

力学丛书

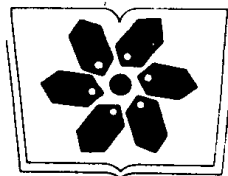
塑性细观力学

王自强 段祝平 著

科学出版社

1.2.1.1
VV(2)

力 学 丛 书



中国科学院科学出版基金资助项目

塑性细观力学

王自强 段祝平 著

科 学 出 版 社

1995

(京)新登字 092 号

内 容 简 介

本书系统叙述了塑性细观力学的基本理论以及近期重要成果。

全书分为四个部分，十二章。具体论述了晶体塑性理论；位错连续统理论和位错规范场理论；塑性损伤细观力学；多晶体塑性细观力学。

本书可供力学、机械、航空、固体物理、材料物理、应用数学等有关专业的高年级大学生、研究生、教师及材料变形、损伤、断裂方面的科研人员和工程技术人员参考。

力学丛书

塑性细观力学

王自强 段祝平 著

责任编辑：李成香

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

北京科地业印刷厂 印刷

蓝地公司激光照排

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1995 年 8 月第 一 版 开本：850×1168 1/32

1995 年 8 月第一次印刷 印张：13 1/4 插页：2

印数：1—800

字数：346 000

ISBN 7-03-004190-9/O · 729

定价：28.00 元

《力学丛书》编委会

主 编：张 维

副主编：钱令希 郑哲敏

编 委：(按姓氏笔划为序)

丁 懋	卞荫贵	庄逢甘	朱兆祥
朱照宣	刘延柱	孙训方	李 灏
张涵信	周光炯	季文美	荀清泉
胡海昌	柳春图	贾有权	钱伟长
徐芝纶	徐华舫	郭尚平	谈镐生
黄文熙	黄克累	黄克智	程贯一

前 言

力学是自然科学的七大基础学科之一。由于物理学家、力学家和应用数学家的共同努力，开创了婀娜多姿、气象万千的力学科学园田。仅在固体力学领域内，就包含了弹性力学、塑性力学、理性力学、断裂力学、计算力学等二十多门分支学科。力学以它的完备的理论、广博精深的内容、系统而丰富的公式而备受科学家的青睐。

但是业已形成的宏伟的力学体系本质上是宏观的连续介质力学体系，也就是设想物体是由连续、致密的物体点所组成。力学的基本定律及描述物性的本构关系在物体任意体积上适用，因此，物体的细观结构在连续介质的体系内无需加以考虑。

随着当代科学技术的发展，特别是高技术、新材料的迅猛发展，人们对材料变形、损伤、断裂力学行为的认识有了飞跃。这一飞跃体现为：①材料变形、损伤和断裂等力学行为是结构敏感的，它与宏观-细观-微观多层次下多种物理机制的相互作用有关；②细观尺度下的力学过程可以用细观力学的方法描述；③细观力学的成熟发展将为材料设计提供崭新和定量的理论学说，从而对固体力学及材料科学产生深远的影响。

细观力学的主要目的是建立材料细观结构与力学性质之间的定量关系，它是固体力学与材料科学沟通与结合的纽带。它将理性力学、断裂与损伤理论、计算力学、实验力学与材料物理理论（位错理论、晶体范性、界面结构）、显微测量技术和近代物理方法有机地结合起来。

细观力学对经典连续介质力学理论框架加以改造，引入表征材料细观结构和损伤的物理或几何量，确定其演化方程。同时发展由细观向宏观过渡的均匀化方法，建立细观结构、内部缺陷与

宏观力学性能之间的定量关系。从而在细观尺度上形成一套新的理论框架。

细观力学的分析方法在 80 年代渗透到几乎所有的工程材料，如金属与合金、复合材料、结构陶瓷、结构高分子、岩石、混凝土等。

可以预计，细观力学在 90 年代将会有蓬勃的发展。塑性细观力学作为细观力学的骨干分支，具有欣欣向荣的趋势。

本书的编著旨在开拓塑性细观力学这一新的分支学科，促使固体力学与材料物理的交叉与渗透，系统地综合地介绍这门交叉分支学科的基本理论与近期重要成果。

本书将从四个不同层次对塑性细观力学进行系统的论述。

晶体塑性理论将滑移机制与晶体塑性行为有机地结合起来，提供了晶粒尺度内塑性变形的基本理论。

位错连续统理论和位错规范场理论将近代微分几何及理论物理中的规范场论与位错运动结合起来，为塑性变形的几何学及运动学提供了严谨的数学物理框架，也为位错的增殖、湮没及演化规律的研究开辟了新的途径。

塑性损伤细观力学生动地阐明细观空洞对塑性变形的影响。

多晶体塑性细观力学系统地介绍由细观向宏观过渡的均匀化方法，阐明如何由单晶的塑性变形规律预示多晶体的塑性本构方程及多晶体的塑性响应。

本书主要采用直角坐标系，直角坐标系中的张量可用三种方法表示，即抽象表示，矩阵表示和分量表示。具体表示方法在书末附录中详述。

本书第一章至第八章由王自强撰写；第九章至第十一章由王自强、段祝平撰写；第十二章由段祝平撰写。

本书撰写和出版过程中，中国科学院力学研究所非线性连续介质力学开放实验室主任郑哲敏教授给予热情关怀和强有力的支持，中国力学学会理事长王仁教授也给予热诚的鼓励。

清华大学的徐秉业教授，中国科学院力学研究所的李国琛教

目 录

前言

第一章 晶体学基础..... (1)

§ 1.1 晶体结构与空间点阵 (1)

§ 1.2 晶胞和晶系 (2)

§ 1.3 晶面指数和晶向指数 (5)

§ 1.4 典型金属的晶体结构 (8)

§ 1.5 极射赤面投影..... (11)

第二章 晶体滑移机制 (13)

§ 2.1 晶体滑移的实验观察..... (13)

§ 2.2 单滑移的几何学..... (21)

§ 2.3 晶体滑移动力学..... (28)

§ 2.4 晶体的应力-应变曲线 (37)

§ 2.5 晶体变形的其他形式..... (43)

第三章 晶体位错 (49)

§ 3.1 位错的基本概念..... (49)

§ 3.2 位错的弹性应力场..... (61)

§ 3.3 作用在位错线上的力..... (64)

§ 3.4 位错的增殖与交互作用..... (69)

§ 3.5 位错塞积..... (76)

§ 3.6 晶界模型..... (79)

第四章 晶体塑性理论 (90)

§ 4.1 有限变形的几何学和运动学..... (91)

§ 4.2 应力度量和功共轭..... (96)

§ 4.3 客观应力率 (101)

§ 4.4	晶体变形运动学	(103)
§ 4.5	率无关硬化规律	(109)
§ 4.6	硬化系数的表示式	(115)
§ 4.7	晶体塑性本构关系	(118)
§ 4.8	率相关流动规律	(126)
§ 4.9	晶体塑性理论极值原理	(131)
第五章 椭球体夹杂 (144)		
§ 5.1	本征应变问题	(144)
§ 5.2	Eshelby 解	(147)
§ 5.3	椭球体夹杂	(149)
§ 5.4	Tanaka-Mori 定理	(151)
第六章 多晶体塑性细观力学 (158)		
§ 6.1	从微观向宏观过渡的均匀化方法	(158)
§ 6.2	简单滑移理论	(166)
§ 6.3	林同骅模型	(171)
§ 6.4	Kröner-Budiansky-Wu (K-B-W) 自洽模型	(174)
§ 6.5	Hill 自洽模型	(178)
§ 6.6	典型计算结果	(182)
§ 6.7	等效面力法	(187)
§ 6.8	多晶体塑性响应的数值模拟	(195)
第七章 晶体与多晶体塑性理论的应用 (205)		
§ 7.1	宏观剪切带	(205)
§ 7.2	扭折带与粗滑移带	(223)
§ 7.3	复杂加载下多晶金属的塑性响应	(229)
§ 7.4	多晶体变形特征	(233)

第八章 塑性损伤细观力学	(242)
§ 8.1 塑性断裂的物理机制	(243)
§ 8.2 体胞模型和 Gurson 方程	(245)
§ 8.3 含空洞粘性材料的本构势	(263)
§ 8.4 塑性断裂的细观力学分析	(272)
§ 8.5 损伤对剪切带形成的影响	(286)
第九章 缺陷连续统的线性理论	(293)
§ 9.1 张量场的微分运算	(293)
§ 9.2 协调条件	(294)
§ 9.3 缺陷的几何意义	(300)
§ 9.4 位错弹性理论	(303)
§ 9.5 位错塑性理论	(306)
§ 9.6 一般缺陷塑性理论	(311)
§ 9.7 晶体塑性位错理论	(312)
§ 9.8 Nye 张量及缺陷塑性理论小结	(315)
§ 9.9 位错塑性理论二维公式及算例	(317)
第十章 非黎曼几何及流形简介	(321)
§ 10.1 欧氏空间张量场的绝对微分.....	(321)
§ 10.2 曲率张量.....	(326)
§ 10.3 线性空间.....	(327)
§ 10.4 仿射联络空间.....	(330)
§ 10.5 非完整变换.....	(335)
§ 10.6 拓扑空间.....	(338)
§ 10.7 微分流形.....	(342)
第十一章 缺陷连续统的非线性理论	(347)
§ 11.1 非黎曼物质流形的构造.....	(347)
§ 11.2 缺陷的几何意义.....	(352)

§ 11.3	缺陷连续统的弹性理论	(357)
§ 11.4	缺陷连续统的塑性理论	(369)
§ 11.5	晶体塑性位错理论	(379)
第十二章	缺陷的规范场理论	(381)
§ 12.1	引言——理论概述	(381)
§ 12.2	Lagrange 场论和 Noether 定理	(384)
§ 12.3	线性缺陷场的 Abel 规范变换	(389)
§ 12.4	线性缺陷规范场理论的进一步发展	(393)
§ 12.5	非线性弹性规范场的一些结果	(403)
附录	张量表示方法	(412)

第一章 晶体学基础

自然界的固态物质，根据其原子或分子排列特征，可分为晶体和非晶体两大类。晶体和非晶体具有一些明显的不同的特征和性质。

例如，晶体有固定的熔点，而非晶体没有明显的熔点，通常只有一个软化的过程；晶体是各向异性的，而非晶体是各向同性的；晶体有一定的对称性，非晶体则没有这样的特点；晶体一般具有规则多面体的对称外形，非晶体没有一定的几何外形。

上述差异仅是一些宏观的表象，并非它们的内在区别。本质的区别在于组成它们的粒子（原子、离子、分子和原子集团）在三维空间的分布状态不同。组成晶体的各种粒子在空间是呈有规律的周期性重复排列，而非晶体内部的粒子排列则是无规律的。

晶体几何学是主要研究晶体外形的对称规律及质点在空间排列的几何规律的学说。

§ 1.1 晶体结构与空间点阵

晶体结构是指组成晶体的物质点在三维空间作有规律的周期性排列的方式。整个晶体结构可以看作是基本单元的周期性重复排列。这个由质点（原子、离子、分子和原子集团）组成的基本单元称为结构单元。这个结构单元可以由一个原子（或离子）或一个包含着几个原子的分子所组成，也可以由几个同种类的原子或包含着几个分子的复杂原子团所组成。

对于任何的理想晶体，结构单元所包含的质点系，在整个晶体内都是一样的。

由于组成晶体的结构单元不同，排列规则不同，或者周期性

不同，可以组成千差万别的各种晶体。为了研究晶体结构的一些共同的几何学规律，我们可以将晶体结构进行几何抽象。抽象的方法就是把结构单元化成一个单纯的几何点。它们有规则的周期性重复排列所形成的空间几何图形称为空间点阵。构成空间点阵的每一个点称之为结点或阵点。

晶体结构与空间点阵是既有区别又有联系的两个不同概念，不能把它们混淆起来。晶体结构是指具体的物质质点的排列分布，它的基本单元是结构单元。而空间点阵只是一种抽象的几何图形，用来表征晶体结构的几何学特征。但是结构单元与结点在空间的排列规律是一致的。

阵点在空间中是以一定周期重复出现的。我们可以用矢量形式来表达这种周期重复的性质，即对整个图形作平移，

$$T = ma + nb + kc \quad (1.1)$$

整个空间点阵的几何图形可以复原，其中 a, b, c 是三个不共面的点阵矢量。

§ 1.2 晶胞和晶系

空间点阵是一个三维空间的几何图形。为了描写这个空间点阵，我们可以在空间点阵中取出一个平行六面体。整个点阵可以看作是由这样一个平行六面体在空间堆砌而成。我们称此平行六面体为晶胞。

晶胞的选择可以是多种多样的。为了使选取的晶胞能充分表征空间点阵的几何特性，而又是最简单的，晶体学中规定了选取晶胞要满足以下三条原则：

- (1) 要能充分反映空间点阵的对称性；
- (2) 在满足 (1) 的基础上，晶胞要具有尽可能多的直角；
- (3) 在满足 (1), (2) 的基础上，所选取的晶胞的体积要最小。

晶胞可以用三条棱边 a, b, c 和各棱边之间的夹角 α, β, γ 来

描述. 如图 1.1 所示, 晶胞三个棱边长度 a, b, c 和它们之间夹角 α, β, γ 称为点阵常数或晶格常数. 三个点阵矢量 a, b, c 描述了晶胞的形状和大小, 也确定了整个空间点阵.

法国晶体学家布喇菲曾在 1848 年证明, 按上述三条原则来选取晶胞的空间点阵, 只能有 14 种类型, 称为 14 种布喇菲点阵.

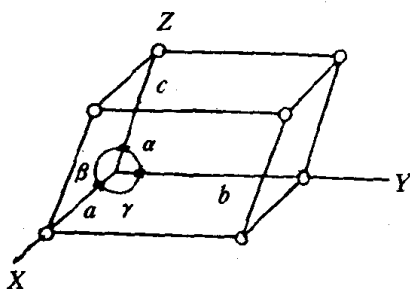


图 1.1 晶胞及晶格常数

晶体根据其对称程度的高低和对称特点可以分为七大晶系. 所有晶体均可归纳在这七个晶系中. 图 1.2 及表 1.1 列出了 14 种布喇菲点阵及七大晶系.

14 种布喇菲点阵, 按照结点分布情况又可分为 4 类:

- (1) 简单点阵 仅在晶胞的 8 个顶点上有结点.
- (2) 体心点阵 除 8 个顶点外, 晶胞中心处还有一个结点.
- (3) 底心点阵 除 8 个顶点外, 在六面体的上、下平行面的中心处还各有一个结点.
- (4) 面心点阵 除了 8 个顶点外, 六面体的每个面中心都各有一个结点.

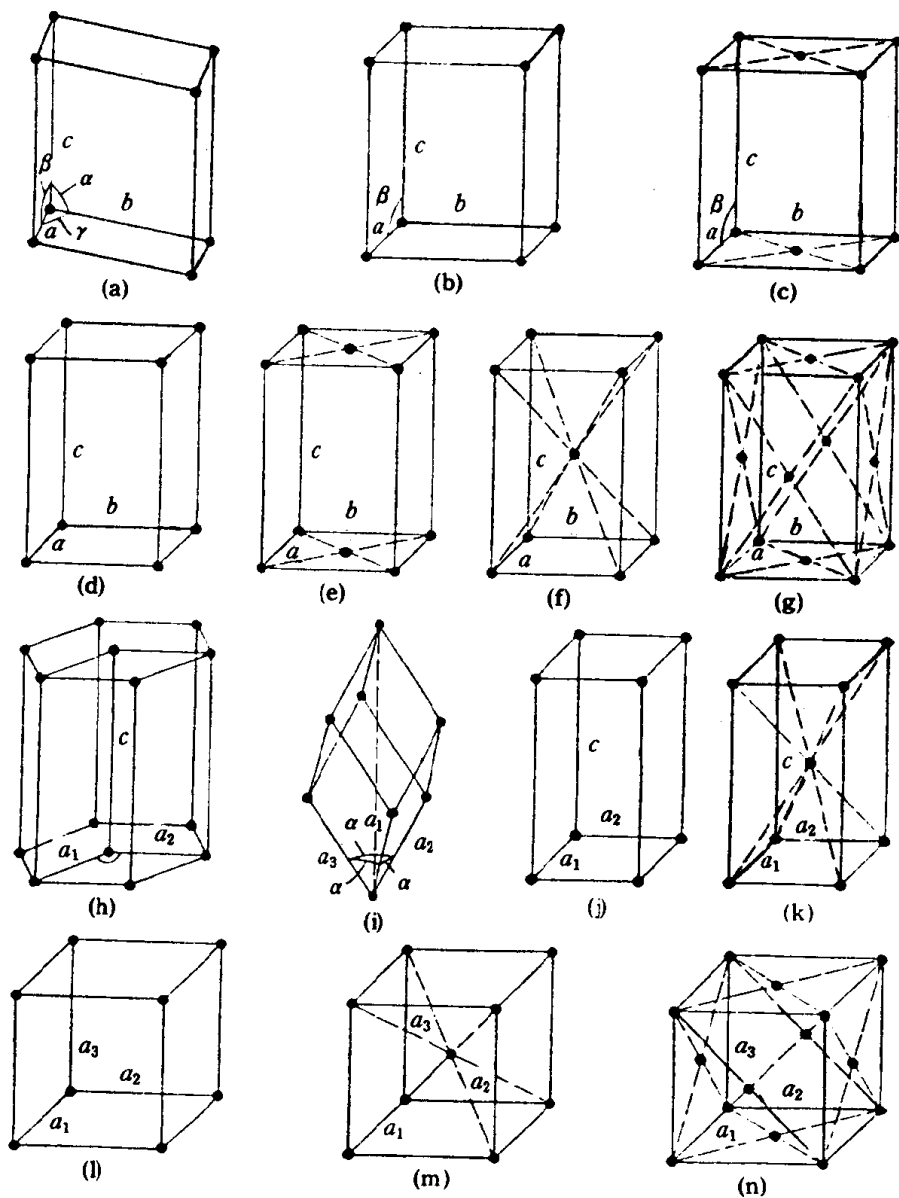


图 1.2 14 种空间点阵^[4]

表 1.1 七大晶系和 14 种布喇菲点阵^[4]

结 晶 系	空 间 点 阵	棱边长度及夹角关系		图号
三 斜 晶 系	简单三斜点阵	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	1.2(a)
单 斜 晶 系	简单单斜点阵	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$	1.2(b)
	底心单斜点阵			1.2(c)
正 交 晶 系	简单正交点阵	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	1.2(d)
	底心正交点阵			1.2(e)
	体心正交点阵			1.2(f)
	面心正交点阵			1.2(g)
正方(四角)晶系	简单正方点阵	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	1.2(j)
	体心正方点阵			1.2(k)
六方(六角)晶系	简单六方点阵	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$	1.2(h)
菱方(三角)晶系	简单菱方点阵	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	1.2(i)
立 方 晶 系	简单立方点阵	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	1.2(l)
	体心立方点阵			1.2(m)
	面心立方点阵			1.2(n)

§ 1.3 晶面指数和晶向指数^[4]

在空间点阵中，由阵点所组成的平面称为晶面。对于一组平行的等距离晶面，可用密勒 (Miller) 指数表示。晶面指数标定方法如下：

(1) 选定参考坐标系。以晶胞三个棱边为轴，晶格常数 a, b, c 为三个轴的单位长度。

(2) 求被标定晶面在 X, Y, Z 三个坐标轴上的截距 (所选晶面不通过坐标原点)。

(3) 取各截距的倒数。

(4) 将三个截距倒数按比例化为三个互质的整数 h, k, l ；该晶面的密勒指数用符号 $(h k l)$ 表示。

h, k, l 分别与 X, Y, Z 轴相对应，不能更改次序。若晶面与某坐标轴平行，则它与该坐标轴的截距为 ∞ ，相应的数为 0，例如 $(h 0 l)$ 表明该晶面与 Y 轴平行。若截距为负值，则其相应指

数上冠以符号“—”，如 $(h \bar{k} l)$ 。

在空间点阵中，由阵点所组成的直线方向称为晶向。晶向可用晶向符号来表示，其标定方法如下：

(1) 通过坐标原点作一条直线与晶向平行。

(2) 将这直线上任一阵点的坐标 x, y, z 按比例化为三个互质的整数 u, v, w ，晶向指数表示为 $[u v w]$ 。

六方晶系的四轴指数

对于六方晶系，若采用上述方法来确定晶面、晶向指数，则不能充分反映宏观的对称性质。为了充分显示对称性，在六方晶系中常常采用四轴坐标系，即在底面上加一轴 Ox_3 使其与 Ox_1, Ox_2 均成 120° ，如图 1.5 所示。

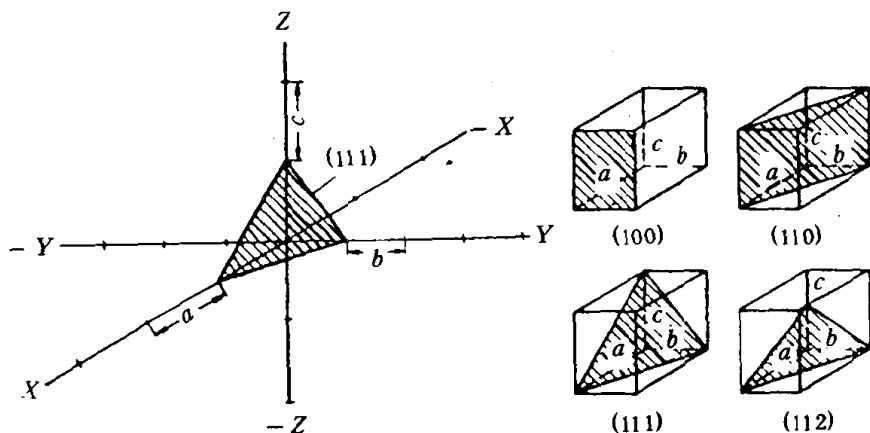


图 1.3 立方点阵的结晶面指数

在底面上的三个坐标轴单位基矢 a_1, a_2, a_3 满足 $a_1 + a_2 + a_3 = 0$ 的约束条件，故其中只有两个基矢是独立的。菱形底面上的三个坐标轴 Ox_1, Ox_2, Ox_3 加上 Z 轴构成四轴坐标系。在四轴坐标系中，晶体中的任一矢量 \vec{OR} 都可表示为

$$\vec{OR} = x_1\mathbf{a}_1 + x_2\mathbf{a}_2 + x_3\mathbf{a}_3 + z\mathbf{c}$$

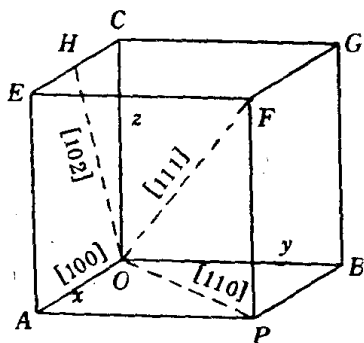


图 1.4 立方点阵的方向指数

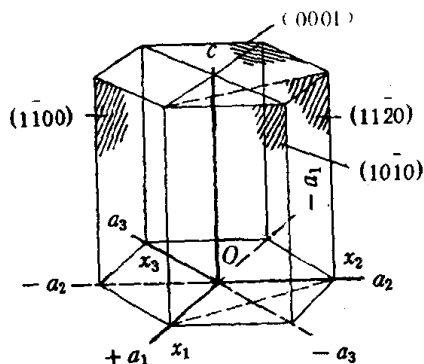


图 1.5 六方点阵中的四轴坐标系

R 点在底面上的坐标可以用 x_1, x_2, x_3 表示, 其中只有两个坐标是独立的. 为了确定性起见, 我们附加约束条件 $x_1 + x_2 + x_3 = 0$.

对于六方晶系, 参考的三轴坐标系可以由 X_1, X_2 和 Z 轴组成, 在三轴坐标系中 $\vec{OR} = x\mathbf{a}_1 + y\mathbf{a}_2 + z\mathbf{c}$.

我们有

$$\begin{aligned}\vec{OR} &= x_1\mathbf{a}_1 + x_2\mathbf{a}_2 - x_3(\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2) + z\mathbf{c} \\ &= x\mathbf{a}_1 + y\mathbf{a}_2 + z\mathbf{c}\end{aligned}$$

由此得到三轴坐标系与四轴坐标系点坐标的转换公式:

$$\begin{cases} x = x_1 - x_3 \\ y = x_2 - x_3 \\ z = z \end{cases} \quad (1.2)$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y \\ x_2 = \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}x \\ x_3 = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y \\ z = z \end{cases} \quad (1.3)$$