

线性电路理论

龚正毅 编著

机械工业出版社

线性电路理论

龚正毅 编著



机械工业出版社

本书介绍了线性电路的基本理论。全书共十二章。第一章是电路的基本概念。第二、三章是电阻网络的分析。第四章是应用矩阵和图论分析电路网络。第五、六章是动态电路的正弦稳态分析,该二章内容中还包括对网络函数极点与零点的讨论,电路的频率特性与波特图的作法等。第七章是线性电路在时域中的完全响应。第八章介绍奇异函数与卷积。第九章介绍傅氏变换与拉氏变换。第十章是状态方程。第十一章是双口网络,其中包括了对有源网络中一些元件的讨论。第十二章是讯号流图分析。

本书可供高等工科院校电类各专业的本科生阅读,也可供电类专业的教师、研究生及有关科技人员参考。

线性电路理论

龚正毅 编著

责任编辑: 贡克勤

封面设计: 方 芬

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南里一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ ·印张 $22 \frac{1}{4}$ ·字数 544 千字

1987年12月北京第一版·1987年12月北京第一次印刷

印数 0,001—2,900·定价: 5.25 元

统一书号: 15033·7117

前 言

线性电路理论是电路理论的基础。本书对线性时不变电路理论进行了较系统的阐述，内容包括经典的频域和时域分析法以及近代的状态变量法等。本书在编写过程中，还将一些基本的数值计算方法与电路理论的叙述结合起来，但本书未涉及离散域及网络综合方面的内容。

本书的第一至第四章是分析电阻电路，第五章至第十章是分析动态电路。值得指出的是，在动态电路分析中，函数 e^{st} 占有中心地位。近年来，在国外许多电路教材中都力求尽早引入函数 e^{st} 。显然，通过其他的简单途径引入 e^{st} 要比用拉氏变换优越，因为初学者容易接受这种指数形式的解答。本书通过将 e^{st} 作为激励源从而引入转移函数以及极点和零点等概念。这些概念的较早提出并在后续各章中继续讨论和应用无疑是有益的。本书的第十一章是双口网络，第十二章是讯号流图。由于篇幅限制，这两章的叙述都比较简要。

北京轻工业学院夏德钤教授负责审阅了全书，并在审阅过程中提出了许多宝贵意见，对此我谨表示深切感谢。本书初稿还曾得到北京工业学院李瀚荪教授的支持和帮助，书稿并经程应森老师协助整理，国家机械工业委员会科学技术情报研究所周斌高级工程师对本书的出版也给予了很多指导和帮助，在此均一并致以衷心的感谢。由于作者水平所限，书中缺点和错误之处在所难免，敬希读者予以批评指正。

江南大学 龚正毅

1986年7月于无锡

目 录

<p>第一章 电路的基本概念 1</p> <p> § 1-1 引言 1</p> <p> § 1-2 电路中的基本物理量 4</p> <p> § 1-3 电路的无源元件 6</p> <p> § 1-4 电路的有源元件 13</p> <p> § 1-5 克希霍夫定律 17</p> <p> 习题 19</p> <p>第二章 电阻网络的分析 22</p> <p> § 2-1 应用支路的伏—安特性 及克希霍夫定律求解网络 2²</p> <p> § 2-2 网络拓扑 24</p> <p> § 2-3 克希霍夫电流与电压方程独立性的 讨论 28</p> <p> § 2-4 基底变量 31</p> <p> § 2-5 节点分析法 33</p> <p> § 2-6 割集分析法 38</p> <p> § 2-7 回路分析法 4²</p> <p> § 2-8 用高斯消去法求解联立代数方程 45</p> <p> 习题 48</p> <p>第三章 线性电路中的原理和定理 52</p> <p> § 3-1 网络的简单变换 52</p> <p> § 3-2 电压源与电流源的转移 55</p> <p> § 3-3 叠加原理 57</p> <p> § 3-4 互易定理 60</p> <p> § 3-5 代维宁—诺顿定理 63</p> <p> § 3-6 无源星形与三角形电路的 等效互换 67</p> <p> § 3-7 特勒根定理 71</p> <p> § 3-8 对偶原理 74</p> <p> 习题 78</p> <p>第四章 网络方程的系统化表述法 82</p> <p> § 4-1 网络图的拓扑矩阵 82</p> <p> § 4-2 图的拓扑矩阵的相互关系 87</p> <p> § 4-3 节点分析法 90</p> <p> § 4-4 割集分析法 95</p> <p> § 4-5 回路分析法 96</p> <p> § 4-6 矩阵的LU分解 99</p>	<p> 习题 104</p> <p>第五章 电阻电感电容电路的正弦 稳态分析 108</p> <p> § 5-1 指数激励作用于 R、L 及 C 时 的情形 108</p> <p> § 5-2 电路中的固有反应与指数函数 112</p> <p> § 5-3 正弦函数 114</p> <p> § 5-4 具有虚幂的指数函数在正弦稳 态分析中的应用 116</p> <p> § 5-5 复数阻抗与复数导纳 118</p> <p> § 5-6 正弦量的复振幅(相量)表示法 与相量图 122</p> <p> § 5-7 正弦电路中的功率 125</p> <p> § 5-8 复频率的概念 132</p> <p> § 5-9 网络函数 135</p> <p> 习题 137</p> <p>第六章 电路的频率响应与极点—零 点图 142</p> <p> § 6-1 电路中固有反应的进一步讨论 142</p> <p> § 6-2 网络函数的极点与零点 146</p> <p> § 6-3 电路的频率响应 149</p> <p> § 6-4 RLC电路中的谐振 152</p> <p> § 6-5 波特图 159</p> <p> § 6-6 低通电路 166</p> <p> 习题 168</p> <p>第七章 线性电路中的完全响应 173</p> <p> § 7-1 电路中的完全响应及其分解 173</p> <p> § 7-2 一阶电路中完全响应的计算 177</p> <p> § 7-3 二阶电路中完全响应的计算 181</p> <p> § 7-4 数值积分 189</p> <p> § 7-5 RLC网络的数值解 196</p> <p> 习题 201</p> <p>第八章 阶跃函数与冲激函数在电 路分析中的应用 204</p> <p> § 8-1 阶跃函数 204</p> <p> § 8-2 冲激函数 207</p> <p> § 8-3 $R-C$串联电路与脉冲函数的接通 212</p>
--	--

§ 8-4 电路的冲激响应与阶跃响应.....218	§ 10-5 状态方程的频域解286
§ 8-5 线性时不变电路在任意输入下的 响应——卷积积分.....223	习题291
习题228	第十一章 双口网络294
第九章 傅里叶变换与拉普拉斯变换23	§ 11-1 双口网络的参数及其相互关系294
§ 9-1 引言.....232	§ 11-2 双口网络的等效电路300
§ 9-2 傅里叶级数与傅里叶变换.....233	§ 11-3 双口网络的联接305
§ 9-3 从傅里叶变换过渡到拉普拉斯 变换.....239	§ 11-4 运算放大器311
§ 9-4 拉普拉斯变换的性质和有关定理.....242	§ 11-5 一般阻抗变换器与反转器316
§ 9-5 部分分式展开.....250	§ 11-6 零口器和非口器321
§ 9-6 应用拉氏变换分析电网络.....253	习题324
习题259	第十二章 讯号流图分析328
第十章 状态方程264	§ 12-1 引言328
§ 10-1 状态变量与状态方程264	§ 12-2 讯号流图的一些基本定义和性质.....328
§ 10-2 用观察法列写简单线性网络的 状态方程267	§ 12-3 讯号流图的简化333
§ 10-3 用系统法建立状态方程270	§ 12-4 倒向335
§ 10-4 状态方程的时域解278	§ 12-5 梅逊公式338
	§ 12-6 电网络的讯号流图分析341
	习题347
	参考文献348

第一章 电路的基本概念

§ 1-1 引言

电路理论作为一门独立学科已有一百余年历史，它的早期发展是与长途电话通讯紧密相联系的。滤波器是在第一次世界大战期间发明的。随着滤波器理论的发展，四端网络的概念以及它的参数和联接方法也被提出和讨论。长途通讯中作为增音机用的放大器的设计提出了网络（电路也称电网络，简称网络。在本书中，电路与网络这两个名词含义相同，因此将交替地使用）的综合问题。但初期的网络设计方法主要是凑试法。近代的网络综合理论是1930年以后逐步发展和完善的。

真空管的发明首先导致了振荡器的制造。对反馈及稳定性等问题的研究是与电路理论的发展紧密相联系的。局部负反馈的应用使得多路载波通讯所需的宽频带放大器的设计成为可能。以级间网络的总体优化设计来克服寄生电容影响的问题是在波特（1940年）建立起衰减特性与相位特性间的关系后才弄清的。另一方面，传统的滤波器的影象参数设计理论开始显现出它的不足之处。一种根据规定的插入衰减来设计滤波器的新方法在达林顿等人（1939年）的理论工作的基础上建立了起来。在二次大战时期，滤波器技术还向更高频率的方向发展，导致了微波网络理论的建立。

二次大战以后，电路理论的应用渗透到其他许多领域，并且它的发展也受到其他一些学科（如信息论、电子计算机、自动控制等）的影响。虽然如此，电路理论仍有它本身的发展规律。一些新概念、新方法的提出及其工程应用促进着电路理论的继续发展。以晶体管为代表的半导体元件的到来使电路理论工作者面临许多新问题，同时它也为电路理论的发展创造了条件。由于回转器的引入，有源装置可很方便地用包含回转器与电阻器（正的与负的电阻）的等效电路来表示，因此负电阻成为有源网络理论中唯一的新元件。虽然各种不同的负电阻效应（电弧放电、负阻管等）很多年来就知道，但是只在应用固体器件后才能得到模拟线性负电阻的实用而又经济的装置。这就支持了在理论工作中采用负电阻作为一个基本元件。有源网络的分析和综合已成为电路理论中的一个新领域。

随着数字计算机和大规模集成电路的飞速发展，数字技术已渗入到电路理论中来。电路的计算机辅助分析与设计是一个活跃的研究领域，并且这一领域还在继续发展中。自从梅森（1953年）采用讯号流图分析复杂反馈系统以来，图论一直是网络理论研究中的一个方面。网络图论不但是计算机辅助分析的重要知识，也是电路分析和综合的不可缺少的工具。集成运放的制造成功为电路提供了新的“元件”；结合厚膜与薄膜工艺，现在已可制造出价廉而质高的小型化的混合集成有源滤波器。为了进一步使模拟电路大规模集成化，开关电容网络和开关电容滤波器已经进入了现代电路理论的研究领域。

以上回顾了电路理论的发展历史。由于篇幅的限制，我们的叙述不得不极其简略。从所叙述的发展过程可以看到，电路理论是一门具有广泛实践基础的学科。下面将对电路理论所研究的内容以及各种不同类型的电路作一简单介绍。

电路理论是建立在模拟概念的基础上，它研究由各理想化元件所构成的电路模型。理想化元件本身是由数学方程式精确定义，这样一种抽象观点已在电路理论的发展中被采纳。因此，电路理论已与所谓的“器件理论”分开，它只研究由各理想元件相互连接所构成的系统的一般性质而不研究一个物理装置或实际部件本身的性质。自然，一个物理装置或实际部件的电性能是可以通过代表它的等效电路模型来描述的。

各种实际部件在运行时，一般都有电能的消耗现象和电磁能的储存现象。在分析和描述一个实际部件中的电磁过程时，可以引用三个基本参数： R 、 L 和 C 。电阻参数 R 代表电能量的损耗，电感参数 L 代表磁场能量的储存，而电容参数 C 代表电场能量的储存。严格说来，这些现象同时存在并且交织在一起，但在一定条件下，例如当一个实际部件的外形尺寸远小于正常工作频率所对应的波长时，我们就可将这些现象分开考虑。这意味着可以把参数“集总”起来分别用理想的集总元件来构成模型。这种由有限数目的集总元件联接而成的电路称为集总参数电路。另一方面，如果必须考虑这种参数的分布性，即不能把它们“集总”起来用有限数目的集总元件来构成模型，则这种电路称为分布参数电路^[1]。应该指出，分布参数电路理论系建立在集总参数电路理论的基础之上，一个分布参数电路可以看成是一连串集总参数电路的序列的极限。

如果电路中的电阻、电感和电容等参数值不随电压或电流的大小而变化，这种电路称为线性电路，否则称为非线性电路。所有实际部件都或多或少地存在一定的非线性。非线性元件对激励（输入）所产生的响应（输出）依赖于激励本身的大小，因此，对非线性电路模型中输入—输出关系的性质，不能作出一般性的有用结论。目前，在数学上对非线性方程的研究还只局限于一些特殊情形；对非线性电路也还没有形成统一的理论。幸运的是，在大多数情形下，器件的非线性特征在工作范围内并不显著，或者在工作点附近的信号幅度不大。在这些情形下，用线性模型来近似所得出的解析结果，其精度是足够高的，且与实际观察到的现象或性质非常接近。正是这个理由，使得线性电路理论成为一门非常有用的学科。

线性电路还可以分为时变及时不变两种。线性时变电路中的参数虽与电压和电流的大小无关，但却与时间有关，因此是时间的函数。线性时不变电路中的参数值，则是恒定不变的，即与时间无关。一般来说，线性时变电路与非线性电路在性质上虽有所不同，但这两种电路的解析求解都比较困难；而且，除了微分方程的数值积分外，还没有带普遍性的分析方法。在本书中，我们将只讨论线性电路，并且主要研究由理想集总元件构成的线性时不变电路。这一方面是由于线性时不变电路理论已发展成熟，并在整个电路理论中占有中心地位；另一方面，也由于其他电路理论往往以线性时不变电路理论为其基础。

下面将线性时不变电路的几个一般性质列举如下：

一、线性性质

设网络中某处的激励为 $w(t)$ 且在此 $w(t)$ 作用下在网络中另一处所产生的响应为 $y(t)$ ，我们用记号 $w(t) \rightarrow y(t)$ 来表示这一点。于是网络的线性性质可表示如下：

$$\text{若 } w_1(t) \rightarrow y_1(t) \text{ 及 } w_2(t) \rightarrow y_2(t)$$

$$\text{则 } [aw_1(t) + \beta w_2(t)] \rightarrow [\alpha y_1(t) + \beta y_2(t)]$$

其中 α 与 β 为任意常数。

上述的线性性质蕴含着下列两种性质。一为“齐次”性质，即当

$$w(t) \rightarrow y(t)$$

将有 $aw(t) \rightarrow ay(t)$

二为“可加”性质，即当

$$w_1(t) \rightarrow y_1(t) \text{ 及 } w_2(t) \rightarrow y_2(t)$$

将有 $[w_1(t) + w_2(t)] \rightarrow [y_1(t) + y_2(t)]$

线性性质通常也称为是叠加性质。

二、时不变性质（或称定常性质）

时不变电路是一种特性不随时间改变的电路。因此，同样的激励将产生同样的响应，而不管这个激励是何时加上的。设当 $t = 0$ 时在时不变电路上加上激励 $w(t)$ ，产生响应 $y(t)$ ，则当将同样激励在任意其他时刻 T 加到该电路上时，响应仍将保持同样波形，但在时间上滞后 T 。这一事实可用下列简写记号：

若 $w(t) \rightarrow y(t)$ ，则 $w(t - T) \rightarrow y(t - T)$

图 1-1 中示出了这种情况。

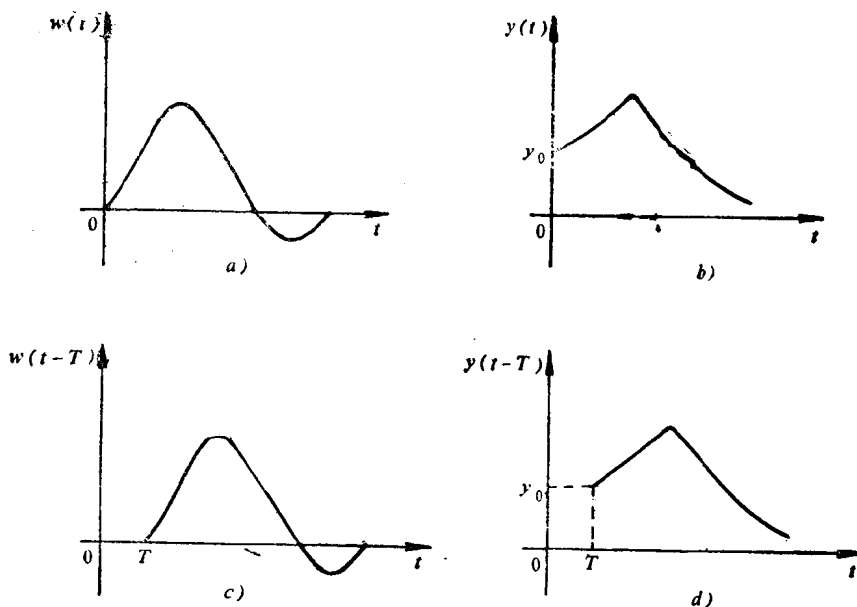


图 1-1 时不变电路的输入—输出特性

三、起因性（非预知性）

如果一电路或网络的响应，在激励加上之前总是等于零，称为起因性或非预知性。这一事实可用下列记号：

若 $w(t) \rightarrow y(t)$

则 $w(t) = 0 \rightarrow y(t) = 0$ 当 $t < T$ 时，对所有 T 。

图 1-2 中分别示出了起因性网络与非起因性网络的响应。

应该指出，由所有实际元件构成的网络，不管是线性还是非线性，都是非预知性的，即具有起因性。起因性是物理系统的极重要性质，每一物理上可实现的网络和系统必须是非预知性的，即具有起因性。因为在任何物理系统中，结果不可能在原因之前出现。

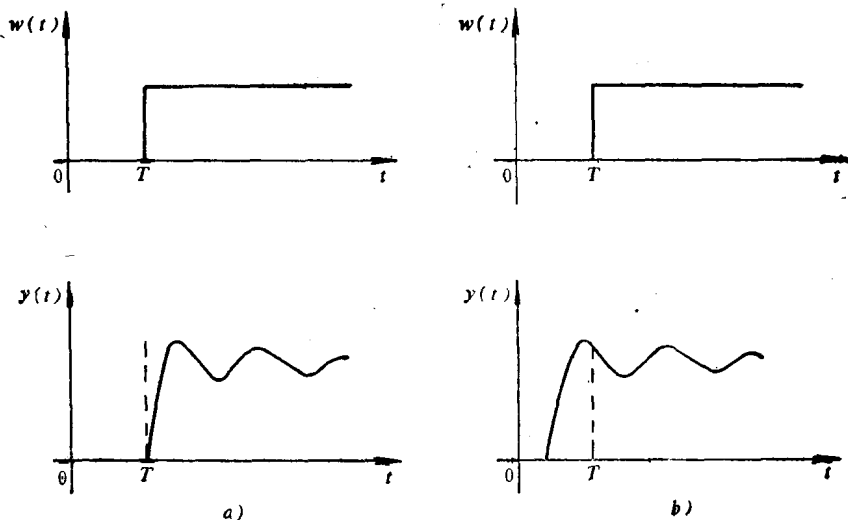


图 1-2
a) 起因性网络的响应 b) 非起因性网络的响应

§ 1-2 电路中的基本物理量

在开始叙述电路理论以前，先简要地讨论一下电路中的一些物理量。电子和质子都是带电粒子，电子带负电荷，质子带正电荷。电荷的数量叫电量，在国际单位制中，电量的单位是库仑，以符号 C 表示。一个电子所带的电量是 $1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ 。今后，我们用 q 表示电量。

带电粒子有秩序地移动形成电流。我们把单位时间内通过某一截面积的电量定义为电流强度，用以衡量电流的大小。电流强度常简称为电流，用符号 i 表示，它的单位是安培或库仑/秒，用 A 或 C/s 表示。应该指出，负电荷沿一个方向穿过截面与正电荷沿相反方向穿过该截面是等效的。因此，电流是指单位时间内电量转移的代数和。按照习惯，在计算这个代数和时，我们用箭头表示等效的正电荷的转移方向，并称之为电流的参考方向。规定了参考方向后，则当正电荷沿箭头方向运动，或负电荷反箭头方向运动时，均将构成正的电流；而负电荷沿箭头方向运动，或正电荷反箭头方向运动时，均将构成负的电流。电流与电量之间的关系为

$$i(t) = \frac{d}{dt} q(t) \quad (1-1)$$

电荷的运动需要借助能量或功。单位电荷在电场力作用下从一点移至另一点所作的功，定义为这两点间的电压。因此，电压是一种关于电荷在电场力作用下的能量概念，两点间的电压愈高，则电荷流动时可资利用的能量就愈大。电压用符号 u 表示，它的单位是伏特或焦耳/库仑，分别用 V 或 J/C 表示。显然，电压也是一个代数量，在计算这个代数量时，我们用“+”的极性记号来表示电位较高的点，而用“-”的极性记号来表示电位较低的点，并把这种极性记号称为电压的参考方向，即由“+”至“-”的方向为电位降落的参考方向。规定了参考方向后，标有“+”的点被假定为对标有“-”的点具有较高的能量水平，而单位正电荷在电场力作用下由“+”移至“-”所获得的能量就构成正的电位降。通常两点间电压的参考方向也可采用双下标表示法。例如用 u_{AB} 表示参考方向由 A 至 B 的 A、B 两点间

的电压。如以 φ_A 和 φ_B 分别表示 A 、 B 两点的电位，则有

$$u_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \frac{e}{q} \quad (1-2)$$

式中 e 代表电量 q 从 A 点移至 B 点所获得的能量。

在前节中曾经提到，集总参数电路是由集总元件联接而成。集总元件有两个端点的（如电阻器等）和多于两个端点的（如变压器或晶体管）。从一般的电磁场观点来考虑，集总元件相当于一个奇异点，就是说，它们的实际尺寸可略而不计。从这一意义上说，它们和经典力学中的质点相似。这样，对于两端集总元件来说，在任何时刻从元件的一端流入的电流恒等于从另一端流出的电流，而两端之间的电压也完全是确定量。我们可以对一两端集总元件上的电压与电流任意规定其参考方向。在图 1-3 中示出了电压与电流参考方向四种可能的选择。在图 1-3 的 a 与 d 中，电流都是从标有“+”号的端点流入元件，而从标有“-”号的端点流出元件，故电压与电流的参考方向是一致的；在图 1-3 的 b 与 c 中，情况刚好相反，故元件上电压与电流的参考方向规定得不一致。

应该强调指出，参考方向本身并不能断定电路中所发生的实际物理过程。例如，只有当我们把 $u(t) > 0$ 和电压的参考方向联系起来考虑时，我们才能断定在时间 t 时，标有“+”号的点的确对标有“-”号的点具有较高电位；同样地，只有当把 $i(t) > 0$ 和电流的参考方向联系起来考虑，我们才能断定在时间 t 时的确有正电荷的净流量沿箭头方向流动。

能量对时间的变化率称为功率，根据电压与电流的定义，它们的乘积应代表功率，即

$$p(t) = u(t) i(t) = u(t) \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d}{dt} e(t) \quad (1-3)$$

功率的单位是瓦特或焦耳/秒，用 W 或 J/s 表示。

在电压与电流参考方向规定得一致的情况下，乘积 $p(t) = u(t) i(t)$ 代表元件在该瞬间所吸收的功率；如果电压与电流参考方向规定得相反，则乘积 $p(t) = u(t) i(t)$ 代表元件在该瞬间所放出的功率。

在本书中，今后除个别情况外，一律采用电压与电流参考方向一致的假定。这时，在一个元件旁同时标出电压极性和电流箭头是多余的（如图 1-4 a ）。事实上，给定了电压“+”与“-”极性记号（如图 1-4 b ），也就知道了电流的参考方向是由“+”指向“-”；同样地，给定了电流的箭头（如图 1-4 c ），也就知道了电压的“+”极性记号是在箭头的尾部，而“-”极性是在箭头的首部。

今后，在一般性的研究中，我们将两端元件称为支路，而元件的端点称为节点。为了方便起见，支路可只用两节点之间的一根线段来表示。在图 1-4 d 中示出了一条有向支路，支

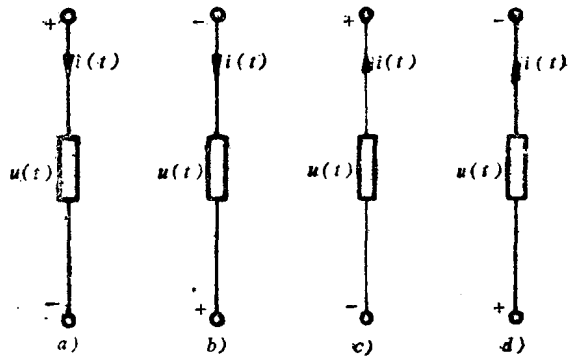


图1-3 两端集总元件中电压与电流参考方向的四种可能选择情况

路上的箭头既表示电压的参考方向，也表示电流的参考方向。

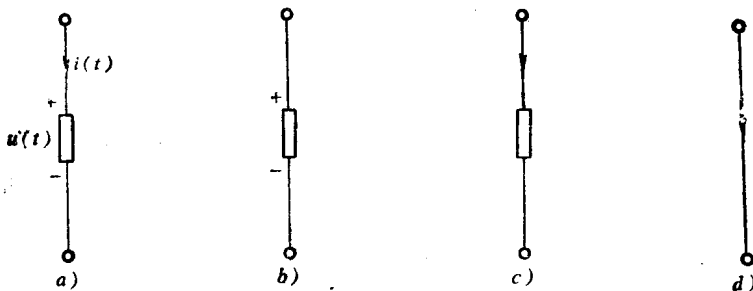


图1-4 当电压与电流选定一致的参考方向时可以不同时标出箭头和极性记号

§ 1-3 电路的无源元件

前面讲过，在电路理论中，有必要引用一些理想化的元件。这些理想元件都是概念化的模型，利用它们就可以考虑电路的实际元件中所发生的物理过程。理想元件今后就称为电路元件，或简称元件。电路元件可以分为有源与无源两种。为此，先给出电路元件无源与有源的重要概念。

无源两端元件可定义如下：如果对元件上所有可能的电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ ，由元件所吸收的总能量在任何时刻都是非负的，即有

$$e(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) i(\tau) d\tau \geq 0 \quad \text{对所有 } t \geq -\infty \quad (1-4)$$

则为无源元件。这里我们假定在起始时元件是松弛的，其含义是在 $t = -\infty$ 时元件中的储能 $e(-\infty) = 0$ 。一个两端元件如果不是无源的，便是有源的。具体来说，在式 (1-4) 中，如果对某些可能的 $u(t)$ 和 $i(t)$ 或某个 $t \geq -\infty$ 的时刻，有 $e(t) < 0$ ，则该元件被称为是有源的。根据上述定义显然可知，一有源两端元件能向联于其端子上的网络提供能量，而无源元件则不具备这种能力。下面介绍无源两端元件。

一、电阻元件

电阻元件是只具有电阻参数 R 的理想元件，它也是实际电阻器的理想化模型。电阻元件的特性是将电能转变为热能或其他形式的能量。但是从更广泛的观点来研究，可以将任一其上电压 $u(t)$ 与 $i(t)$ 之间存在代数关系的所有两端元件，均称为是电阻元件。这样，电阻元件在任一瞬间 t 的电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ 之间的关系，由 $u-i$ 平面上一条曲线所决定，这条曲线称为电阻元件在时间 t 时的特性曲线。显然，电阻元件是一个非记忆性元件，这意味着在任意瞬间的电压（或电流）完全由同一瞬间的电流（或电压）所决定，而与以前的电压和电流值无关。在电路图中，电阻元件如图 1-5 所示，图上电压和电流选取一致的参考方向。电阻元件所吸收的瞬时功率 $p(t) = u(t) i(t)$ 可用 $u-i$ 平面特性曲线上的工作点和两个坐标轴所形成的矩形面积来表示，如图 1-6 所示。如果工作点在第一或第三象限，则 $ui > 0$ ，电阻从外界吸收功率；如果工作点在第二或第四象限，则 $ui < 0$ ，电阻向外界放出功率。因此，当且仅当电阻元件的 $u-i$

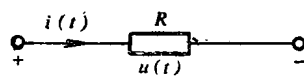


图1-5 电阻元件符号

特性曲线对所有时间 t 都保持在第一和第三象限内，这里第一和第三象限也包括 u 轴和 i 轴本身，则它是无源的。

电阻元件按照它的伏—安特性是线性还是非线性，时变还是时不变，可以分为四类。如果伏—安特性在所有时刻都是经过原点的直线，称为线性电阻元件。反之，如果伏—安特性不是经过原点的直线，就称为非线性电阻元件。线性电阻元件又分为时变及时不变两种。在图1-7中示出了一线性、无源、时不变电阻元件的伏—安特性。这是一条经过原点，且位于第一及第三象限内的直线，它的斜率等于常数，且为正值。我们可将线性时不变电阻元件上的电压瞬时值 $u(t)$ 和电流瞬时值 $i(t)$ 之间的关系写成：

$$u(t) = Ri(t) \text{ 或 } i(t) = \frac{1}{R} u(t) = Gu(t) \quad (1-5)$$

式中 R 称为电阻， G 称为电导，它们都是与 u 、 i 、 t 无关的常数。方程式(1-5)就是有名的欧姆定律。因此，线性时不变电阻元件是服从欧姆定律的线性电阻模型。这是一种极其重要的电路模型。

在图1-8中示出了一线性、无源、时变电阻元件的伏—安特性。这也是一种具有正值电阻的线性电阻模型，但其电阻值（斜率）是随时间而变化的。线性时变电阻元件上电压与电流之间的关系可写为：

$$u(t) = R(t)i(t) \text{ 或 } i(t) = G(t)u(t) \quad (1-6)$$

式中 $R(t) = \frac{1}{G(t)}$ 。应该指出，方程式(1-5)与(1-6)中所表示的 $i(t)$ 与 $u(t)$ 之间的关系都是线性关系，也就是说，它们之间的函数关系都满足齐次性和可加性。

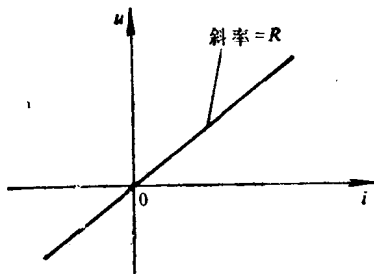


图1-7 线性时不变电阻的伏—安特性曲线

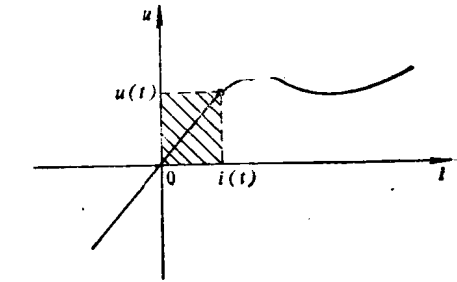


图1-6 在时刻 t 时电阻元件所吸收的功率 $u(t)i(t)$

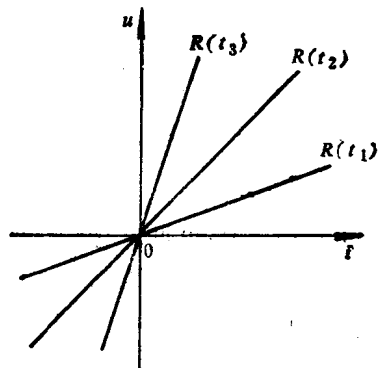


图1-8 线性时变电阻的伏—安特性曲线

图1-9是非线性电阻元件的一些例子。图1-9 a 是隧道二极管的特性曲线，图 b 是硅控整流器的特性曲线，图 c 是 p-n 结二极管的特性曲线。值得注意的是，隧道二极管的电流 i 是电压 u 的单值函数，但反过来，电压却不是电流的单值函数。这类非线性电阻元件属于电压控制型。对硅控整流器来说，情况刚好相反，即电压是电流的单值函数，但电流却不是电压的单值函数。这类非线性元件属于电流控制型。如果一个非线性电阻既是电压控制的，

又是电流控制的，就称为是单调型。p-n 结二极管是这类电阻的例子。顺便指出，具有正值电阻的线性电阻元件是单调型的一个特例。

非线性电阻也可以是时变的，但无源性要求其特性曲线在任何时刻均经过原点，且位于第一及第三象限内。

二、电容元件

电容元件是只具有电容参数 C 的理想元件，它的特性是能储存电荷。任一两端元件，如果其上的电荷 q 与

电压 u 之间存在一种代数关系，则此两端元件称为电容元件。电容元件的表示符号如图 1-10 所示。按照习惯，我们总是将电流 i 的参考箭头所指向的极板上的电荷用 q 表示。于是当 i 为正时， q 的变化率也为正，即有

$$i(t) = \frac{d}{dt} q(t) \quad (1-7)$$

如同非线性电阻那样，非线性电容的特性也有电荷控制型、电压控制型及单调型等类型。图 1-11 a 是一电压控制型非线性时不变电容的特性曲线；图 1-11 b 是一单调型非线性时不变电容的特性曲线；图 1-11 c 则是一线性时不变电容的特性曲线，它是一条通过原点的直线，其方程为

$$q(t) = Cu(t) \quad (1-8)$$

式中 C 是与 u 和 t 无关的常数。将式 (1-8) 代入式 (1-7)，就得到线性时不变电容上电压与电流之间关系的方程：

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (1-9)$$

或

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau \quad (1-10)$$

从方程 (1-10) 可见，电容上任意瞬间的电压值，是与其上电压和电流的过去值有关。这意味着电容元件具有记忆功能。因此，它是记忆性元件。从物理方面来说，电容只储存能量而不消耗能量，所以它是储能元件。显然，电容在任一时刻 t 所储存的能量与其过去情况有关，可写为

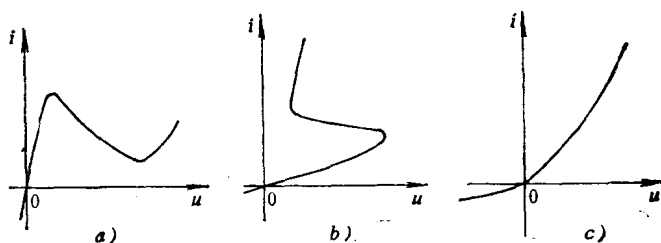


图 1-9 非线性元件的例子

a) 隧道二极管的伏-安特性 b) 硅控整流器的伏-安特性
c) P-n 二极管的伏-安特性

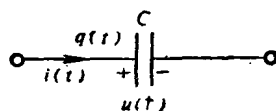


图 1-10 电容元件的符号

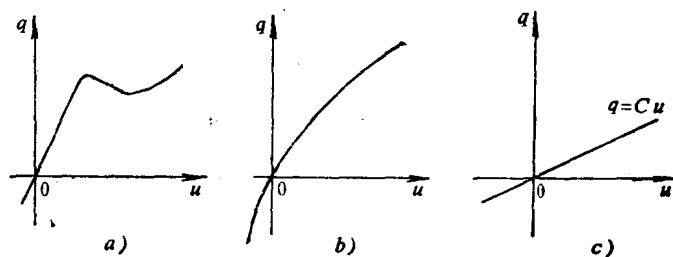


图 1-11 各类电容元件的特性曲线

$$e(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) i(\tau) d\tau \quad (1-11)$$

这里假定在初始时的储能为零, 即 $e(-\infty) = 0$ 。

如电阻元件那样, 一电容元件如在任何时刻都不能向外提供能量, 它就是无源的。显然, 对电容来说, 无源性的条件是它在任意时刻所储存的能量为非负值^[2], 即要求

$$e_c(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) i(\tau) d\tau \geq 0 \quad \text{对所有 } t \quad (1-12)$$

让我们应用上式来讨论一单调型非线性时不变电容中的能量。考虑到电流是电荷对时间的导数并假定初始时电容没有充电, 即 $q(-\infty) = 0$, 则有

$$e_c(t) = \int_{-\infty}^t u \frac{dq}{d\tau} d\tau = \int_0^{q(t)} u dq \quad (1-13)$$

在图 1-12 中用带有阴影部分的面积表示这部分能量。显然当非线性时不变电容的特性曲线是单调型且位于第一及第三象限内, 它就是无源的。对于线性时不变电容, 代入关系式 $q = Cu$, 可算得在时刻 t 其中储存的能量为

$$e_c(t) = \int_0^{q(t)} \frac{1}{C} q dq = \frac{1}{2} \frac{q^2(t)}{C} = \frac{1}{2} Cu^2(t) \quad (1-14)$$

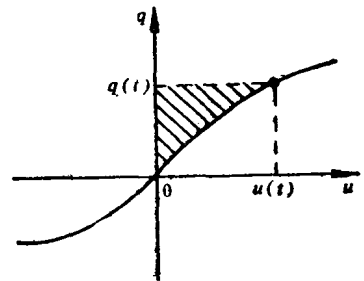


图 1-12 电容元件在时刻 t 时的储能由阴影部分的面积表示

三、电感元件

电感元件是只具有电感参数 L 的理想元件, 它是实际电感器的理想模型。电感元件的特性是能储存磁通。任一两端元件, 如果它的磁通 $\phi(t)$ 和电流 $i(t)$ 之间存在一种代数关系, 则此两端元件称为电感元件。电感元件的表示符号如图 1-13 所示。电感上的端电压与磁通之间的关系为

$$u(t) = \frac{d\phi}{dt} \quad (1-15)$$

式中 u 的单位是伏特, 用符号 V 表示; ϕ 的单位为韦伯, 用符号 Wb 表示。非线性电感的特性也有磁通控制型、电流控制型和单调型等类型。图 1-14 a 是一电流控制型非线性时不变电感的特性曲线; 图 1-14 b 是一单调型非线性时不变电感的特性曲线, 这种非线性是由铁芯中的磁饱和现象所引起。在实际的铁芯电感中, 还存在着磁滞现象。图 1-14 c 示出了在正弦激励下一典型的磁滞回线形状, 但作为电路元件的正式定义, 并不包括那种具有磁滞现象的实际电感器。图 1-14 d 是线性时不变电感的特性曲线, 它是一条通过原点的直线, 其方程为

$$\phi(t) = Li(t) \quad (1-16)$$

式中 L 是与 t 和 i 无关的常数。因此, 线性时不变电感上电压与电流之间的关系为

$$u(t) = \frac{d\phi}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (1-17)$$

或

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u(\tau) d\tau \quad (1-18)$$

上式说明, 电感元件也具有记忆功能, 因此它也是记忆性元件。电感元件只储存磁场能量而

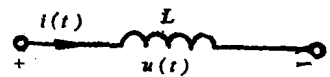


图 1-13 电感元件的符号

不消耗能量，所以也是储能元件。与电容一样，电感无源性的条件也由式(1-12)表示。对非线性时不变电感来说，考虑到电压等于磁通对时间的导数，以上条件可以写为

$$e_L(t) = \int_{-\infty}^t i \frac{d\phi}{d\tau} d\tau = \int_0^{\phi(t)} i d\phi \geq 0 \quad (1-19)$$

因此，如果非线性时不变电感的特性是单调型，并位于第一和第三象限内，它就是无源的。

对于线性时不变电感，代入关系式 $\phi = L \cdot i$ ，可算得在时刻 t 其中所储存的能量为

$$e_L(t) = \int_0^{\phi(t)} \frac{1}{L} \phi d\phi = \frac{1}{2} \frac{\phi^2(t)}{L} = \frac{1}{2} L \cdot i^2(t) \quad (1-20)$$

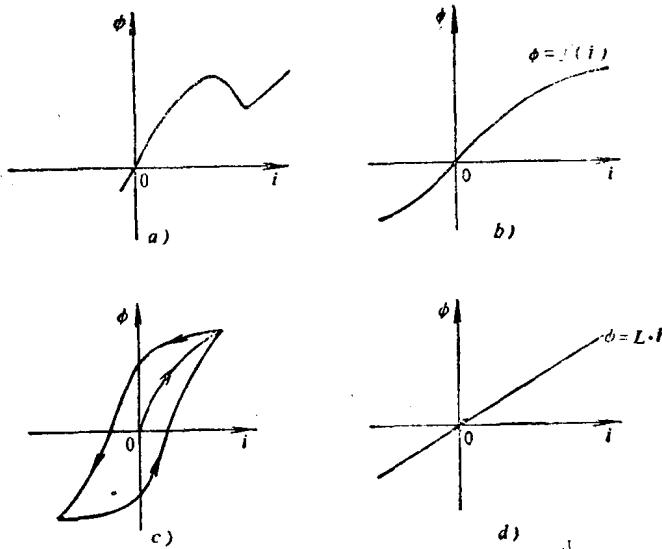


图 1-14 各种类型的电感

- a) 电流控制型非线性时不变电感 b) 单调型非线性时不变电感
c) 实际的铁芯电感 d) 线性时不变电感

四、理想变压器

以上介绍的三种元件都是两端元件。然而，并非所有实际部件的电性能都可用上述三种元件的组合来表示。考虑图1-15所示具有两个线圈的简单变压器。该两线圈间存在着磁的耦合，当一个线圈中电流变化时，在另一个线圈的端子上将有电压出现。这样一种情况是不可能用上述三种元件的组合来表示的。因此，需要引入新的元件，这种元件与以前的元件不同，它有两条支路，同时这两条支路上的电压、电流彼此间有耦合关系。这个元件称为理想变压器，它是实际变压器的理想化模型。

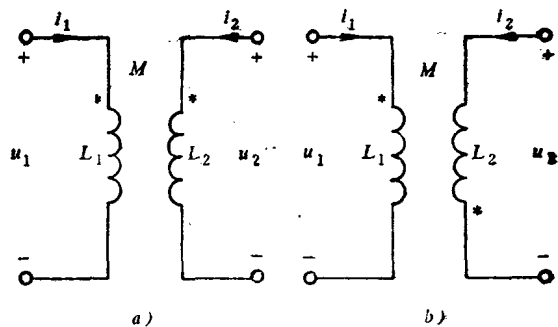


图 1-15 两线圈变压器

在介绍这个理想元件之前，先来写出图1-15中两线圈间电压与电流的关系式。设这两线圈是线性时不变元件，它们的自感分别为 L_1 和 L_2 ，互感为 M ，于是每一线圈中的磁通与电流的关系为

$$\phi_1(t) = L_1 i_1(t) + M i_2(t) \quad (1-21)$$

$$\phi_2(t) = M i_1(t) + L_2 i_2(t) \quad (1-22)$$

其中 L_1 和 L_2 总是为正, 而 M 则可正可负, 需根据两线圈中电压与电流的参考方向及线圈旁的星标记号而定。对图1-15 a, M 为正, 而对图1-15 b, M 为负。这样, 根据电磁感应定律, 有

$$u_1 = \frac{d\phi_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad (1-23)$$

及

$$u_2 = \frac{d\phi_2}{dt} = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (1-24)$$

两线圈间的耦合系数为

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (1-25)$$

由于 $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$, 故 k 总是小于1, 最多等于1。在工程上虽然不能使 $k = 1$, 但已可制造出使 k 非常接近于1的实际变压器。

现在我们来定义一种理想元件: 它有两对端子, 其上电压与电流的关系为

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= n u_2 \\ i_2 &= -n i_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-26)$$

这就是理想变压器端子上的定义性方程。由此方程可见, 理想变压器的特征可以只用一个参数 n 来描述。在电路图中, 理想变压器的表示符号如图1-16所示。

在电路理论中, 还引入所谓端口的概念。如果在电路中有一对端子, 且无论何时从一个端子流入的电流总等于从另一端流出的电流, 则这样一对端子被称为端口。按照这一定义, 可将理想变压器称为双口元件, 而前述的电阻、电容、电感等两端元件则称为单口元件。

理想变压器是一种很有用的模型, 因为只要将一些元件 (R 、 L 和 C) 附加接到其端口上, 就可相当精确地来模拟实际变压器的特性。此外, 理想变压器还具有阻抗变换特性, 因此可用来匹配具有不同阻抗的电路。为了讨论理想变压器是有源还是无源的问题, 则必须将单口元件无源性的定义推广到多端口元件。关于 n 端口元件或网络的无源性可定义如下: 在全部端口上存在着所有可能发生的电压和电流的情形下, 如果进入全部端口的能量在任何时刻 t 都是非负的, 则该 n 口元件或网络被称为是无源的; 否则就称为是有源的。按照这一定义, n 口元件或网络的无源性条件可表示为

$$e(t) = \int_{-\infty}^t \left[\sum_{k=1}^n u_k(\tau) i_k(\tau) \right] d\tau \geq 0 \quad \text{对所有 } t \geq -\infty \quad (1-27)$$

对理想变压器来说, 由于 $u_1 i_1 + u_2 i_2 = u_2 (n i_1 + i_2) = 0$, 故 $e(t) = 0$ 。因此, 理想变压器是无源元件。事实上, 理想变压器在电路中既不产生、也不消耗或储存能量, 而只是无损失地输送能量。

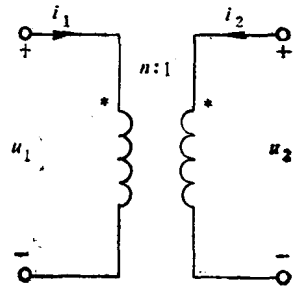


图1-16 理想变压器的符号