

現代应用数学丛书

量子力学中的数学方法

〔日〕朝永振一郎 谷 純男 等著

6

24

上海科学技术出版社

現代应用数学丛书

量子力学中的数学方法

——散 射 問 題——

朝永振一郎

宮島龙兴

〔日〕谷 純男 著

会津 晃

宮澤弘成

周民强 賈奔啓 譯

关 肇 直 校

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书是日本岩波书店出版的现代应用数学丛书之一的中译本。本书内容集中讨论散射问题,共分七章,包括势散射,散射问题的符号方法, S -阵,场论中的散射问题,色散关系等内容。本书可供高等学校数学系、物理系师生和研究工作者作参考。

现代应用数学丛书 量子力学中的数学方法 ——散射问题——

原 书 名 量子力学における数学的方法
原 著 者 (日) 朝永振一郎 宫岛龙兴
谷 純男 会津 晃
宫泽弘成
原出版者 岩 波 书 店
译 者 周 民 强 賈 奔 啓
校 者 关 肇 直

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路430号)

上海市书刊出版业营业许可证出 003 号

新华书店上海发行所发行 各地新华书店经售

商务印书馆上海厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 3 30/32 字数 91,000

1961年12月第1版 1961年12月第1次印刷

印数 1—25,000

统一书号: 13119·438

定 价 (人民币) 0.68 元

出版說明

这一套书是根据日本岩波书店出版的“現代应用数学讲座”翻譯而成。日文原书共15卷60册,分成A、B兩組,各編有序号。現在把原来同一題目分成两册或三册的加以合并,整理成42种,不另分組編号,陸續翻譯出版。

这套书涉及的面很广,其内容都和現代科学技术密切有关,有一定参考价值。每一本书收集的資料都比較丰富,而叙述扼要,篇幅不多,有利于讀者以較短時間掌握有关学科的主要内容。虽然,这套书的某些观点不尽适合于我国的情况,但其方法可供参考。因此,翻譯出版这一套书,对我国学术界是有所助益的。

由于日文原书是1957年起以讲座形式陸續出版的,写作時間和篇幅的限制不可避免地会影响原作者对内容的处理,为了尽可能地减少这种影响,我們在每一譯本中,特請譯者或校閱者撰写序或后記,以介紹有关学科的最近发展状况,并对全书内容作一些評价,提出一些看法,結合我国情况补充一些資料文献,在文內过于簡略或不足的地方添加了必要的注釋和改正原书中存在的一些錯誤。希望这些工作能对讀者有所帮助。

承担翻譯和校閱的同志,为提高书籍的质量付出了巨大劳动,在此特致以誠摯的謝意。

欢迎讀者对本书提出批評和意見。

上海科学技术出版社

目 录

出版說明

第1章 势散射	1
§1 古典力学中的势散射	1
§2 量子力学中的截面	6
§3 散射振幅	12
§4 使用分波法	16
§5 例题	21
§6 散射的另一个定式化	26
第2章 定常的处理方法	30
§7 散射問題的实例	30
§8 形式解(I)	32
§9 形式解(II)	38
第3章 非定常的处理方法	44
§10 相互作用表象	44
§11 变换函数	46
§12 再論散射截面, 跃迁概率	48
§13 与定常的处理方法的关系	50
第4章 S 矩陣	54
§14 S 矩陣的么正性	54
§15 守恒定律	55
§16 精細均衡	59
第5章 建立在場論上的散射問題	64
§17 場的量子化	65
§18 具有相互作用的場合	70
§19 介子散射与重整化	74
第6章 Low 的散射理論	83
§20 在 Heisenberg 表象中的散射理論	83

目 录

§ 21 一介子近似	89
§ 22 交叉对称	96
第 7 章 色散关系	101
§ 23 Kramers-Kronig 的色散公式	101
§ 24 关于粒子散射的色散公式	103
§ 25 介子对静止核子的散射	105
§ 26 一般的情况	109
結束語	112
文献	113
校后記	115
参考文献	118

第1章 势 散 射

在物理学中有各种各样的散射问题，现在我们从最简单的势散射开始谈起，其余的问题放在第2章以后再讨论。所谓势散射，象电子在原子核 Coulomb 场中散射时那样，是某些粒子受到一定势能所表示之力而散射的情形。而其他较复杂的散射问题，便可以用这个势散射作为范例来讨论。

散射问题中的数学内容在于计算散射截面，因此我们在§1中先叙述古典力学的截面定义及其计算方法。而在§2中说明如何将此截面的含义相应地推置到量子力学中，并论证求截面的问题就归结为求散射振幅的问题。在§3, §4中说明散射振幅的求法，其中§3是关于 Born 近似的方法；§4则介绍分波法。§5将就二、三个例子作较详细的讨论，并且阐述如何由实例进行具体推算。§6介绍包含时间的微扰论方法的应用。

§1 古典力学中的势散射

量子力学中对散射问题的处理是与古典力学中的处理方法相对应的，因此，我们先来叙述古典力学的处理方法。

为了给截面下定义，设想如下理想化的实验：在坐标原点 O 上放一静止的散射体（引起散射并成为靶的粒子），然后从十分远的 A 处向靶的方向入射粒子 P 。这时 P 不一定限于与 O 正面直接碰撞，但在接近于 O 时，由于受散射体的作用，将使前进方向偏转到与原来方向不同的 A' 方向上。我们称这个偏转角 θ 为散射角，它随着靠近的方向而有所不同。为了指明所靠近的方向，采用当 P 未散射而直进时的轨道与 O 的最短距离值 b ，并称 b 为碰撞参

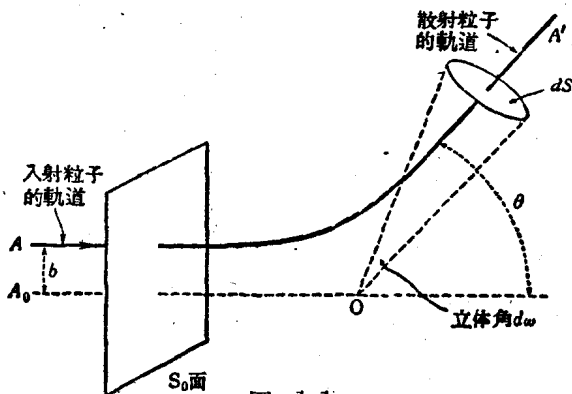


图 1.1

数。如果我们知道了 O 对 P 的势能 $V(x)$, 便可依据古典力学计算出散射粒子的轨道, 而在已知 b 的情况下, 散射角 $\theta = \theta(b)$ 亦可求得。

然而, 在原子物理中, 与台球的碰撞不同, 在作了实际的试验之后, 并不能完全精确地知道每一个入射粒子的 b ①, 而接踵地出现具有各种不同 b 的粒子。于是, 我们用几乎由一定的方向 A_0O 入射的多数个粒子来反复做散射实验, 以便观察在散射后, 究竟朝那个方向, 以及有多少粒子出现等的分布情况。为此, 我们设想入射粒子和垂直于入射方向的面 S_0 的交点在 S_0 面上是杂乱而无规律的 ②。定量地说, 设在 S_0 的单位面积上入射 N 个粒子, 于是在离 O 充分远的点 A' 上, 散射后通过垂直于 OA' 的面积元 dS 的粒子数与 $Nd\omega$ 成比例 ($d\omega$ 为 dS 对 O 所张的立体角), 并把它记为 $N\sigma(\theta, \varphi)d\omega$ ③。在多数情况下, 这种散射现象在入射方向 A_0O 周围是轴对称地发生的, 而与周围的方位角无关, 故 $\sigma(\theta, \varphi) = \sigma(\theta)$ 。对于整个立体角来说, 就有

① 为了确定方向而使用狭缝时, 必需要开一个象分子那样大小的孔, 这不仅在技术上不可能, 并且还要受测不准关系的限制。

② 在处理对于时间是定常态的粒子束时, 仍需指明是单位时间的。

$$\sigma N = \int \sigma(\theta) d\omega \cdot N = 2\pi \int \sigma(\theta) d\cos\theta \cdot N$$

个粒子被散射。此时，我們称 $\sigma(\theta)$ 为微分截面， σ 为总截面。其所以称为“截面”，是因为它具有面积的量纲^①，且又从下面简单情形看出， σ 在直观上是表示靶的大小。設此靶是一个半径为 a 的刚球，則当粒子与它相碰撞时，必定引起散射，于是，假如入射粒子是从外部直进，則被散射的粒子（如图 1.2 所示）在 S_0 面上就受面积 πa^2 的截面所限制，因此当总截面 $\sigma = \pi a^2$ 时，恰好等于靶的大小。

这样，若势能为已知，那就可按下列方式具体地

計算截面：如前所述，設碰

撞参数 b 与散射角 θ 的关系 $b = b(\theta)$ 已根据力学求出，此时，通过立体角 $d\omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ 的粒子在入射时必须通过 S_0 面上（图 1.2）的 $b db \cdot d\varphi$ 的面积，

$$\sigma(\theta) \sin\theta d\theta d\varphi = |db| b d\varphi,$$

从而

$$\sigma(\theta) \sin\theta = b \left| \frac{db}{d\theta} \right|, \quad (1.1)$$

$$\sigma = 2\pi \int_0^\pi \sigma(\theta) \sin\theta d\theta. \quad (1.2)$$

所以，計算截面就归结为求关系式 $b = b(\theta)$ 了。下面就具体的 V 来求截面。

例1 井字型势 即我們的着眼点仅在于：散射体的作用是在一个較小的有限范围内，而不問其势的更细致构造。于是，常取为

$$V(r) = \begin{cases} V_0, & r \leq a, \\ 0, & r > a. \end{cases} \quad (1.3)$$

① $[N] = l^{-2}$, $[\sigma(\theta) d\omega \cdot N] = 1$, 故 $[\sigma(\theta)] = l^2$.

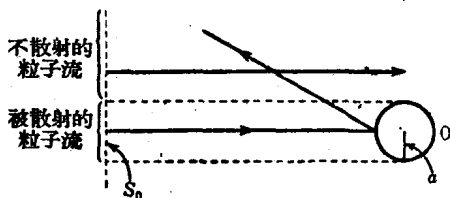


图 1.2

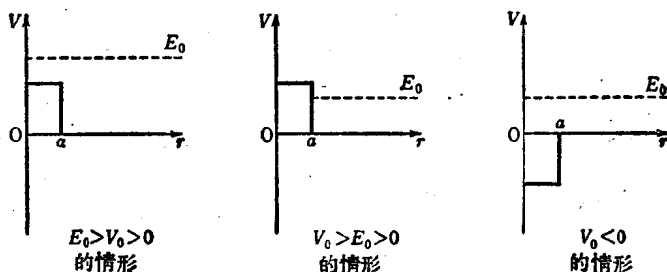


图 1.3

V_0 不論从正、負那方面看, 当 $V_0 > 0$ 时, 力总是排斥力, 而 $V_0 < 0$ 时是吸引力。現設有一速度为 v_0 , 动能为 $E_0 = \left(\frac{m}{2}\right)v_0^2$ 的粒子入射(其碰撞参数为 b)。当 $V_0 < E_0$ 时, 粒子不进入势井內, 而当 $V_0 > E_0$ 时, 則进入。因此, 当 $V_0 > E_0$ 和 $V_0 < E_0$ 时情况大不相同。首先我們考虑 $V_0 > E_0$ 时的情况。

当 $b > a$ 时, $b = b(\theta)$ 的关系是 $b = \text{const.}$ 。当 $b < a$ 时, 在碰撞处恰好与光的反射相同。这是由于碰撞前后角动量守恒, 且由 O 至軌道的垂綫长在碰撞前后是相等的緣故。由此

$$b = a \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (1.4)$$

从而 $\sigma(\theta) = \frac{a^2}{4}$, 即散射是各向等同的, 而总截面就等于势能的大小: $\sigma = \pi a^2$ 。

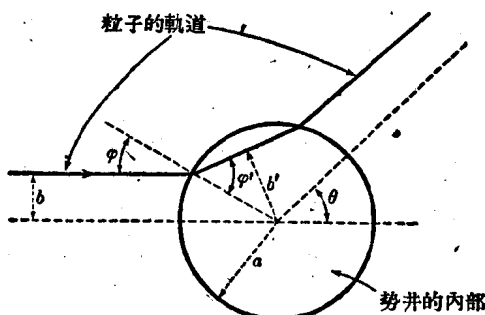


图 1.4

当 $E_0 > V_0$ 时, $b > a$ 的情况与上述情况相同, 若 $b < a$, 粒子就进入势井的内部。这时粒子的速度和方向均有改变, 而由能量守恒定律

$$v^2 + 2 \frac{V_0}{m} = v_0^2 \quad (1.5)$$

可以求得 v , 又由角动量守恒定律

$$bv_0 = b'v \quad (1.6)$$

可以求得 b' , (1.6) 是表明通过势垒时的折射律, 且

$$\frac{\sin \varphi'}{\sin \varphi} = \frac{v_0}{v} \quad (1.7)$$

成立。而在脱离势垒时也同样, 散射角

$$\theta = 2(\varphi' - \varphi). \quad (1.8)$$

应用 (1.8), 从 (1.5) 求出 $b = b(\theta)$ 的关系时 (设 $\alpha = \frac{v}{v_0}$), 若为吸引力 ($\alpha > 1$), 则成为

$$b^2 = \alpha^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \left[1 - 2\alpha \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) + \alpha^2 \right]. \quad (1.9)$$

若为排斥力 ($\alpha < 1$), 则当 $b \leq \alpha a$ 时, (1.9) 成立, 而当 $b \geq \alpha a$ 时, (1.4) 成立。又在吸引力时, 截面可由下式计算而得

$$\sigma(\theta) = \frac{\alpha^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \left(1 - \alpha \cos \frac{\theta}{2} \right) \left(1 + \alpha \cos \frac{\theta}{2} \right)}{2 \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - 2\alpha \cos \frac{\theta}{2} + \alpha^2 \right)^2}. \quad (1.10)$$

若为排斥力, 亦能同样计算。至于计算总截面, 则取对 θ 的积分远比对 b 的积分要方便得多, 但不管怎样, 其结果即是如下所示之具有几何学意义的截面积

$$\sigma = \pi a^2.$$

例2 Coulomb 散射 设入射粒子的电荷为 $Z_1 e$, Coulomb 场的电荷为 $Z_2 e$, 则 Coulomb 场的势 $V = Z_1 Z_2 \frac{e^2}{r}$. 今采用极坐标 (r, α) 表述能量守恒定律与角动量守恒定律, 并求在消去时间坐标后的轨道微分方程

$$\left(\frac{dr}{d\alpha} \right)^2 + r^2 + \frac{c r^2}{b^2} = \frac{r^4}{b^2}, \quad c = Z_1 Z_2 \frac{e^2}{m v^2},$$

解上式得出 b 与 θ 的关系

$$b = c \cot \frac{\theta}{2}. \quad (1.11)$$

微分截面为

$$\sigma(\theta) = \frac{c^2}{\left\{4 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)\right\}}. \quad (1.12)$$

若欲求总截面, 在 $\theta=0$ 时成为发散。而 $\theta=0$ 也就相当于 $b=\infty$, 即不论是多大的碰撞参数均有效。限于严格遵守 Coulomb 势起见, $\sigma \rightarrow \infty$ 是不可避免的, 而在物理学的一些问题中, 例如冲击原子核时, 在核附近(即使是 Coulomb 的也同样)周围有电子的地方, Coulomb 势被电子遮蔽, 并比 Coulomb 的要弱, 这实际上并不难办到。

問題 試証若 Coulomb 势的作用范围是 $r \leq a$, 而在他处是 $V=0$, 则总截面为 $\sigma = \pi a^2$. (注意(1.11)中相当于 $b \geq a$ 的微分截面等于 0.)

§2 量子力学中的截面

上节中我们用古典力学的方法叙述了势散射, 并给出散射截面的定义。本节将就同样问题从量子力学角度来论述, 并证明散射截面最后的结论, 就是它可用所谓“散射振幅”来表示。

我们首先从量子力学方法来处理上节中理想化的实验开始。

按一定轨道进行的古典的微粒的运动, 在量子力学中是用波束来表示的。这时, 作一表示具有一定碰撞参数 b 的入射粒子的波束, 若根据 Schrödinger 方程来探求其随时间的变化, 则得如下的结论: 在一般情况下, 散射后不形成一条轨道, 而按各个散射角以一定比例扩散。也就是说, 碰撞后的运动不能用古典力学的理论来解释。又, 在量子力学中, 根据测不准关系可知, 几乎具有一定动量的各个入射粒子的碰撞参数 b 的值是有某种宽度的, 因此我们就不再考虑相当于古典轨道的波束, 而把具有各种散射碰撞参数值的多数粒子加以概括, 用同一的波束来表示。现在谈谈这种波束的性质。

与前相同, 设散射中心仍在 O 处 (图 2.1), 且由 A_0 的方向入射。又令以动量几乎为 k_0 而入射的波束, 在时间 $t=0$ 时, 差不多

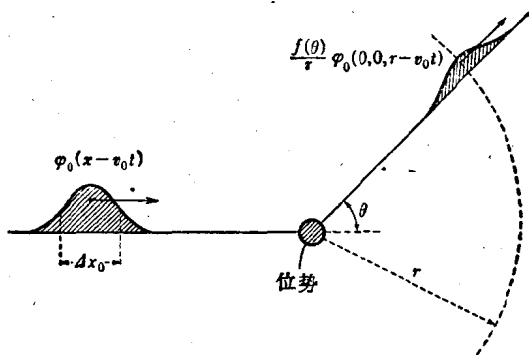


图 2.1

是在 $A_0: x = x_0$ 处。若以 Δx_0 表示其在空间位置的宽度，动量的宽度为 Δk_0 ①，由测不准关系可知

$$\Delta x_0 \cdot \Delta k_0 \gtrsim 1. \quad (2.1)$$

动量几乎是 k_0 ，所以

$$\frac{\Delta k_0}{k_0} \ll 1. \quad (2.2)$$

又，这种波束的扩散幅度比实验装置上的标准长度 R (例如 $A_0 O$) 要小；

$$\Delta x_0 \ll R. \quad (2.3)$$

其次，为了使得与各种四散的值 b 的入射粒子相当，必须使整个靶置入波束的扩散范围以内。假如令靶的大小为 a ，则必须

$$\Delta x_0 \gg a. \quad (2.4)$$

除上述之外，尚有一必要条件。即在量子力学中，波束是要随着时间的推移，规则地扩散而变形，因此，在失真前入射波束若不发生碰撞，就成了问题。(上边(2.4)就是假定着这种情况。)现在试求其必要条件。为此，我们有必要来考察波束随时间的变化规律。假定 $t=0$ 时，在几乎是 $x = x_0$ 处的波束与平面波重合，

① 无论在 x, y, z 那个方向，都以 $\Delta x_0, \Delta k_0$ 作为其大小的代表 ($\hbar=1$)。

$$\psi_0(x) = \int dk a(k) \exp(ikx) = \exp(ik_0 x) \varphi_0(x), \quad (2.5)$$

式中

$$\varphi_0(x) = \int dk a(k) \exp[i(k-k_0)x]. \quad (2.6)$$

$a(k)$ 仅对 $|k-k_0| \leq \Delta k$ 才具有大的值^①。此波束在势能的作用范围之外, 是按 Schrödinger 方程 $\frac{i\partial\psi}{\partial t} = H_0\psi$ 而变化,

$$\psi(x, t) = \int dk a(k) \exp[i(kx - E_k t)],$$

式中 $E_k = \frac{k^2}{2m}$, 在 k_0 附近展开时, 就成为 $E_k = E_{k_0} + (v_0, k - k_0) + \frac{(k-k_0)^2}{2m}$, $v_0 = \frac{k_0}{m}$. 若只限于取一次项, 则

$$\psi(x, t) \approx \exp[i(k_0 x - E_{k_0} t)] \varphi_0(x - v_0 t), \quad (2.7)$$

即波束不改变其形状, 且以速度 v_0 前进。至于上边所忽略的各项, 在 $\exp\left[i(k-k_0)^2 \frac{t}{2m}\right]$ 中, 当时间不太长时, 不会改变 $a(k)$ 的形式。若设其条件为 $k - k_0 \cong \Delta k$, $t \cong \frac{R}{v_0}$ 时, 就有

$$\frac{(\Delta k)^2 \left(\frac{R}{v_0}\right)}{m} \ll 1.$$

用(2.1)式又可改写为

$$\Delta x_0 \gg \left(\frac{R}{k_0}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.8)$$

现在, 为确定是否存在满足上述的 Δx_0 , 我们给与下列数值: $R \sim 10 \text{ cm}$, $a \sim 10^{-8} \text{ cm}$, $k_0 \sim 10 \text{ eV}$, $\frac{1}{k_0}$ 的 de Broglie 波长为 $\sim 2 \times 10^{-6} \text{ cm}$, 实际上, 取波束的扩散幅度 $4 \times 10^{-3} \ll \Delta x_0 \ll 10 \text{ cm}$ 即可,

① 例如, 可以取 $a(k) = (2\pi\Delta)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2\Delta^2}\right)$, $\Delta = \Delta x$, 但在往后的讨论中, 我们不涉及 $a(k)$ 的具体形式。

例如,取 $\Delta x_0 \sim 10^{-2} \text{cm}$.

其次,这个波束实际上是以速度 v_0 在运动,现在我们用式子来确定这件事,并考虑它的规格化.设前进方向取为 z 轴方向,通过垂直于前进方向的面,并在点 A_0 附近的单位面积上的粒子数为

$$\int dt \left(\frac{1}{2mi} \right) (\psi^* \partial_z \psi - \partial_z \psi^* \psi)_{x=x_0}.$$

以(2.7)代入,并注意 $\partial_z \varphi_0 \sim \varphi_0 / \Delta x_0 \sim \varphi_0 \Delta k_0 \ll \varphi_0 k_0$, 则粒子数成为(在时间 $t=0$ 时为最大)

$$\int dt v_0 |\varphi_0(0, 0, z_0 - v_0 t)|^2. \quad (2.9)$$

现在我们把它规格化成为 N 个,并设单位面积上入射粒子的密度就是 N .

现在让我们来研究一下,在 $t=0$ 时,以(2.5)的形式出发的波束散射的情况到底如何.在这里,仍然依据于包含有势的 Schrödinger 方程

$$\frac{i\partial\psi}{\partial t} = (H_0 + V)\psi, \quad (2.10)$$

可是,在实际上要求得解答不是容易的.为使求解方便起见,我们应用将(2.5)略作改变后的形式.

在这以前,让我们先来谈谈准备知识,即在(2.10)中,令 $\psi = \psi_k e^{-iE_k t}$ 时导出的有关

$$(H_0 + V)\psi_k = E_k \psi_k. \quad (2.11)$$

的定态解问题.如下节所示,在(2.9)的解中,离散射中心充分远处^①存在着如下的解.

$$\psi_k(x) \sim \exp(i k x) + \left[\exp\left(\frac{i k r}{r}\right) \right] f(\theta). \quad (2.12)$$

这里 (r, θ, φ) 是球坐标.由附加时间因子 $\exp(-iE_k t)$ 就可知,第

^① 确切地说,是 $\varphi_k - \exp(ikx)$ 的渐近形.

1 項是向 k 方向前进的平面波, 第 2 項是表示由中心 O 向外扩散的球面波(关于这些波与入射波、散射波等对应的情况, 在下面将会指出)。 $f(\theta)$ 称为散射振幅。

現在我們用 (2.12) 代替 (2.5) 中的 $\exp(ikx)$,

$$\psi'_0(x) = \int dk a(k) \psi_k(x). \quad (2.13)$$

这样, (2.10) 的解可写为

$$\psi'(x, t) = \int dk a(k) \psi_k(x) \exp(-iE_k t). \quad (2.14)$$

为了允许以 (2.14) 替代 (2.6) 式, 就必须使在 $t=0$ 时, 双方都表示同一波束, 其证明如下。

在离散射中心充分远处, (2.14) 与 (2.6) 的差为

$$\psi'(x, t) - \psi(x, t) \sim \left(\frac{f(\theta)}{r} \right) \int dk a(k) \exp(ikr - iE_k t).$$

同前, 将 $\exp$ 的内含项在 k_0 的邻近展开, 并限定到 1 次项为止, 得

$$\psi'(x, t) - \psi(x, t) \sim \left(\frac{f(\theta)}{r} \right) \exp(ik_0 r - iE_{k_0} t) \varphi_0(0, 0, r - v_0 t). \quad (2.15)$$

右边的 φ_0 仅在 $r - v_0 t \sim z_0$ 时具有较大的值, 但限于 $r \sim R$, 故在碰撞前的时间 $0 \leq t \leq \frac{R}{v_0}$ 内, 就没有满足如此条件的 t , 从而只需考虑 $\psi' \sim \psi$ 。

現在我們就以 (2.14) 式来看一看散射后的情况。我們知道, (2.15) 式仅是在 $r \sim R$ 的条件下得出来的, 在时间上是没有限制的, 所以也可看作为散射后的渐近式。在相当于平面波的地方, 我們应用 (2.7) 的结果, 就得到

$$\begin{aligned} \psi'(x, t) &\sim \exp(ik_0 x - iE_{k_0} t) \varphi_0(x - v_0 t) \\ &+ \exp(ik_0 r - iE_{k_0} t) \left(\frac{f(\theta)}{r} \right) \varphi_0(0, 0, r - v_0 t). \end{aligned} \quad (2.16)$$

其中第1项表示不散射而直进的入射粒子，第2项表示在时刻 t ，且仅在接近于 $r = v_0 t - |z_0|$ 时其值变大，并散射而扩展成球面状前进的散射粒子。粒子的密度与散射方向有关，并与 $|f(\theta)|^2$ 成比例地分布，也就是说，当考虑的是在古典的一条轨道上时，一般就不能被表示出来。

为了求散射截面，就要计算通过图 1.1 所示之面积元 dS 的粒子数

$$r^2 d\omega \int dt \left(\frac{1}{2mi} \right) (\psi^* \partial_r \psi - \partial_r \psi^* \psi). \quad (2.17)$$

其中 ψ 以 (2.16) 的散射部分代入 (与前相同，须注意 $\partial_r \varphi_0 \ll k_0 \varphi_0$)。当 $r \rightarrow \infty$ 时，其有限项为

$$d\omega |f(\theta)|^2 \int dt |\psi_0(0, 0, r - v_0 t)|^2 v_0.$$

将它与 (2.9) 式入射粒子的单位面积平均密度相比，得微分截面为

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = |f(\theta)|^2, \quad (2.18)$$

而总截面为

$$\sigma = \int d\omega |f(\theta)|^2 = 2\pi \int d\cos\theta |f(\theta)|^2. \quad (2.19)$$

这就相当于古典理论中的 (1.1) 及 (1.2) 式。其实这样来计算截面，归根到底也就在于求散射振幅 $f(\theta)$ 。故只需将 (2.11) 的 Schrödinger 方程附以 (2.12) 那种边界条件来解即可。这一点将在下节说明。

在这之前，先来阐明总散射截面 σ 的物理意义中的一种含义。即入射粒子束通过含有多个散射中心的物质层时^① (物质层厚度以 x 度量之)，设在 x 处之入射粒子数为 $N(x)$ ，粒子在经历 dx 期间引起 $N(x)n\sigma dx$ 次散射，并脱离粒子束。此处 n 是单位体积平

① 尽管散射中心离得相当远，但仍考虑其散射不引起干涉的情况。