生能利用数学软件解决一些简单的概率统计问题．内容包括：随机事件及其概率，随机变量及其分布，多维随机变量及其分布，随机变量的数学特征，大数定律和中心极限定理，数理统计的基本概念，参数估计，假设检验，方差分析和回归分析，每个章末均附有习题，供学生练习之用．

本书是高校工科、理科（非数学系）“概率论与数理统计”课程的教材．

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/贺才兴等编．-北京：科学出版社，2000.1
（工程数学与教学软件）
ISBN 7-03-007886-1

Ⅰ．概… Ⅱ．贺… Ⅲ．①概率论②数理统计 Ⅳ．021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 44004 号

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
北京双青印刷厂 印刷
新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售
*
2000年1月第 一 版　　开本：850×1168　1/32
2000年1月第一次印刷　　印张：13
印数：1—7 100　　字数：337 000

定价：18.00 元

前　　言

本书可作为高等学校工科、理科（非数学专业）概率论与数理统计课程的教材，也可供成人教育的广大师生和工程技术人员使用.

本书分三个部分.第一章至第五章为概率论部分，作为基础知识，为读者提供了必要的理论基础.第六章至第九章为数理统计部分，主要介绍了有广泛应用意义的参数估计、假设检验和简单的方差分析与一元回归分析.第十章为教学软件部分，可用于计算机辅助教学，读者可根据需要选用.

我们在选材和叙述上尽量联系工科专业的实际，力图做到叙述简洁，清晰易懂，便于教学.例题和习题的配置注意启发性和应用性.全书以基础概念和基本思想方法为核心，突出重点，简明扼要.

我们认为，一本教材不能是教学材料的简单堆砌，为适用工科专业的学生，在选材上进行了全面的探索，同时为了进行理性思维训练，教材内容又具有必要的系统性和严谨性.我们注意到体现数学的活力，讲概念注意其背景，讲思想又有演化过程.合理运用“推导”与“归纳”方法，注意分析典型例子，教会学生如何思考和分析，使学生从不同内容的内在联系上体会数学思维和应用的精髓，同时注意培养使用计算机解决问题的能力，加强动手能力的训练.

面向21世纪我国的人才培养和大学的数学教育是一个十分重大的研究和实践课题.我校多年来在教育思想研究、课程体系和内容改革、教学方案的设计与实践等多方面做了一些探索和工作，本书的出版也是一个探索、改革的结果，希望广大读者提出

宝贵的意见.

本书的出版得到了科学出版社鼎力帮助与上海交通大学教务处与应用数学系的关心和支持，乐经良教授参加了第十章数学软件的编写，在此一并深表感谢.

编著者
于上海交通大学
1999年8月

目　　录

引　　言

客观世界中发生的现象多种多样，归纳起来不外乎两种现象：确定性的和随机性的. 在一定的条件下必然发生的现象，称之为确定性现象. 例如，水在1个大气压下温度达到100℃时必然沸腾，温度为0℃时必然结冰，等等. 另有一类现象，在一定的条件下，具有多种可能的结果，但事先又不能预知确切的结果，此类现象称为随机现象. 例如，在相同条件下抛掷同一枚硬币，其结果可能是国徽面朝上，也可能是国徽面朝下，并且在抛掷之前无法预知抛掷的结果.

经典的数学理论如微积分学、微分方程等都是研究确定性现象的有力的数学工具. 随着社会生产与科学技术的发展，研究随机现象的统计规律性的理论和方法获得了迅速的发展，形成了数学的一个重要分支，并被广泛应用于工业、农业、军事和科学技术中. 概率论与数理统计就是现代数学理论中研究和揭示随机现象统计规律性的一门基础学科.

经典数学和概率论与数理统计是相辅相成、互相渗透的. 若视炮弹为一个质点，且不考虑阻力及其他因素的微小影响，则一枚炮弹在空中飞行的曲线——弹道曲线可归结为微分方程问题，从而得到一条确定的抛物线. 若把空气阻力按一定方式考虑进去，则仍可由微分方程的方法得到一条确定的弹道曲线. 然而，在实际发射中会发现炮弹的飞行路线与弹道曲线存在着明显的差异，这些差异正是由于飞行路线受到捉摸不定的空气阻力、炮弹本身的不均匀性及弹身振动等的影响而造成的. 概率统计的方法就是研究将这些次要因素加以考虑而造成飞行路线的不确定性的规律.

必须指出，若没有了用经典数学方法求出的弹道曲线，则考

察飞行路线的偏差就毫无意义．这说明某些概率统计的问题必须辅之以经典数学的方法；经典数学研究的某些问题又必须用概率统计的方法加以补充解决．应正确认识两者之间这种相辅相成的关系．

第一章　随机事件及其概率

1.1　随机事件及其运算

1.1.1　随机试验

在进行个别试验或观察时其结果具有不确定性，但在大量的重复试验中其结果又具有统计规律性的现象，称为**随机现象**．为对随机现象加以研究所进行的观察或实验，称为**试验**．若一个试验满足下列三个特点：

(1) 在相同条件下可以重复进行；

(2) 每次试验的可能结果不止一个，并且事先可以知道试验的所有可能结果；

(3) 进行一次试验之前不能确定出现的是哪个结果，

则称这一试验为**随机试验**，记为 E．例如：

E_1：抛掷一枚硬币，观察正面和反面出现的情况．

E_2：掷一颗骰子，观察出现的点数．

E_3：对某一目标发射一发炮弹，观察弹着点到目标的距离．

E_4：记录电话交换台在上午 9 时到 10 时接到的电话呼唤次数．

E_5：测试某种型号的灯泡的寿命．

等等．

1.1.2　随机事件与样本空间

在随机试验中，可能发生也可能不发生的结果，称为**随机事件**，简称**事件**．

在一个试验中，不论可能的结果有多少个，总可以从中找出这

样一组基本结果，满足：

(1) 每进行一次试验，必然出现且只能出现其中的一个基本结果；

(2) 任何事件，都是由其中的一些基本结果所组成.

随机试验中的每一个基本结果是一个随机事件，称为**基本事件**，或称为**样本点**，记为 ω.

随机事件 E 的全体样本点组成的集合称为试验 E 的**样本空间**，记为 Ω.

随机事件可表述为样本空间中样本点的某个集合，一般记为 A，或 B，C 等等.

所谓事件 A 发生，是指在一次试验中，当且仅当 A 中包含的某个样本点出现.

在每次试验中一定发生的事件称为**必然事件**. 样本空间 Ω 包含所有的样本点，每次试验它必然发生，它就是一个必然事件. 必然事件用 Ω 表示，它是样本空间 Ω 的一个子集.

在每次试验中一定不发生的事件称为**不可能事件**，记为 $\varnothing$. 它是样本空间的一个空子集.

下面写出 1.1.1 中随机试验 E 的样本空间及随机事件的例子.

E_1:　$\Omega=\{$(正面)，(反面)$\}$.

E_2:　$\Omega=\{$(1 点)，(2 点)，…，(6 点)$\}$.

E_3:　$\Omega=\{$(弹着点到目标的距离 w 米)$\mid 0\leqslant w<+\infty\}$.

E_4:　$\Omega=\{$(0 次)，(1 次)，…$\}$.

E_5:　$\Omega=\{t$ 小时 $\mid t_1\leqslant t\leqslant t_2\}$.

在 E_2 中，若事件 A 为“出现奇数点”，则 $A=\{$(1 点)，(3 点)，(5 点)$\}$；若 B 为“出现的点数小于 5”的事件，则 $B=\{$(1 点)，(2 点)，(3 点)，(4 点)$\}$.

在 E_3 中，若事件 A 为“弹着点到目标的距离在 1 米到 3 米之间”，则 $A=\{w\mid 1\leqslant w\leqslant 3\}$.

1.1.3 事件之间的关系及其运算

事件是一个集合,因此事件之间的关系及其运算可用集合之间的关系及运算来处理.下面我们通过例 1 来加以说明.

例 1 袋中装有 2 只白球和 1 只黑球,从袋中依次任意地摸出 2 只球.设球是编号的:白球为 1 号、2 号,黑球为 3 号.(i,j)表示第一次摸得 i 号球、第二次摸得 j 号球的基本事件,则这一试验的样本空间为

$\Omega=\{(1,2),(1,3),(2,1),(2,3),(3,1),(3,2)\}$.且可得下列随机事件:

$A=\{(3,1),(3,2)\}=\{$第一次摸得黑球$\}$;

$B=\{(1,2),(1,3),(2,1),(2,3)\}$

$=\{$第一次摸得白球$\}$;

$C=\{(1,2),(2,1)\}=\{$两次都摸得白球$\}$;

$D=\{(1,3),(2,3)\}=\{$第一次摸得白球,第二次摸得黑球$\}$;

$G=\{(1,2),(2,1)\}=\{$没有摸到黑球$\}$.

设 Ω 为某试验E 的样本空间,$A,B,A_k(k=1,2,\cdots)$为随机事件.

下面我们讨论事件之间的关系及运算.

1. 事件的包含与相等

若事件 A 发生必然导致事件B 发生,即 A 中的样本点一定属于B,则称事件 B **包含**事件A,记为 $A\subset B$.

如在例 1 中,事件 C 发生必然导致事件B 发生,故 $C\subset B$.

显然对任意事件 A,都有$\varnothing\subset A\subset\Omega$.

若 $A\subset B$,且 $B\subset A$,则称事件 A 与事件B 是**相等**的,记为 $A=B$.

如在例 1 中,$G\subset C$,且 $C\subset G$,故 $C=G$.

2. 事件的和、积、差

事件 A 与事件B 中至少有一个发生的事件,称为事件 A 与事件B 的**和**,记为 $A\cup B$.事件的和也称为事件的**并**.事件 A 与B

的和是由 A 与 B 的样本点合并而成的事件.

类似地,可列个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 的和可记为 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n\cup\cdots$,或 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i$. n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和可记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$.

事件 A 与事件 B 同时发生的事件,称为事件 A 与事件 B 的**积**,记为 $A\cap B$,也可简写为 AB. 事件的积也称为事件的**交**. 事件 A 与 B 的积是由 A 与 B 的公共的样本点所构成的事件.

类似地,可列个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 的积可记为 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i$. n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积可记为 $\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$.

事件 A 发生而事件 B 不发生的事件,称为事件 A 与 B 的**差**,记为 $A-B$. 事件 A 与 B 的差是由属于 A 而不属于 B 的样本点所构成的事件.

如在例 1 中,$B=C\cup D$,$C=B\cap C$,$D=B-C$.

3. 事件的互不相容(互斥)

若 $A\cap B=\varnothing$,则称事件 A 与事件 B 是**互不相容**的,或称 A 与 B 是**互斥**的. A 与 B 互不相容,是指事件 A 与事件 B 不能同时发生. 例如,基本事件是两两互不相容的.

在例 1 中,$A\cap B=\varnothing$,$A\cap C=\varnothing$,即事件 A 分别与事件 B 和事件 C 互不相容.

4. 对立事件

若 $A\cap B=\varnothing$,且 $A\cup B=\Omega$,则称事件 A 与事件 B 互为**对立事件**,或称 A 与 B 互为逆事件. A 与 B 对立,是指事件 A 与事件 B 既不能同时发生又不能同时不发生,即在每次试验中,A 与 B 有且仅有一个发生. A 的对立事件记为 $\overline{A}$,显然,$\overline{A}=\Omega-A$.

如在例 1 中,A 与 B 互为对立事件,即 $\overline{A}=B$.

由定义可知,对立事件必为互不相容事件,反之,互不相容的两个事件未必为对立事件.

以上事件之间的关系及运算可以用**文氏(*Venn*)图**来直观地

表示.若用平面上的一个矩形表示样本空间 $\boldsymbol{\Omega}$,矩形内的点表示基本事件,圆 A 与圆 B 分别表示事件 A 与事件 B,则 A 与 B 的各种关系及运算如下所示(见图 1－1～图 1－6).

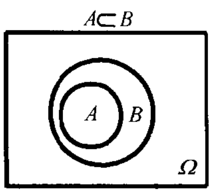

图 1－1

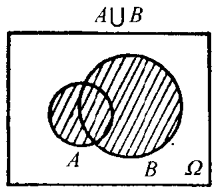

图 1－2

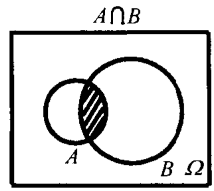

图 1－3

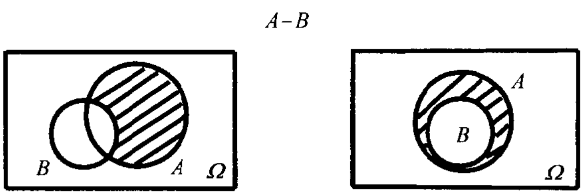

图 1－4

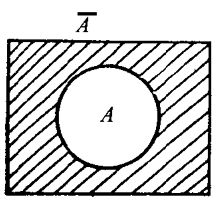

图 1－5

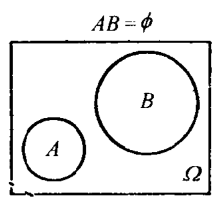

图 1－6

5. 事件的运算律

设 $A,B,C,A_k(k=1,2,\cdots)$ 为事件,则有

交换律　$A\cup B=B\cup A$;$A\cap B=B\cap A$.

结合律　$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$;

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$.