

信号

吴京 等编著

与系统分析

XINHAO YU XITONG FENXI



国防科技大学出版社

73.412
272

DG67/b2

信号与系统分析

吴 京 果明明 徐忠富 编著
王慧频 刘 芸

国防科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统分析/吴京,果明明,徐忠富,王慧频,刘芸编著. —长沙:国防科技大学出版社,1999.3

ISBN 7-81024-552-X

I. 信号与系统分析

II. 吴京,果明明,徐忠富,王慧频,刘芸

III. ①信号处理②系统分析

IV. TN911.7

国防科技大学出版社出版发行

电话:(0731)4555681 邮政编码:410073

E-mail:gfkdcbs@public.cs.hn.cn

责任编辑:卢天颢 责任校对:张静

新华书店总店北京发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

*

787×1092 1/16 印张:24.25 字数:560千

1999年3月第1版第1次印刷 印数:1-5000册

*

定价:28.00元

内容简介

本书系统地论述信号与系统的基本概念、理论与分析方法。内容包括信号与系统的时域分析、频域分析、复频域分析、 Z 域分析、系统函数及状态变量,全书共分九章。

本书注重信号分析与系统分析,时域处理与各种变换处理,基础理论的分析与应用,注重连续时间信号与离散时间信号的并行分析,易于对比和学习掌握,注重引入新的概念、理论和分析方法。书中配有大量的例题和习题。

本书可作为高等院校电子技术、自动控制、计算机和机电各专业信号与系统课程的教材,也可供有关科技人员学习参考。

前 言

本书是在国防科技大学 1988 年出版的《信号与系统》教材基础上,总结多年教学经验,考虑未来发展,人才培养需要编写而成的。

随着科学技术的发展,学科互相渗透,信号与系统不仅是电子技术各专业的基础,而且成为自动控制、计算机、机电各专业共同需要的一门基础性课程,只是在深度和侧重点上有所不同。为此,本书全面而系统地论述了信号与系统分析的基本理论和方法。全书共分九章。内容包括信号与系统,连续时间信号与系统时域分析,离散时间信号与系统时域分析,连续时间信号与系统频域分析,离散时间信号与系统频域分析,连续时间信号与系统复频域分析,离散时间信号与系统 Z 分析,系统函数分析,状态变量分析。每章都配有较多的精选的例题和类型各异的习题。本书最大的特点是将连续时间和离散时间信号与系统置于完全同等的重要地位,在教材体系上采取连续与离散并行的方法。这种处理有利于学生从连续与离散的对比中加深理解和掌握两种信号与系统分析的基本理论和方法。另外本书的内容是任何从事信号处理工作所必备的基础理论知识,并且直接跟数字信号处理的基本理论和方法相衔接。因此,对于这些专业来说,经过适当的取舍,作为基本教材或主要参考书也是合适的。

本书由吴京、果明明、徐忠富、王慧频、刘芸等编写,刘福声、吴京负责全书组织编排及全书的统稿工作。

由王里生、罗永光编著的《信号与系统》教材,为本书提供了很有意义的参考。王国玉为本书的编写提出了宝贵意见并提供资料,电子技术系和教研室负责同志为本书编写工作给予许多支持和帮助。

由于水平所限,书中难免有错误和不当之处,恳切希望读者批评指正。

作者

于国防科技大学

1999 年 3 月

目 录

第一章 引 论

1.1 信号与系统	(1)
1.2 信号的分类	(2)
1.2.1 确定性信号和随机性信号	(2)
1.2.2 连续时间信号和离散时间信号	(2)
1.2.3 周期信号和非周期信号	(4)
1.2.4 实信号和复信号	(4)
1.2.5 功率有限信号和能量有限信号	(5)
1.2.6 奇信号和偶信号	(5)
1.3 系统的表示与系统的状态	(5)
1.3.1 系统的表示	(6)
1.3.2 系统的状态变量	(7)
1.4 系统的特性与分类	(8)
1.4.1 线性、线性系统与非线性系统	(8)
1.4.2 时不变性、时不变系统与时变系统	(11)
1.4.3 因果性、因果系统与非因果系统	(12)
1.4.4 稳定系统与非稳定系统	(12)
1.4.5 有记忆系统与无记忆系统	(12)
1.4.6 其它的系统分类	(13)
1.5 系统分析方法概述	(13)
习 题	(14)

第二章 连续时间信号与系统时域分析

2.1 基本信号的时域描述	(16)
2.1.1 普通信号	(16)
2.1.2 奇异信号	(18)
2.2 信号时域运算	(24)
2.2.1 信号的加减与乘除运算	(24)
2.2.2 信号的积分与微分运算	(24)
2.2.3 信号波形的翻转、展缩与平移	(25)

2.2.4 信号的分解	(27)
2.3 卷积积分	(30)
2.3.1 卷积的定义	(30)
2.3.2 卷积的性质	(31)
2.3.3 卷积积分的计算	(33)
2.4 微分算子与微分方程	(39)
2.4.1 微分算子的引入	(39)
2.4.2 微分算子的性质	(40)
2.4.3 电路系统中微分方程的建立	(40)
2.5 零输入响应	(42)
2.5.1 零输入响应满足的算子方程	(42)
2.5.2 零输入响应的一般形式	(42)
2.6 单位冲激响应	(44)
2.6.1 一阶系统的冲激响应	(45)
2.6.2 高阶系统的冲激响应	(46)
2.7 零状态响应	(50)
2.8 系统响应模式分析	(53)
2.8.1 系统全响应	(53)
2.8.2 自然响应和强迫响应	(55)
2.8.3 瞬态响应和稳态响应	(55)
习 题	(55)

第三章 离散时间信号与系统时域分析

3.1 离散时间信号——序列	(63)
3.1.1 离散时间信号的描述	(63)
3.1.2 基本离散信号	(64)
3.2 离散信号的基本运算	(68)
3.3 序列的卷积和	(71)
3.3.1 卷积和的定义	(72)
3.3.2 卷积和的性质	(72)
3.3.3 卷积和的计算	(73)
3.3.4 反卷积计算	(75)
3.4 离散时间系统的差分方程	(77)
3.4.1 离散时间系统	(77)
3.4.2 差分方程	(77)
3.4.3 离散系统的传输算子	(80)
3.5 零输入响应	(80)

3.6 零状态响应.....	(83)
3.6.1 单位样值响应.....	(83)
3.6.2 零状态响应.....	(86)
3.7 离散系统响应模式分析.....	(87)
习 题	(89)

第四章 连续时间信号与系统频域分析

4.1 引言.....	(95)
4.2 信号的正交分解和傅里叶展开.....	(96)
4.2.1 矢量的正交与正交分解.....	(97)
4.2.2 信号的正交和正交分解.....	(97)
4.2.3 傅里叶展开.....	(99)
4.3 周期信号的频谱分析	(105)
4.3.1 波形对称性与谐波特性的关系	(105)
4.3.2 频谱结构与波形参数的关系	(107)
4.3.3 功率谱和有效频带	(108)
4.3.4 线性时不变系统对周期信号的响应	(110)
4.4 非周期信号傅里叶变换	(111)
4.4.1 傅里叶变换的导出	(111)
4.4.2 傅里叶变换的物理意义	(113)
4.5 连续时间傅里叶变换的性质	(117)
4.5.1 傅里叶变换的唯一性	(117)
4.5.2 线性特性	(117)
4.5.3 奇偶特性	(117)
4.5.4 共轭特性	(118)
4.5.5 对称特性	(118)
4.5.6 时频展缩特性	(120)
4.5.7 时移特性	(122)
4.5.8 频移特性	(123)
4.5.9 时域微分特性	(124)
4.5.10 频域微分特性.....	(125)
4.5.11 时域卷积定理.....	(126)
4.5.12 频域卷积定理.....	(127)
4.5.13 时域积分定理.....	(128)
4.5.14 信号能量与频谱的关系.....	(129)
4.6 周期信号傅里叶变换	(130)
4.7 傅里叶反变换	(133)

4.7.1	利用傅氏变换对称特性	(133)
4.7.2	部分分式展开	(134)
4.7.3	利用傅里叶变换性质和常见信号的傅里叶变换对	(135)
4.8	系统的频域分析	(136)
4.8.1	线性时不变系统零状态响应的频域表示	(136)
4.8.2	微分方程系统的频域表示	(137)
4.8.3	电路系统的频域分析	(138)
4.9	无失真传输与滤波	(140)
4.9.1	信号的无失真传输	(140)
4.9.2	信号的滤波	(142)
4.10	抽样	(152)
4.10.1	冲激串抽样	(153)
4.10.2	脉冲串抽样	(153)
4.10.3	时域抽样定理	(155)
4.10.4	频域抽样定理	(158)
4.11	相关分析与谱分析	(159)
4.11.1	相关函数	(159)
4.11.2	相关定理、能量谱密度与功率谱密度	(161)
4.11.3	系统的相关分析和谱分析	(164)
习 题		(165)

第五章 离散时间信号与系统频域分析

5.1	引言	(172)
5.2	离散傅里叶级数(DFS)	(172)
5.2.1	离散周期信号的表示	(172)
5.2.2	离散时间傅里叶级数系数的确定	(174)
5.2.3	离散傅里叶级数的主要性质	(177)
5.3	离散时间傅里叶变换(DTFT)	(181)
5.3.1	非周期序列的表示	(181)
5.3.2	周期序列的离散时间傅里叶变换	(186)
5.3.3	离散时间傅里叶变换性质	(190)
5.4	离散时间系统频域分析	(194)
5.4.1	系统响应的频域表示	(194)
5.4.2	频率响应和单位脉冲响应的计算	(195)
5.4.3	滤波特性	(198)
5.5	几种傅里叶变换的关系	(198)
5.5.1	连续时间傅里叶变换(CTFT)	(199)

5.5.2	连续时间傅里叶级数(CTFS).....	(199)
5.5.3	离散时间傅里叶变换(DTFT)	(200)
5.5.4	离散时间傅里叶级数(DTFS)	(200)
5.6	离散傅里叶变换(DFT)	(200)
5.6.1	从DFS引出DFT	(201)
5.6.2	离散傅里叶变换(DFT)的性质	(202)
习 题		(209)

第六章 连续时间信号与系统复频域分析

6.1	拉普拉斯变换	(215)
6.1.1	拉氏变换的定义	(215)
6.1.2	拉普拉斯变换的收敛域	(216)
6.1.3	常用信号的拉氏变换	(217)
6.2	拉普拉斯变换的性质	(218)
6.3	拉普拉斯反变换	(225)
6.4	双边拉普拉斯变换	(230)
6.5	系统的复频域分析	(235)
6.5.1	微分方程的变换解	(235)
6.5.2	电路系统的分析	(236)
6.5.3	系统函数和零状态响应的 s 域分析法	(240)
6.6	拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	(242)
习 题		(244)

第七章 Z 变换

7.1	引言	(250)
7.2	Z 变换的定义	(250)
7.2.1	单边 Z 变换	(251)
7.2.2	Z 变换与傅里叶变换的关系	(251)
7.2.3	Z 变换与拉普拉斯变换的关系	(252)
7.2.4	S 平面与 Z 平面的映射关系	(253)
7.3	Z 变换的收敛	(254)
7.4	Z 反变换	(260)
7.4.1	围线积分与极点留数法	(261)
7.4.2	幂级数展开法	(264)
7.4.3	部分分式展开法	(267)
7.5	由零极点图确定傅里叶变换的几何求值法	(270)

7.5.1 一阶系统	(272)
7.5.2 二阶系统	(272)
7.6 Z 变换的性质	(273)
7.6.1 线性	(273)
7.6.2 时移性质	(274)
7.6.3 单边 Z 变换的时移性质	(274)
7.6.4 频移性质	(275)
7.6.5 序列指数加权(z 域尺度变换)	(276)
7.6.6 序列线性加权(z 域微分)	(276)
7.6.7 初值定理	(278)
7.6.8 终值定理	(278)
7.6.9 时域卷积定理	(278)
7.6.10 序列相乘(z 域卷积定理)	(280)
7.6.11 帕斯瓦尔定理	(282)
7.7 利用 Z 变换分析线性时不变离散时间系统	(283)
7.7.1 由线性常系数差分方程描述的系统	(283)
7.7.2 互连系统的系统函数	(284)
7.8 数字滤波器	(285)
7.8.1 数字滤波器的基本原理	(285)
7.8.2 数字滤波器的构成	(286)
7.8.3 数字滤波器的设计	(290)
习 题	(292)

第八章 系统函数分析

8.1 系统的极点和零点	(297)
8.2 系统的稳定性	(299)
8.2.1 定义	(299)
8.2.2 系统稳定性与极点位置的关系	(300)
8.2.3 劳斯—霍尔维茨稳定性判据	(302)
8.3 信号流图和 Mason 公式	(304)
8.3.1 信号流图	(305)
8.3.2 流图代数	(306)
8.3.3 Mason 公式	(306)
8.4 系统模拟	(309)
8.4.1 连续时间系统的模拟	(309)
8.4.2 离散时间系统的模拟	(313)
8.5 连续时间系统的离散化处理	(315)

8.5.1 脉冲响应不变法	(316)
8.5.2 向后差分近似法	(317)
8.5.3 双线性变换法	(318)
习 题	(319)

第九章 状态变量分析

9.1 系统状态与状态变量	(323)
9.2 状态方程与输出方程	(325)
9.3 状态方程的建立	(327)
9.3.1 从电路系统求状态方程	(327)
9.3.2 从微分方程(或差分方程)建立状态方程	(329)
9.3.3 从信号流图建立状态方程	(331)
9.4 状态方程与输出方程的解法	(334)
9.4.1 连续时间系统状态方程和输出方程的解法	(334)
9.4.2 离散时间系统状态方程和输出方程的解法	(340)
9.5 根据状态方程判断系统稳定性	(342)
9.5.1 连续时间系统的稳定性	(342)
9.5.2 离散时间系统的稳定性	(343)
9.6 系统的可控性和可测性	(343)
9.6.1 系统的可控性	(343)
9.6.2 系统的可测性	(347)
9.7 状态矢量的线性变换	(349)
9.7.1 线性变换下系统函数矩阵的不变性	(349)
9.7.2 A 矩阵的对角化	(350)
习 题	(351)

附录

附录 1 部分分式展开	(356)
附录 2 克雷—哈密顿定理	(360)
附录 3 冲激响应表	(361)
附录 4 离散时间系统的单位样值响应	(361)
附录 5 卷积性质表	(362)
附录 6 离散卷积性质表	(362)
附录 7 傅里叶变换性质表	(363)
附录 8 单边拉普拉斯变换性质表	(365)
附录 9 双边拉普拉斯变换性质表	(366)
附录 10 Z 变换性质表	(366)
附录 11 卷积表	(367)

附录 12 傅里叶变换表	(368)
附录 13 单边拉普拉斯变换表	(371)
附录 14 Z 变换表	(372)
参考文献.....	(373)

第一章 引 论

1.1 信号与系统

信号与系统分析的任务是研究信号与系统分析的基本理论与方法。随着科学技术的发展,信号与系统的分析方法已广泛应用于许多领域和学科,例如通信、计算机、语音和图像处理、电路设计、自动控制、雷达、电视、声学、地震学、化学过程控制等等。

信号总是表现为某种物理量(如声、光、电等)的变化。在自然界中存在各种各样的信号,它们的物理表象各不相同,但是它们都有一个共同点,即或多或少都包含有一定的意义。此处所说的“一定的意义”,是指人类社会和自然界中需要传送、交换、存储和提取的抽象内容,也就是通常所说的“信息”。有时我们会得到一个莫名其妙的信号,并不是它本身没有意义,而是我们还没有识别它。信号就是信息的载体,是信息的物理体现。按照物理量的不同,信号可以分为声音信号、光信号、电信号等,例如汽车喇叭声是一个声音信号,十字路口的红绿灯亮光是一个光信号,电路中的电压和电流、电视天线从天空中接收到的电磁波是电信号……

自古以来,人类一直在寻求各种方法,通过信号实现信息的传输、记忆、处理、转化与留传。从结绳记事和狼烟报警,到信息的语言表达和文字表示,再到现在遍及全球的电话、电报、广播、电视等电信号通信,人类在信息技术领域取得了一次又一次的长足进步。

要产生信号,要对信号进行存储、转化、传输和处理,需要一定的物理装置,这样的物理装置称为信号系统,简称系统。系统这个词在系统论和哲学上有着十分广泛的含义,一般意义上的系统是指由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体,而我们这里的系统专指信号系统。信号系统是物理器件的集合体,它在接受一个输入信号时,会产生一个或多个信号。输入信号称为激励,输出信号称为响应。从信号与系统分析的角度看,系统就是一个信号变换器,与信号密不可分。

研究信号的信号理论涉及面很广,内容十分丰富,主要包括两个方面:研究信号的解析表示、信号有用性能的数值特征、信号的变换和处理(信号分析);针对系统给定的要求设计或选择信号的最佳形式(信号综合)。信号分析与信号综合两个方面既有区别,又相互联系。信号分析是信号综合的基础,本书侧重讨论信号的分析。

系统研究的主要问题是:对于给定的系统,研究系统对输入激励所产生的输出响应(系统分析);对于特定信号及处理要求,研究系统应具有的功能和特性并据此设计所需的系统(系统综合)。本书对系统的研究侧重于系统分析,而且,重点研究一种实际应用中经

常遇到的线性时不变系统。这是因为由定义这类系统的线性和时不变性所引出的一套概念和分析方法在实践上具有重要意义,在理论上也是完整的。而且许多不具备线性时不变特性的系统在限定的范围内与一定的条件下仍遵循线性时不变系统的规律,从而也能用线性时不变系统的分析方法进行研究。

1.2 信号的分类

信号按物理属性可以分为电信号与非电信号两类。在一定条件下,它们是可以相互转换的。电信号很常见,容易产生,便于控制,易于传输处理。本书主要研究电信号(简称为信号)。

电信号的基本形式是取值随时间变化的电压或电流(时间 t 称为信号的自变量)。这种取值变化常常采用时间函数(或序列)表达式,或者时间函数(或序列)的图形(称为信号的波形图)来表示。除了表达式与波形图这两种直观的描述方法之外,还用频谱或其它正交变换的方式来描述信号。

信号的形式多种多样,可以从不同的角度进行分类,且通常与系统有关。下面介绍几种常见的信号分类方法。

1.2.1 确定性信号和随机性信号

按照信号是否存在随机性可以将信号分为确定性信号和随机性信号。随机性信号在某一时刻的取值具有不可预知的不确定性,只能通过大量试验测出它在某一时刻取值的概率分布。这类信号是随机信号分析的研究对象。确定性信号可以表示为时间函数(或序列),且它的参量都确定,给定某一时刻的取值是完全确定的,其所包含的信息的不同就体现在取值随时间的不同变化规律上。本书只讨论确定性信号。

1.2.2 连续时间信号和离散时间信号

按照信号自变量 t 的取值特点,可以将信号分为连续时间信号和离散时间信号。

1. 连续时间信号(简称连续信号)

自变量 t 是连续可变的,信号在任意时刻都有定义(本书一般以 $f(t)$ 表示连续时间信号)。

例 1.2.1 信号 $f(t) = \sin \frac{\pi}{2}t$, 其波形图如图 1.2.1。它的定义域为 $(-\infty, \infty)$, 值域为 $[-1, 1]$ 都是连续变化的,因而是一个连续信号。

需要指出,对连续信号而言,其定义域是连续的,其值域可以是连续的,也可以有有限个不连续点(间断点)。

例 1.2.2 信号 $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{-\alpha t}, & t \geq 0 (\alpha > 0) \end{cases}$, 其波形图如图 1.2.2。它的定义域为 $(-\infty, \infty)$, 其取值是在 0 到 1 的连续区间,因而也是连续信号,但在 $t = 0$ 处,信号取值不连续。

从信号处理角度看,两个连续时间信号在有限个孤立时刻上的有限的数值差别不可能导致信号能量的差异,从而也不可能导致处理结果的差异。因此可以灵活定义连续时间

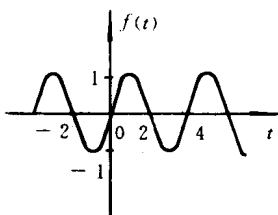


图 1.2.1 例 1.2.1 波形图

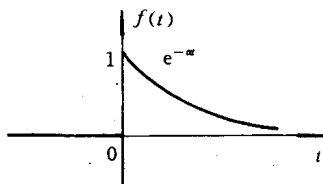


图 1.2.2 例 1.2.2 波形图

信号的值域间断点处的取值。如例 1.2.2 中信号在 $t = 0$ 处的取值可以定义为 0, 1 或 $\frac{1}{2}$ 。

2. 离散时间信号(简称离散信号)

自变量 t 不连续变化, 信号只在一些离散的时刻才有定义。这里的“离散”是指信号的定义域(时间)是离散的, 它只取某些规定的值, 离散时间信号定义在一些离散时刻 t_n ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), 在其余的时间, 信号没有定义, 时刻 t_n 与 t_{n+1} 之间的间隔 $T_n = t_{n+1} - t_n$ 可以是常数, 也可以随 n 变化。本书只讨论 T_n 是常数的情况。若令相继时刻 t_n 与 t_{n+1} 的间隔为 T , 则离散信号只在均匀离散时刻 $t = \dots, -2T, -T, 0, T, 2T, \dots$ 时有定义。本书一般以 $x(nT)$ (其中 n 为整数) 表示离散时间信号, 并把 $x(nT)$ 简记为 $x(n)$ 。离散时间信号也常称为序列。下面是两个离散时间信号的例子。

例 1.2.3 序列 $x(n)$ 可写成闭合形式的表示式, 也可逐个列出 $x(n)$ 的值。

序列 $x_1(n) = \begin{cases} 2^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$ 是闭合形式的表示式, 其波形图如图 1.2.3(a) 所示。

序列 $x_2(n) = \begin{cases} 0, & n \leq -2 \\ 1, & n = -1 \\ 2, & n = 0 \\ 1, & n = 1 \\ 0, & n \geq 2 \end{cases}$ 逐个列出了取值, 其波形图如图 1.2.3(b) 所示。

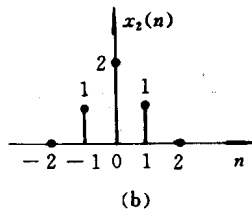
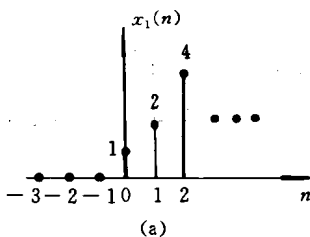


图 1.2.3 例 1.2.3 波形图

例 1.2.4 序列 $x(n) = \begin{cases} e^{-an}, & n \geq 0 (\alpha > 0) \\ 0, & n < 0 \end{cases}$ 其波形图如图 1.2.4。其序列值可能

取 $[0, 1]$ 区间的任何值。

离散信号的自变量只取离散时刻, 其取值可以是连续变化的, 也可以是离散的。自变

量和取值均为连续的信号常称为模拟信号,自变量和取值均为离散的信号称为数字信号。在实际应用中,连续信号与模拟信号两个名词常常不予区分。一般在研究理论问题时常用“连续”、“离散”二词,而讨论具体的实际问题时常采用“模拟”、“数字”二词。

1.2.3 周期信号和非周期信号

一个定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间的连续时间信号 $f(t)$,如果存在一个最小的正值 T ,对全部 t ,下式成立

$$f(t) = f(t + mT), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

则称 $f(t)$ 为周期信号,其周期为 T ,否则称 $f(t)$ 为非周期信号。

一个定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间的离散时间信号 $x(n)$,如果存在一个最小的正值 N ,对全部 n ,下式成立

$$x(n) = x(n + mN), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

则称 $x(n)$ 为周期信号,其周期为 N ,否则称 $x(n)$ 为非周期信号。

图 1.2.5 和图 1.2.6 分别给出了周期信号和非周期信号的实例。

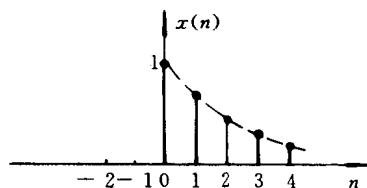


图 1.2.4 例 1.2.4 波形图

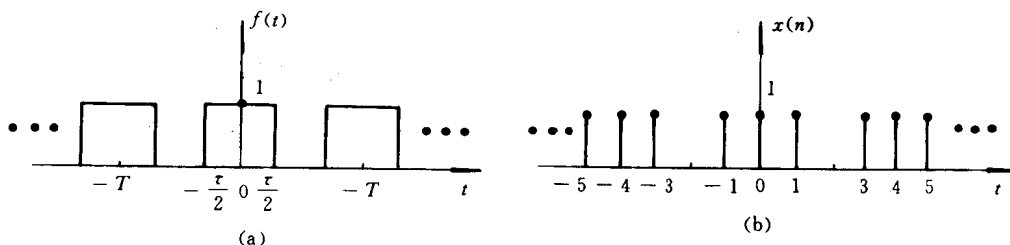


图 1.2.5 周期信号

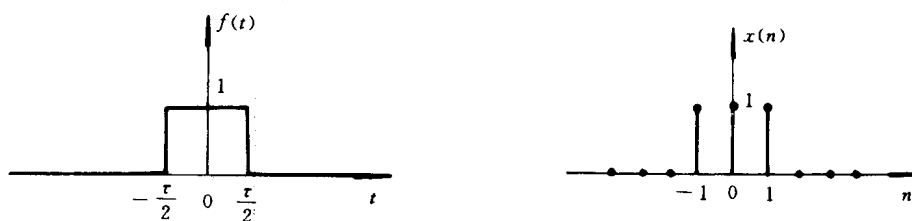


图 1.2.6 非周期信号

可见,周期信号每隔一定时间(周期),按相同规律重复变化。而非周期信号不具备这种周期重复性,其波形在有限的时间范围内不会重复出现,因此也可把非周期信号看成周期为无穷大的周期信号。

1.2.4 实信号和复信号

物理可实现的信号,例如后面将要介绍的正余弦信号(或序列),其在各时刻的取值是