定性与半定量物理学

赵凯华 著

高等教育出版社

定性与半定量

物理学

赵凯华 著

高等教育出版社

(京)112号

本书是北京大学物理系赵凯华教授在选修课讲义基础上编写的。全文曾在《大学物理》杂志(1988年第10期到1990年12期)刊载，深受广大读者欢迎。经作者增补修改后汇集出版。

作者在书中把基础物理知识生动地、巧妙地与当今物理学前沿如粒子物理、生物物理、天体物理、对称性、分形等等新鲜概念与课题结合起来，与物理学的思想，方法及其历史发展结合起来，古今纵横、上下环宇，格调清新、启人心智，是物理爱好者和师生们不可多得的参考读物，也有利于物理教学改革的探索。

本书内容有绪论及对称性原理、量纲分析、数量级估计、自然界的物理学等四章，并有较丰富的例题。

本书可作为各类高等学校本科和专科物理专业及学习物理课程的其他理工农医专业大学生、研究生、有关教学或科研人员的参考读物，也可供中专、中学教师及物理爱好者阅读或作进修之用。

责任编辑　邹延肃

定性与半定量物理学
赵凯华　著
高等教育出版社 出版
新华书店总店北京科技发行所发行
河北省香河县印刷厂印装
*
开本 850×1168　1/32　印张 8.75　字数 206,000
1991年10月第1版　1991年10月第1次印刷
印数 0001—1 780

ISBN 7-04-003502-2/O·1063
定价　4.00元

序

这本小册子的内容,原本是作者在北京大学物理系从 1987 到 1989 年开设的一门选修课,听众有二年级以上的本科生和研究生,应《大学物理》编辑部之约,从 1988 年 10 月起,又在该刊上连载了两年零三个月,前后为期凡二十有七.现略事修订增补,汇成此册.

读者不难看出,本书与 CUSPEA 考试(我国赴美研究生考试,1980—1988)有着密切的渊源.书中不少例题直接采自 CUSPEA 试题.应当说,我国的物理教学,模式是比较单一而古板的.欧美各大学(特别是 CUSPEA)试题风格的清新颖异、内容的丰富多采,使我们耳目为之一新.不少教师正从中吸取营养,改进自己的教学.这些试题涉及的知识面极广,所用的方法也比较特殊(从我们传统的眼光看,也许还不大"正规").若仅"就题论题"地讲述,会给人以头绪纷乱、支离破碎之感.用一定的线索把有关的知识和方法尽可能地贯穿起来——这便是作者的初衷.如果书中的某些片断,有幸被纳入现行的常规教学体系之内,作者将因此而感到欣慰.错误之处,祈读者不吝指教.

在作者备课、讲课期间,北大王正行和王稼军曾给予协助;在本稿连续刊出于《大学物理》时,北师大胡镜寰,做了大量校订工作,北师大天文系李宗伟在刊出后又对一些天文数据和提法给予指正,作者在此一并表示感谢。

作者谨识

燕园·马年仲冬

目　录

绪　论

物理学推理性强，逻辑严密，实验测量可达极高的精度．这些都是物理学与其它学科相区别的突出特点．物理学是一门高度定量化的学科，它使人类对自然界的认识获得了长足而深入的进步成为自然科学中公认的成功范例．在历史上，作为一门定量化的严密学科为物理学赢得声誉的，首先是牛顿力学．牛顿的万有引力定律把苹果和月亮的运动法则统一起来，不仅成功地解释了由开普勒总结的行星运行规律，由此定律还推算出月球运动的若干细节，说明了岁差、章动和潮汐等现象．众所周知，牛顿力学最辉煌的成就要算对一颗新行星（海王星）的预言，理论推算的误差只有 1° ①近代物理学高度精确的计算和测量更加令人赞叹不已．1957 年量子电动力学计算的电子反常磁矩值为 $\mu=1.0011614\mu_B$（μ_B为玻尔磁子），它与以前所得的精密实验值 $\mu=(1.001167\pm0.000005)\mu_B$ 符合到第六位有效数字！到了 1984 年，物理学家竟然能写出它的十二位有效数字：$\mu/\mu_B=1.001159652193$．更有甚者，1987 年 H. Dehmelt 小组测得的这一量值的最新结果是

$$\mu/\mu_B=1001159652187.9(4.3)\times10^{-12},$$

达到了 13 位有效数字．H. Dehmelt 为此分享了 1989 年诺贝尔物理奖②．遗憾的是，物理学中这样高度定量化的研究方法未能推广到其它学科，如生命科学和社会科学中去．这是因为在这些领域中的现象要错综复杂得多，理论家所需的素材（观察资料）很

---

① 参看 A.P. 弗伦奇，牛顿力学，人民教育出版社，1980，第八章，§16．

② 参看郭奕玲，《物理通报》1990 年第 1 期，第 1 页．

少可能有物理学中那样的精度，因而他们无法建立起较为完善的数学模型.

由于定量的方法在物理学中获得如此的成功，在这个领域中"定性"一词往往成了带贬意的字眼儿. 卢瑟福有句名言："定性就是定量化不够". 在一些人的心目中，作定性的分析是出于不得已，只有高度定量化才是最重要的. 其实这种认识是片面的，事情并不尽然. 我们可以举些例子来说明.

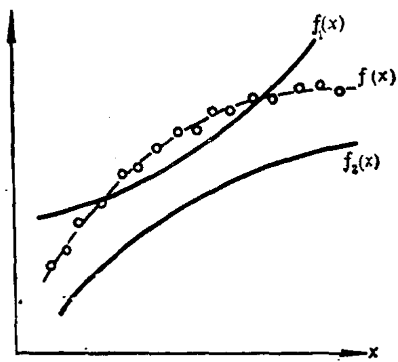


图 0-1　理论曲线与实验曲线的拟合

设想图 0-1 中的虚线 $f(x)$ 是一条实验曲线，实线 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 是建立在两个不同模型上的理论曲线，它们都与实验曲线拟合得不太好. 从定量的意义上说，$f_1(x)$ 的曲线稍好些，因为偏差 $\int|f_1(x)-f(x)|\mathrm{d}x<\int|f_2(x)-f(x)|\mathrm{d}x$. 但从定性的趋势看，$f_2(x)$ 比 $f_1(x)$ 更接近 $f(x)$. 为了进一步探索这实验现象的机理，你更倾向于哪个理论模型呢？我猜大多数理论物理学家宁愿要 $f_2(x)$，认为它背后的理论模型更接近真正的机理，尽管它给出的定量结果比 $f_1(x)$ 的偏差大. 讲这个例子，我不是要证明什么，只是想揭示人们心理上的一个自然倾向，即乐于承认曲线的定性趋势所具有的内在价值.

作为另一个例子，我们考虑圆电流在自身所在平面内的磁场

分布．学过普通物理的人谁都知道，圆心处的磁感应强度为

$$B=\frac{\mu_0 I}{2R}(\text{定义为 } B_0), \tag{0.1}$$

式中 R 为圆线圈的半径，I 为电流强度．圆心以外的地方情况怎样呢？原则上我们是可以根据毕奥-萨伐尔定律来计算的，甚至其结果还可以用解析式表达出来①．在圆内($r<R$)，

$$B(r)=\frac{2B_0}{\pi}\frac{1}{1-k^2}\int_0^{\pi/2}\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}\,d\theta; \tag{0.2}$$

在圆外($r>R$)，

$$B(r)=-\frac{2B_0}{\pi}\left[\frac{k'}{1-k'^2}\int_0^{\pi/2}\sqrt{1-k'^2\sin^2\theta}\,d\theta\right.$$
$$\left.-k'\int_0^{\pi/2}\frac{d\theta}{\sqrt{1-k'^2\sin^2\theta}}\right], \tag{0.3}$$

这里 $k=1/k'=r/R$，r 为场点到圆心的距离．以上两式包含了第一、二类全椭圆积分，它们的数值可以在数学手册中查到，也可以利用它们的级数展开式作数值计算．所得数值结果还可以用曲线表示出来，如图 0-2．不过，如果不是某种实验装置或工程技术设

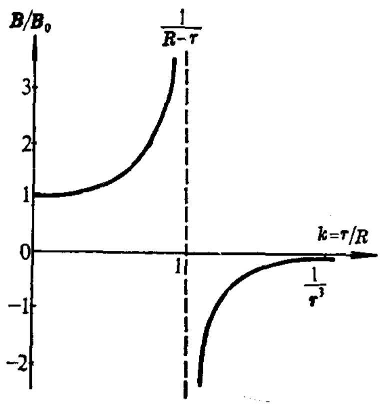


图 0-2 圆电流在自身所在平面内的磁场分布

① 参看彭中汉，蔡领，《大学物理》1983 年第 11 期，12 页．

计的需要，看了(0.2)和(0.3)那样的复杂公式，我们对磁场的分布能形成些什么概念呢？图 0-2 中的曲线倒能给我们一个大概的印象，它告诉我们，由圆心趋向圆周($r\to R$)时，$B\to\infty$；过渡到圆外，B 突然反向，随着 $r\to\infty$，B 从 $-\infty\to 0$．在 $r=R$ 和 ∞ 处 B 的渐近行为是怎样的？回答这个问题，可以取(0.2)和(0.3)式在 $k\to 1$，$k'\to 1$ 和 0 时渐近表达式．但我们可以有更简单的办法：当场点趋近圆周时，圆弧可看成是无限长的直导线，所以在这里 B 的渐近行为是反比于 $R-r$ 的；当 $r\to\infty$ 时，圆线圈看起来象个磁偶极子，从而 B 渐近地反比于 r^3．仔细的验证会告诉我们，(0.2)和(0.3)式的渐近行为确实如此．如果不是这样，那就是什么地方推导错了，故而用这种取极限情形的方法还可检查繁复计算的对错．如果我们根本就不需要定量的结果，利用上述取极限的方法，我们可立即得到磁场分布的一个大致概念．这种取极限情形的方法，是物理学中重要的定性方法之一．讲这个例子，我是想说明，并非在所有的场合下繁复的计算都是必要的．有时定性的方法来得更为有效．

我国物理教学的优良传统，是课程的内在联系紧密，论述条理清晰，逻辑严整．这样可使学生获得的知识在结构上不是零散现象的罗列和定律的堆砌，而是一个有层次、有组织的有机整体．正象近代庞大计算机的软件那样，这种知识结构有利于“读出”和“写入”，其中还有各种层次的“子程序”、“功能块”，调用起来也很方便．然而，我们总觉得，在我们的教学中还缺少点什么．问题在于，我们的学生不是亲自编写“程序”的人，他们不知问题的来龙去脉，不体会独立创新工作中的甘苦．每逢遇到问题，我们的学生总喜欢用系统的理论工具去作详尽的定量计算，或利用现有的仪器埋头于细致的测量，尽管有的问题本可以通过简单的思考就能得到定性的或半定量的结论．下面我想引用一段费因曼的故事，这

直接摘自他的一本回忆录.①故事描述他第二次去日本时遇到的情况：

"在我所到的地方，每位搞物理的人都告诉我他们正在做什么，我也愿意同他们讨论．通常他们先一般地讲讲问题的所在，然后就开始大串大串地写起公式来.

"'等一下'，我说：'这个一般性问题有特例吗？'

"'怎么会没有？当然有.'

"'好吧，请给我举个例子.'这是为了我自己，因为我不能普遍地理解任何事，我心中必须怀着一个特例，注视着它如何发展．起初有些人以为我有点迟钝，以为我不懂，因为我问了许多'愚蠢的'问题，如'阴极是正的还是负的？''阳离子往这边走，还是往那边走？'

"但是过了一会儿，当这位朋友停在一串方程式中间想说点什么的时候，我却说：'请稍等一下，这儿有个错！那不可能是对的！'

"此人检查一下他的公式，过了一会儿，果真发现了错误．他很惊讶，想道：'真见鬼，这家伙怎么搞的，开初他简直不懂，现在怎么会在这团乱糟糟的公式中找出个错儿？'

"他以为我在跟着他一步步地作数学推演，其实不是那么一回事．我心中有了特殊的物理实例，这正是他企图分析的问题．我从直觉和经验知道这件事的性质．所以当公式告诉我们说这件事应如此这般时，我一感到不对头，就跳起来说：'等等，那有个错儿！'

"这样，在日本，没有物理实例我就不懂，也不能和任何人讨论问题．但他们经常给不出实例来．即便给出来，也往往是个弱例，就是说，这问题本可用简单得多的分析方法来解决.

① Feynman, R. P.; *"Surely You're Joking, Mr. Feynman!"* W. W. Norton & Co. 1985, p. 223.(中译本：吴丹迪等译《爱开玩笑的科学家——费曼》，科学出版社，1989.)

“因为我总不问数学方程，而是问他们想搞的问题的物理实例，我的访问被总结到一篇油印的文章里，在科学家中间传阅．文章的标题是《费因曼的轰炸和我们的回击》．”

当一位成熟的物理学家进行探索性的科学研究时，常常从定性的或半定量的方法入手．这包括对称性的考虑和守恒量的利用、量纲分析、数量级估计、极限情形和特例的讨论、简化模型的选取、以至概念和方法的类比，等等．他们通过定性的思考或半定量的试验，力求先对问题的性质、解的概貌取得一个总体的估计和理解．否则一下子陷入细枝末节的探讨，往往会一叶障目，只见树木，不识森林①．这种定性或半定量的分析问题的能力，对初学者来说却是最难不过的．因为这要靠一定的物理直觉和洞察力，没有相当的经验和功力是做不到的．但是，青年学生应从头培养这种能力．平常除了刻苦学习之外，还应勤于思考（但不是空洞的思辩），以寻找各种事物之间的内在联系．经过定量计算或精密测量之后，对所得的某些结果人们未必就知道其所以然．从整体上作了定性思考之后，才有可能抓住问题的本质．有意识地这样锻炼下去，久而久之，就会融会贯通．孔夫子曰：“学而不思则罔（无知），思而不学则殆（危险）．”哲理名言，似乎也适用于这层意思．

① 本书封面上那副“瀑布”的怪画里，每个局部看上去似乎都是正确的，但总体上看，水流竟然会周而复始地自动循环起来，而且还推动着磨坊的一架水轮机．这岂不成了一架“永动机”?！此画可作为上面这段正文的一个绝妙的注脚．

“瀑布”这幅怪画与那幅美妙的“骑士图”出自同一位作者，他就是当代杰出的荷兰画家埃舍尔(M. C. Escher)．埃舍尔的作品构思巧妙，立意奇特，蕴含深刻的哲理，在西方极有影响．可惜中国人对他的作品还不太熟悉．感谢杨振宁先生首先把他的“骑士图”介绍给中国读者（见本书第一章图 1-22 和该处有关的段落）．好意的装帧设计人又将它选用在本书封面上，与那幅“瀑布”叠印在一起，使之相得益彰，令人绝倒！

第一章　对称性原理

§ 1. 什么是对称性?

在现代物理学中对称性是个很深刻的问题. 在粒子物理、固体物理、原子物理等许多领域里,对称性问题都很重要. 描述对称性的数学语言是群论. 这里不打算用群论方法去探讨一些较深的问题, 而是介绍对称性原理在基础物理中的应用.

对称性的概念最初来源于生活. 在艺术、建筑等领域中,所谓"对称", 通常是指左右对称. 人体本身就有近似的左和右的对称性. 各类建筑,特别是很多民族的古代建筑,都有较高的左右对称性. 我国古代的宫殿、寺庙和陵墓建筑尤为突出,而园林建筑的布局则错落有致,于不对称中见对称.

左右对称只是各种对称性中的一种. 除了左右对称之外, 读者也许还会想到轴对称、球对称等概念. 在数学和物理学中对称性的概念是逐步发展的, 今天它已具有十分广泛的含义. 为了说明在最普遍的意义下什么是对称性,我们得先引入一些概念.

首先是"体系",它是我们研究的对象;其次是"状态", 同一体系可以处在不同的状态; 不同的状态可以是"等价"的, 也可以是"不等价"的. 设想我们有一个圆, 这是个几何学中理想的圆(图1-2a), 在它的圆周上打个点作为记号,点在不同的方位代表体系(圆) 处在不同的状态. 如果我们所选的体系中不包括这个记号,其不同的状态看上去没有区别,我们就说这些状态都是等价的. 如果把这个记号包括在我们所选的体系之内,则不同的状态将不等价.

我们把体系从一个状态变到另一个状态的过程叫做"变换",

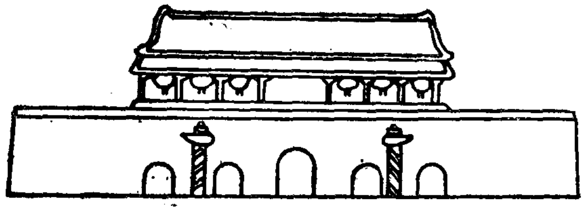


图 1-1　左右对称的天安门

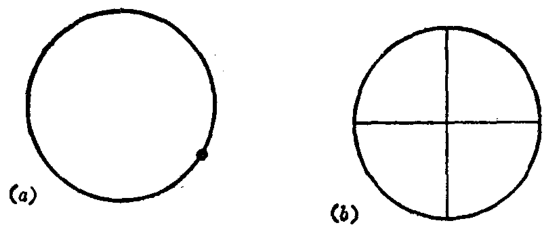


图 1-2　圆的对称性

或者说，我们给它一个“操作”．如果一个操作使体系从一个状态变换到另一个与之等价的状态，或者说，状态在此操作下不变，我们就说这体系对于这一操作是“对称的”，而这个操作叫做这体系的一个“对称操作”．例如图 1-2a 中那个圆（不考虑上面的记号）对于围绕中心旋转任意角度的操作来说都是对称的；或者说，旋转任意角度的操作都是这圆的对称操作．如果我们在圆内加一对相互垂直的直径（见图 1-2b），这个体系的对称操作就少得多了．转角必须是 90° 的整数倍，操作才是对称的．由此可见，图 1-2b 中的图形要比单纯一个圆的对称性少多了．

以上这个有关“对称性”的普遍定义，是德国大数学家魏尔(H. Weyl)首先提出来的．

最常用的对称操作是时空操作，转动、平移、镜象反射、标度变换等属空间操作，时间平移、时间反演等属时间操作．除了时空操

作之外，物理学中还用到许多其它的对称操作，如置换、规范变换、电荷共轭变换（即粒子与反粒子之间的变换）和某些动力学变换等，其中有的比时空变换抽象得多．下面我们先有选择地介绍其中一些．

1．镜象对称

通常说“左右对称”，确切的名称是镜象对称，或者说宇称(parity)，相应的操作是空间反射（镜面反射）．在这种操作下，沿反射镜面法线方向的坐标 $z\to -z$，其它方向不变，于是左手变成右手（图 1-3）．

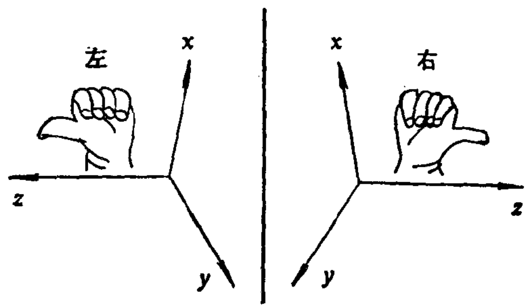


图 1-3　空间反射与镜象对称

物理学中有各式各样的矢量，它们在空间反射操作下该怎样变换？对于位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 来说，这是清楚的：与镜面垂直的分量反向，平行的分量不变．和 $\boldsymbol{r}$ 相联系的速度 $\boldsymbol{v}$、加速度 $\boldsymbol{a}$、乃至力 $\boldsymbol{f}$ 等矢量都应有相同的变换规律．但是存在另一类矢量，它们在空间反射操作下具有不同的变换规律．绕定轴的角速度

$$\boldsymbol{\omega}=\frac{\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{v}}{r^2}\ (r\perp\text{转轴})$$

就是这样．如图 1-4 所示，在空间反射操作下，$\boldsymbol{\omega}$ 与镜面垂直的分量不变，平行的分量却反向．和 $\boldsymbol{\omega}$ 相似，角位移和角加速度、以及力矩等矢量都应有这样的变换规律．通常把空间反射时服从前一

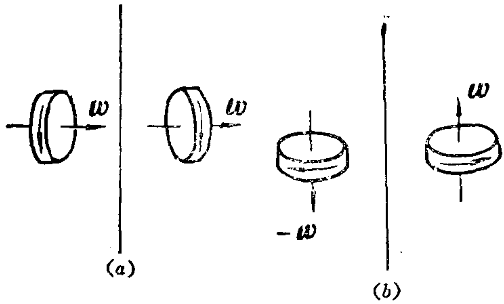


图 1-4　角速度的空间反射变换

类变换规律的矢量叫极矢量，后一类叫轴矢量．说实在的，也许根本不应该把轴矢量看成真正的矢量，因为它们所描述的实际上是一个平面内的事物．用个矢量来表示，不过是一种约定．轴矢量往往由两个极矢量的矢积构成，如果我们统一用右手坐标系来定义矢积的方向，则轴矢量必然会有与极矢量相反的空间反射变换规律．

从库仑定律可以论证，电场 $\boldsymbol{E}$ 是极矢量；从毕奥-萨伐尔定律可以论证，磁场 $\boldsymbol{B}$ 是轴矢量．以上结论留给读者作为练习，自己去推论．

镜象对称是物理学中最重要的对称性之一．我们暂时介绍到这里，下面还要不断地回到这个问题上来．

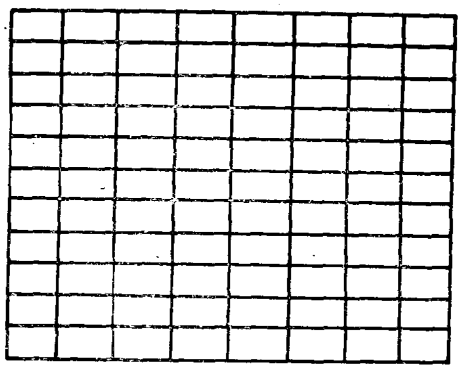
2．转动与平移

图 1-2 中所举的都是绕定轴转动的例子．若一体系绕某个轴每转 $2\pi/n$ 角度后恢复原状，则该轴称为 n 次轴．例如图 1-2a 中带点的圆周只有 1 次轴，图 1-2b 中带十字的圆具有 4 次轴；正方形具有 4 次轴，而长方形只有 2 次轴；等边三角形具有 3 次轴，正六边形具有 6 次轴，当然它同时也是 3 次轴和 2 次轴．

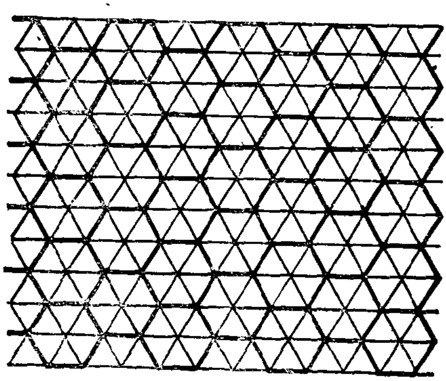
下面我们看平移的例子．一条无穷长的直线对沿自身方向的任何平移是不变的，即它具有这种平移对称性．一个无穷大的平

面对沿面内的任何平移也是不变的，故它也具有平移对称性，而这里的平移是二维的．倘若如图 1-5 所示，在无穷大的平面内打上均匀的格子，则只有受到特殊限制的平移才构成对称操作，即平移只能沿某几个特殊的方向走若干整数步，步长等于该方向格子的边长．

严格周期性的网格在具有平移对称性的同时，还具有一定的转动对称性．例如图 1-5*a* 中所示的长方形网格具有 2 次转动对称，垂直纸面通过每个格点和空格中心都有一条 2 次轴．图 1-5*b*



(*a*) 长方形网格



(*b*) 三角形与六角形网格

图 1-5　平面网格的平移对称性

本是三角形网格，若略去其中细线不看，只看粗线，则是六角形的蜂窝状网格. 垂直纸面通过三角形网格的每个格点和中心都有一条 3 次轴；垂直纸面通过六角形网格的中心有一条 6 次轴，而通过其格点只有 3 次轴.

我们知道，夫琅禾费衍射相当于进行一次傅里叶变换.①衍射主极强处于倒格点的位置. 下面结合二维格点作些具体说明. 设想在图 1-5 所示网格的每个格点上放置一个点状衍射物(原子)，它们的位矢 $\boldsymbol{R}_n$ 可用两个基矢 $\boldsymbol{a}_1$、$\boldsymbol{a}_2$ 来表述：

$$\boldsymbol{R}_n = n_1\boldsymbol{a}_1 + n_2\boldsymbol{a}_2, \tag{1.1}$$

这里 $n=(n_1, n_2)$ 是一对任意整数(见图 1-6 的上部). 二维衍射的理论告诉我们，如果入射光的波矢 $\boldsymbol{k}$ 垂直于格点所在的平面(图 1-6 的纸平面)，则衍射主极强的方向沿 $\boldsymbol{k}+2\pi\boldsymbol{K}_h$，这里

$$\boldsymbol{K}_h = h_1\boldsymbol{b}_1 + h_2\boldsymbol{b}_2, \tag{1.2}$$

式中 $\boldsymbol{b}_1$ 和 $\boldsymbol{b}_2$ 称为倒格矢，它们的方向分别与 $\boldsymbol{a}_2$ 和 $\boldsymbol{a}_1$ 垂直，而大小 $b_1=1/a_1$, $b_2=1/a_2$，亦即

$$\boldsymbol{a}_i \cdot \boldsymbol{b}_j = \delta_{ij} (i, j=1, 2), \tag{1.3}$$

式(1.2)中的 $h=(h_1, h_2)$ 为另一对任意整数，称为密勒指数，它们标志衍射斑的级别. 由式(1.3)，

$$\boldsymbol{K}_h \cdot \boldsymbol{R}_n = h_1 n_1 + h_2 n_2 = \text{整数},$$

对任何 h, n, 有

$$\exp(2\pi i \boldsymbol{K}_h \cdot \boldsymbol{R}_n) = 1. \tag{1.4}$$

倒格矢与衍射斑的分布情景示于图 1-6 的下方. 可以看出，它们保持着原始格点的平移对称性和相同次数的转动对称性，然而图样的取向似乎转了 90°.

应当指出，平移的周期性限制着格子转动对称性的级次. 用群论可以证明，在严格周期性的格子中只能有 1 次、2 次、3 次、4

① 参见赵凯华、钟锡华：《光学》下册，第五章，§4，北京大学出版社，1984.