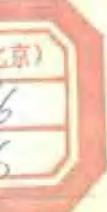


石油化工

压力容器设计

主编 赵正修

石油大学出版社



登录号	103137
分类号	TE96
种次号	016

石油化工压力容器设计

赵正修 主编



00985536



201033728

石油大学出版社

内 容 提 要

本书是为高等院校化工过程机械专业编写的教材。

全书共九章。前四章主要讲述轴对称旋转壳体和圆板的基本理论，以及压力容器筒体、封头、平盖及其它主要零部件的工程设计方法。第五~七章分别讲述了外压容器的稳定性设计、卧式容器的局部应力分析及高塔的振动问题。最后两章简要介绍了压力容器的应力分析设计法，以及压力容器的脆性断裂、低周疲劳、高温蠕变和腐蚀破坏等失效问题。

本书亦可供从事石油化工设备设计、科研和维修管理的工程技术人员参考。

DP29/26

石油化工压力容器设计

赵正修 主编

* 石油大学出版社出版发行

石油大学出版社微机室排版

新华书店经售

山东省东营新华印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 17.625 印张 450 千字

1996年1月第1版 1996年1月第1次印刷

印数 1-4000 册

ISBN 7-5636-0613-0 /TH · 23

定价：18.50 元

编者的话

本书是在1985年出版的《石油化工压力容器设计》的基础上重新编写的。根据科学技术的发展及教学实践,对大部分章节作了较大幅度的修改。在阐明基础理论时,力求简明扼要,贯彻“少而精”的原则,并适当减小内容难度;在讲述工程设计方法时,除符合现行规范设计要求外,并尽可能阐明其理论依据、实践经验、最新技术进展和研究方向。重在培养学生理论联系实际,解决工程实际问题的能力。

书中采用国际单位制,前八章都附有习题。

参加本教材编写的有:石油大学(华东)赵正修(绪论、第一、四、五章)、闫国超(第二章)、杨振文(第三章)、李国成(第六、八章)、魏耀东(第七章)、仇性启(第九章)。全书由赵正修修改定稿。

本书经抚顺石油学院张振华教授审阅,特此致谢。

目 录

绪论	1
一、石油化工压力容器的应用及其分类	1
二、压力容器设计的基本要求	3
三、压力容器设计规范	4
第一章 内压薄壁容器设计	7
§ 1-1 旋转薄壳的几何特征	7
§ 1-2 旋转薄壳的平衡方程	8
§ 1-3 旋转薄壳的无力矩理论	12
§ 1-4 旋转薄壳的变形和物理方程	17
§ 1-5 壳体中的边缘问题	23
§ 1-6 薄壁容器的工程设计	38
第二章 厚壁圆筒设计	54
§ 2-1 厚壁圆筒的结构型式	54
§ 2-2 单层厚壁圆筒设计	57
§ 2-3 单层厚壁圆筒的自增强	71
§ 2-4 组合式厚壁圆筒设计	78
第三章 薄板理论及设计	87
§ 3-1 概述	87
§ 3-2 圆形薄板的轴对称弯曲	88
§ 3-3 圆形薄板的计算	92
§ 3-4 矩形薄板计算简介	101
§ 3-5 平盖的工程设计	102
第四章 压力容器的零、部件设计	110
§ 4-1 法兰连接设计	110
§ 4-2 高压容器密封设计	128
§ 4-3 管板的强度计算	135
§ 4-4 U形膨胀节的计算	149
§ 4-5 开孔补强设计	154
第五章 外压薄壁容器设计	162
§ 5-1 外压容器的稳定性	162
§ 5-2 临界压力公式	163
§ 5-3 外压圆筒的图算法	169
§ 5-4 外压球形容器及封头设计	172
§ 5-5 加强圈设计	174
第六章 卧式容器设计	179

§ 6-1 载荷分析	179
§ 6-2 轴向应力计算与校核	180
§ 6-3 切向剪应力计算与校核	183
§ 6-4 鞍座处筒体的周向应力计算与校核	187
§ 6-5 鞍座设计	193
第七章 直立设备设计.....	196
§ 7-1 概述	196
§ 7-2 地震载荷	198
§ 7-3 风载荷	205
§ 7-4 直立设备应力合成与核算	208
§ 7-5 直立设备的风诱导振动	214
第八章 以应力分析为基础的设计——分析设计法.....	220
§ 8-1 概述	220
§ 8-2 应力分类	221
§ 8-3 各类应力强度的限制条件	224
§ 8-4 应力分析设计的程序及应用	229
第九章 压力容器的失效问题.....	234
§ 9-1 压力容器的脆性断裂	234
§ 9-2 压力容器的疲劳破坏	243
§ 9-3 高温下的蠕变破坏	250
§ 9-4 压力容器的腐蚀破坏	258
附录.....	267

绪 论

一、石油化工压力容器的应用及其分类

石油化工生产过程是用化学或物理方法将物料转变成所需产品的过程。为了实现这些工艺过程，需要各种类型的石油化工设备，例如：

换热设备 即主要用于实现介质的热量交换的设备，如热交换器、冷却器、冷凝器、重沸器、蒸发器和管壳式余热锅炉等；

反应设备 即主要用于完成介质的化学反应的设备，如反应器、合成塔、聚合釜和变换炉等；

分离设备 即主要用于对混合物料进行分离的设备，如分馏塔、汽提塔、吸收塔、稳定塔、干燥器和分离器等；

储存设备 即盛装物料的容器，常用的有卧式圆筒形容器和球形储罐等。

上述石油化工设备都是在一定的压力、温度和不同特性的介质等条件下进行工作的。从几何形状和受力特点来看，它们都属于压力容器。所谓压力容器，就是指在内部含有压力流体的容器。根据这一定义，直接火焰加热的容器如蒸汽锅炉、受核辐射作用的核能容器、以及需经常搬运的容器如气瓶、槽车和船舶专用容器等，也属于压力容器的范畴。但应注意的是，这些压力容器是在比较特殊的工况下进行操作的。例如，直接火焰加热的蒸汽锅炉易产生高温氧化腐蚀和复杂的温度应力；核能容器由于长期承受核辐射作用，会导致材料的冲击韧性和延性下降而产生脆性破坏，特别是核辐射作用对人身有极大的危害，故对整个容器的安全可靠性和密封性有着极其严格的要求；经常搬运的容器会因液体晃动而产生较大的冲击力，而气瓶则会产生脆性爆破而危害人身安全。因此，与石油化工等一般压力容器相比，它们在设计、制造、检验和维护方面均有其特殊的要求，故应遵守专门的规范。

按容器设计压力 p （除注明者外，压力系指表压力）的大小可将石油化工压力容器分为：

1. 内压容器 它又分为：

- (1) 低压容器 $0.1 \leq p < 1.6$ (单位为 MPa, 下同);
- (2) 中压容器 $1.6 \leq p < 10$;
- (3) 高压容器 $10 \leq p < 100$;
- (4) 超高压容器 $p \geq 100$ 。

2. 外压容器 包括真空容器如减压塔等。对于带有夹套的设备，当夹套内的介质压力高于容器内的压力时，即构成一外压容器。

对于内压容器，除有些情况下也要考虑设备的变形外，主要是保证其壳体具有足够的强度；而对于外压容器，由于壳体中存在的是压应力，故保证壳体的稳定性（即不被压瘪）是保持其正常工作的必要条件。

中、低压容器通常为薄壁容器，高压和超高压容器一般称之为厚壁容器。在理论上，区分厚壁和薄壁容器的指标是径比，即 $K = \frac{D_o}{D_i}$ （它实质上相当于器壁厚度对直径的比值）， D_o 和 D_i 分

别表示容器的外直径和内直径。当 $K > 1.2$ 时为厚壁筒, $K \leq 1.2$ 时为薄壁筒。对于承受内压的薄壁容器, 可只考虑其径向应力和周向应力, 故为两向应力状态。至于径向应力一般相对较小, 可忽略不计。而厚壁容器的径向应力在应力分析时则不能忽略, 故为三向应力状态。另外, 厚壁容器为高压设备, 在设计、制造和检验方面也都有着较高的要求。

高温设备在石油化工行业中有着广泛的应用。高温下钢材的机械强度会显著降低, 弹性模量也会明显下降, 而线膨胀系数则会增大。对于在高温下压力容器元件的热变形、温差应力、热疲劳、蠕变变形和断裂, 金属材料的热脆性和高温腐蚀, 以及双层金属和设备衬里由于材料的线膨胀系数不同所产生的鼓包变形和脱落等, 在设计、制造和检验中尤需给予充分的考虑。

设计温度低于或等于 -20°C 的低温容器在石油化工行业中也经常需要。随着温度的降低, 钢材会从塑性断裂转变为脆断、由于制造加工过程中钢材难免存在有某些原始缺陷或微小裂纹, 再加上温度降低使材料的冲击韧性下降, 就存在脆断的危险。这在设计和制造低温容器时是应特别注意的。因此, 对于设计温度 $\leq -20^{\circ}\text{C}$ 的碳素钢和低合金钢制低温压力容器(奥氏体高合金钢制低温容器在设计温度 $\geq -190^{\circ}\text{C}$ 时除外), 或由于环境温度的影响导致容器壳体的金属温度 $\leq -20^{\circ}\text{C}$ 时, 在材料选择、结构和焊缝形式设计、制造、检验和验收等方面, 均应遵守专门的规定, 如我国国家标准 GB150-89《钢制压力容器》附录 C 低温压力容器(补充件)。

在设计石油化工压力容器时, 还必须考虑其工作介质的特性。很多介质往往具有不同的腐蚀性, 这对选材、结构设计, 以及设备的使用寿命都将有很大的影响, 必须给予认真考虑。同时, 还应注意很多介质是易燃的, 有些可能是(或含有)不同危害程度的毒性介质。

易燃介质是指与空气混合的爆炸下限小于 10%, 或爆炸上限和下限之差值大于或等于 20% 的气体, 如: 一甲胺、乙烷、乙烯、氯甲烷、环氧乙烷、环丙烷、氢、丁烷、三甲胺、丁二烯、丁烯、丙烷、丙烯、甲烷等。

毒性介质的危害程度参照国家标准 GB5044《职业性接触毒物危害程度分级》的规定分为四级, 其最高容许浓度分别为:

1. 极度危害(I级) < 0.1 (单位为 mg/m^3 , 下同);
2. 高度危害(II级) $0.1 \sim < 1.0$;
3. 中度危害(III级) $1.0 \sim < 10$;
4. 轻度危害(IV级) ≥ 10 。

I 级和 II 级毒物如氢氰酸、光气、氟化氢、碳酰氟、氯等; III 级毒物如二氧化硫、氨、一氧化碳、氯乙烯、甲醇、氧化乙烯、硫化乙烯、二硫化碳、乙炔、硫化氢等; IV 级毒物如氢氧化钠、四氟乙烯、丙酮等。

我国劳动部颁发的《压力容器安全技术监察规程》(1991 年)根据压力容器的压力等级、介质的性质和危害程度, 以及设备的类型, 将该规程适用范围内的压力容器分为三类:

1. 一类压力容器 指低压容器, 但规定为二类和三类压力容器的低压容器除外。
2. 二类压力容器 指下列情况之一
 - (1) 中压容器, 但规定为三类压力容器的中压容器除外;
 - (2) 易燃介质或毒性程度为中度危害介质的低压反应容器和储存容器;
 - (3) 毒性程度为极度和高度危害介质的低压容器;
 - (4) 低压管壳式余热锅炉;
 - (5) 带玻璃压力容器。
3. 三类压力容器 指下列情况之一

- (1) 高压容器;
- (2) 毒性程度为极度和高度危害介质的中压容器和 $p \cdot V$ (p 为设计压力, V 表示容积) 大于等于 $0.2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^3$ 的低压容器;
- (3) 易燃介质或毒性程度为中度危害介质且 $p \cdot V$ 大于等于 $0.5 \text{ MPa} \cdot \text{m}^3$ 的中压反应容器和 $p \cdot V$ 大于等于 $10 \text{ MPa} \cdot \text{m}^3$ 的中压储存容器;
- (4) 高压、中压管壳式余热锅炉。

在上述监察规程中,对于不同类别的压力容器,在选材、设计、制造和检验、使用和管理、安全附件等方面都给出了不同的要求和相应的规定,必须遵照执行。该规程还规定,对于各类压力容器,设计单位必须持有压力容器设计单位批准书,制造和现场组焊单位必须持有压力容器制造许可证,并按批准的范围进行设计、制造或组焊。否则,不得设计、制造或组焊压力容器。

二、压力容器设计的基本要求

压力容器的设计就是根据给定的工艺尺寸和工作条件,并考虑到制造和安装检修要求,对压力容器的各个元件正确地选择材料,全面地进行载荷分析和应力变形分析,选择合理的结构型式,确定合适的强度尺寸,并给出有关制造和检验的技术条件。

石油化工容器通常是在苛刻的操作条件下长期连续工作的。一个零件的破坏往往会导致整个装置的停工,甚至造成国家财产的严重损失。因而,保证压力容器的长期安全运转对石油化工生产有着非常重要的意义。还应注意,随着科学技术的迅速发展,压力容器趋向大型化,操作条件日益苛刻,不断出现新的材料品种,其强度级别也越来越高,制造和检验技术不断完善,对石油化工压力容器的设计也提出了更高的要求。

总的说来,对压力容器设计的基本要求是既保证其安全可靠性,又要尽量做到经济合理。这就要求对设备的操作条件和载荷进行正确的估计;对容器元件的总体应力、局部应力和温差应力,以及可能产生的失效形式等进行全面的分析和评价,并采用不同的设计方法。根据容器的操作条件和作用,正确的选择材料和合理的结构设计往往是保证容器安全可靠性和经济合理性的重要环节。另外,在整个设计过程中,必须遵守我国的有关标准、规范和制造技术条件。对于重要容器,还应进行全面的技术经济分析。

在进行压力容器设计时,首先应知道其工作条件,如最大工作压力、工作温度和环境温度、介质特性等,并据此确定容器的设计压力、设计温度,以及该容器属于第几类压力容器。因为不同的工作条件和不同类别的压力容器,需符合不同的设计标准或需满足标准中的不同规定。对于腐蚀性介质还需了解其腐蚀特点,如有些腐蚀介质只会造成钢材的表面腐蚀;而有些介质如氢气则会在一定温度和压力条件下扩散到钢材内部,使钢材产生脆断;有些介质如海水、硫化氢和碱性介质等,对于承受拉应力的构件会产生应力腐蚀,造成脆断。因而,就需要选用不同的抗腐蚀材料,并采取相应的防护措施。在进行大型室外直立设备如塔器、反应器等设计时,还应了解其所在地区的基本风压值及地震烈度,以计算它们所承受的风载荷和地震载荷。

在确定容器壳体厚度时,设计压力(当液柱静压力达到 5% 设计压力时,还应加上液柱静压力)通常是最主要的载荷。另外,容器承受的载荷还有:

容器的自重(包括内件和填料等)以及正常操作条件下或试验状态下内装物料的重力载荷;

附属设备及隔热材料、衬里、管道、扶梯、平台等的重力载荷;

风载荷及地震载荷。
必要时,还应考虑以下载荷的影响:

- 支座的作用反力;
- 连接管道和其它部件引起的作用力;
- 由于热膨胀量不同而引起的作用力;
- 压力和温度变化的影响;
- 容器在运输或吊装时承受的作用力。

在设计时通常是根据设计压力初步确定容器壳体的厚度后,再对上述载荷或作用力产生的应力进行强度或稳定性校核计算。

在设计压力容器时,还应考虑到其可能产生的失效形式。所谓“失效”是指容器在一定工作条件下丧失其正常工作能力。常见的压力容器失效形式有:

1. 强度失效或发生过量的弹塑性变形;
2. 在压应力作用下容器的稳定失效;
3. 高温下的蠕变破坏;
4. 低温或有缺陷时的脆性断裂;
5. 交变载荷作用下的低循环高应变疲劳破坏;
6. 腐蚀破坏;
7. 密封失效。

对于一般工作条件下的压力容器,通常只需要进行机械强度或稳定性设计,而在某些特定条件下,蠕变破坏、脆性断裂、疲劳破坏、腐蚀破坏等可能成为容器的主要失效形式,因而还需要进行相应的分析和设计。因此,压力容器设计者不仅要掌握强度和稳定设计的基本原理和设计方法,还应具有蠕变分析、疲劳分析、断裂力学在压力容器中的应用、材料腐蚀与防护等方面的基本知识。

另外,石油化工容器的密封失效问题也是关系到安全生产和环境保护的一个重要问题。特别是在高温条件下,或当处理易燃和毒性介质时,保持容器密封的长期可靠性也是保证安全生产的重要措施之一。

在设计压力容器时,还应考虑其使用寿命。一般石油化工设备的设计使用年限为 12 年左右,高压设备约为 20~25 年,实际使用年限往往会更长些。设备的使用寿命通常决定于腐蚀情况,在某些情况下还决定设备的蠕变、疲劳、材料的断裂韧性以及金相组织的变化等。值得注意的是,不仅要在设计时对设备的安全寿命进行估算,而且在设备使用过程中,还必须定期进行设备检查和安全评定,并预测其剩余寿命,这对设备的安全使用是非常重要的。

三、压力容器设计规范

鉴于压力容器在发展经济中的重要作用,并为保证其安全运行,各国根据长期积累的使用经验和大量科学的研究成果,都制定了相应的规范和标准,如:

美国机械工程师学会(ASME)《锅炉和受压容器规范》(1986 年版);

英国 BS 5500《非直接火焊制受压容器规范》(1982 年版);

联邦德国 AD《受压容器规范》(1983 年版);

日本 JIS B8243《压力容器构造》(1981 年版);

法国 SNCT《非直接火受压容器规范》(1968 年版)；

前苏联 PTM42《容器和设备零部件强度设计规范》(1962 年版)。

ASME《锅炉和受压容器规范》是比较有权威性的规范之一,它已为很多国家借鉴或采用。该规范是将锅炉、核能容器与一般的压力容器分开,其第Ⅰ卷为《动力锅炉》,第Ⅱ卷为《核动力装置设备》,一般的压力容器属第Ⅶ卷第一册《受压容器》或第Ⅷ卷第二册《受压容器另一规程》管辖。第Ⅶ卷第一册采用传统的常规设计方法,第二册则采用以应力分析为基础的设计方法,前称应力分析法。

我国执行的压力容器标准是 GB150-89《钢制压力容器》。它是由全国压力容器标准化技术委员会在国家技术监督局指导下制定的。其前身是我国原石油化学工业部和原第一机械工业部制定的《钢制石油化工压力容器设计规定》。

《钢制压力容器》的内容主要包括材料选择,压力容器元件的设计计算,以及容器的制造、检验与验收。它是我国石油化工等一般压力容器设计、建造,以及安全监督的综合性国家标准。该标准适用于设计压力不大于 35MPa 的钢制压力容器的设计、制造、检验与验收。但不适用于下列各类容器:

直接火焰加热的容器;

受辐射作用的容器;

经常搬运的容器;

诸如泵、压缩机、涡轮机或液压缸等旋转或往复机械设备中自成整体或作为组成部件的受压器室;

设计压力低于 0.1MPa 的容器;

真空度低于 0.02MPa 的容器;

公称容积小于 450L 的容器;

要求作疲劳分析的容器;

已有其它行业标准管辖的压力容器。

在《钢制压力容器》以及其它国家的规范中,仍普遍采用常规设计法,即以容器元件中的总体或基本应力(如壳体中的总体薄膜应力)不超过一定的许用应力值为主要依据。对于边缘应力等局部应力的影响,是以应力增值系数引入计算式,并与基本应力取统一的强度判据。但不同性质的应力对容器元件强度有着不同的影响。所以,60 年代某些规范如 ASME 第Ⅶ卷第二册已开始采用应力分析法设计(详见本教材第八章),对不同性质的应力取不同的强度判据。应当指出的是,常规设计法的特点是比较简便,并有一定的使用经验,在一般压力容器的设计中仍广泛采用。分析设计法是一种先进合理的设计方法,它可合理地利用材料的强度,并可确保压力容器在复杂苛刻条件下安全运行。但这种方法计算工作量大,对材料性能、容器的制造、检验以及操作运行,都有着更加严格的要求,因此它主要用于重要的或需作疲劳分析的容器设计。另外,采取上述两种不同方法的设计规范可以并行使用,但不能互相取代。

石油化工压力容器的设计、制造和检验除需要符合国标《钢制压力容器》的规定外,还需遵守《压力容器安全技术监察规程》的有关规定。此外,材料的技术条件和试验方法,板材、管材和型钢的品种和规格,筒体和封头的公称直径和结构型式,法兰、人孔、手孔等的结构型式、公称通径和压力等级,紧固件的规格和技术条件,焊接接头的基本型式与尺寸,以及容器的各种检验方法等,都需符合相应的国家标准或部颁标准的规定。熟悉这些标准对设计者来说是十分重要的。

可以看出,压力容器设计涉及的理论问题和实际知识是非常广泛的。本教材不可能对所有这些问题都进行全面的阐述,而只是利用弹塑性力学的基本分析方法,主要讨论压力容器壳体及其主要零部件的变形和应力分析,以及强度和稳定设计的基本原理和设计方法;并对高温蠕变破坏、低循环疲劳分析、腐蚀与防护、断裂力学在压力容器中的应用等问题进行概括介绍。至于材料的金相组织、性能及热处理方法,以及制造、检验等方面的理论知识,已在其它有关课程中讲授,本教材均未涉及。

第一章 内压薄壁容器设计

在石油化工工业中，钢制压力容器多数为薄壁容器（即壳体径比 $K \leq 1.2$ ），并通常为轴对称问题的旋转壳体。所谓轴对称问题，是指壳体的几何形状、所受的外部载荷，以及其约束条件均对称于旋转轴。

§ 1-1 旋转薄壳的几何特征

旋转壳体的中面是指与壳体内、外表面等距离的曲面，它是由一条平面曲线（母线）围绕同一平面内的轴线旋转一周形成的。例如，圆柱壳的中面是由一条与轴线平行的直线绕轴线旋转而成的；球壳和椭球壳的中面则分别由半圆周线和半椭圆线绕轴线旋转而成。

图 1-1 示出一般旋转壳体的中面。通过旋转轴 O_1O_2 作一纵向平面，它与壳体中面的交线 OB 称为经线。显然，经线与母线 OA 是一致的。纵向平面与旋转壳体的截面称为经向截面。经线上任一点 B 绕轴 O_1O_2 旋转一周的轨迹称为纬线或平行圆。在 B 点垂直于壳体中面的直线即法线 n ，法线 n 的延长线必与旋转轴相交，其交角为 φ 。

经线的位置由从母线平面量起的角度 θ 确定；平行圆的位置由角 φ 确定。所以，壳体中面上任一点的位置可由两个坐标 φ 和 θ 确定。这样，对于一般旋转壳体通常选用的坐标是经向坐标 φ 、周向坐标 θ ，以及沿中面法线方向的坐标 z ， z 的方向以指向壳体中面的曲率中心为正。

经线面和垂直于经线的面是壳体某点上的主曲率面，即具有最大和最小曲率半径的面。经线的曲率半径称为第一曲率半径 r_1 ，如图 1-1 所示的 BK_1 。沿同一个平行圆的各点作法线的延长线，即形成一与壳体中面正交的圆锥面，圆锥的顶点必在旋转轴上，见图 1-1。此圆锥面与壳体的截面称为旋转法截面。此圆锥母线的长度 BK_2 即称为该点上壳体中面的第二曲率半径 r_2 ，其长度为

$$r_2 = \frac{r}{\sin \varphi} \quad (1-1)$$

式中 r —— 平行圆半径。

正确地求出曲率半径 r_1 和 r_2 对于研究旋转薄壳的应力和变形是很重要的。下面举例说明 r_1 和 r_2 的计算方法。

圆柱壳 设其中面半径为 R 。由于其经线为直线，故 $r_1 = \infty$ ；而垂直于经线的平面与平行

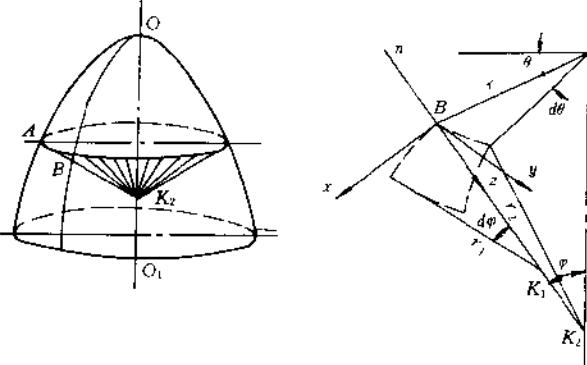


图 1-1 一般旋转壳体的中面

圆相重合(即 $\varphi=\pi/2$),故 $r_1=r=R$ 。

球壳 在球壳中面的任一点上,所有法向截面的曲率半径都相等,即等于球体的半径 R ,故 $r_1=r_2=R$ 。

椭球壳 其经线为半个椭圆,设椭圆的长半轴为 a ,短半轴为 b ,如图 1-2 所示。

知椭圆曲线(即椭球经线)方程为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

由微分学可知曲线的曲率半径为

$$r_1 = \left| \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \right|$$

又从图 1-2 知

$$r_2 = \frac{x}{\sin \varphi} = \frac{x(1 + \tan^2 \varphi)^{1/2}}{\tan \varphi} = \left| \frac{x \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{1/2}}{\frac{dy}{dx}} \right|$$

对椭圆方程的 y 求导数,将求得的 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ 代入上述两式,得

$$r_1 = \frac{[a^4 - x^2(a^2 - b^2)]^{3/2}}{a^4 b} \quad (a)$$

$$r_2 = \frac{[a^4 - x^2(a^2 - b^2)]^{1/2}}{b} \quad (b)$$

如以坐标 φ 表示,代入 $x=r_2 \sin \varphi$ (先代入式(b)中求得 r_2 ,再将 $x=r_2 \sin \varphi$ 及 r_2 之值代入式(a)),并令 $m=a/b$,则得

$$r_1 = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)^{3/2}} = m a \psi^3 \quad (c)$$

$$r_2 = \frac{a^2}{(a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)^{1/2}} = m a \psi \quad (d)$$

式中

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{(m^2 - 1) \sin^2 \varphi + 1}} \quad (e)$$

在椭球的顶点, $\varphi=0$,由此 $\psi=1$,故得

$$r_1 = r_2 = m a = a^2 / b$$

在椭球赤道上, $\varphi=\pi/2$, $\psi=1/m$,得

$$r_1 = a/m^2 = b^2/a, \quad r_2 = a$$

§ 1-2 旋转薄壳的平衡方程

一、基本假设

对于旋转薄壳,通常认为壳的厚度与壳的曲率半径相比为小量。而且,这里所研究的范围

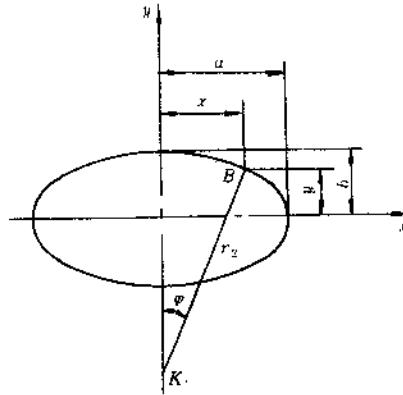


图 1-2 椭球壳

是弹性小变形，即壳体受力后其各点的位移都远小于壁厚。在上述前提下，当讨论旋转壳体的受力分析和变形时，为了简化计算，可采用如下的基本假设：

1. 直法线假设，即变形前垂直于壳体中面的直线段，在变形后仍保持为直线，并垂直于变形后的中面，亦即认为剪应力 τ_{xz} 引起的变形可以忽略不计；
2. 互不挤压假设，即平行于中面的各层纤维之间互不挤压，亦即认为与周向应力 σ_θ 、经向应力 σ_z 相比，法向应力 σ_x 为小量，可忽略不计；
3. 假设在变形时薄壳厚度没有伸缩，即法向应变 $\epsilon_z = 0$ ，亦即认为截面上各点的法向位移可近似地看成与壳体中面上对应点的法向位移 w 相等。

实验证明，采用上述基本假设所得的结果是足够精确的。

二、外力和内力

在旋转壳体上，从相邻的两个旋转法截面和相邻的两个经向截面截取单元体，并取坐标为 φ 、 θ 和 z ，如图 1-3 所示。

作用于旋转薄壳的外力通常包括分布面力（气压、液压等）和体力（如重力、惯性力等）。对于薄壳，当沿整个壁厚截取单元体时，体力可以化作分布面力处理。若在单元体中面上 B 点取经线的切向为 x ，并向 φ 的增加方向指示，取平行圆的切向为 y ，并向 θ 的增加方向指示，则单位面积上分布面力的分量有 P_x （指向 x 正向）、 P_y （指向 y 正向）和 P_z ，其单位为 MPa 或 N/mm²。对于轴对称载荷， $P_y = 0$ 。 P_x 的方向以指向 x 的正向为正； P_z 的方向，为方便计，取坐标 z 的反向为正。

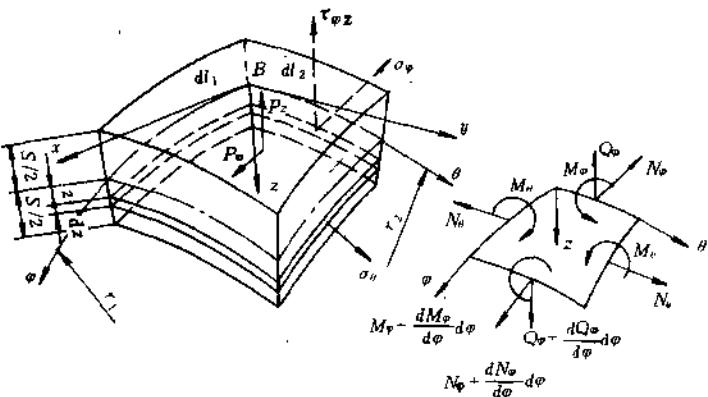


图 1-3 薄壳单元体的受力分析

现在考察在轴对称载荷作用下壳体中的应力和内力。根据互不挤压假设，法向应力 $\sigma_z = 0$ 。又由于轴对称，在经线截面上不存在剪应力，在各截面上也无扭剪力。因而，在经线截面上只存在周向正应力 σ_θ ，在旋转法截面上则有经向正应力 σ_x 和法向剪应力 τ_{xz} ，见图 1-3。

在薄壳受力变形时，其曲率也会发生变化，故在经线截面和旋转法截面上必分别存在着周向弯矩和经向弯矩。这样， σ_θ 和 σ_x 沿壳壁厚度即为非均匀分布。根据直法线假设，可认为它们沿壁厚是成直线分布的。至于 τ_{xz} ，则和梁一样为抛物线分布，在壳体中面处达最大值。

由于轴对称， σ_θ 、 σ_x 和 τ_{xz} 与 θ 无关，而都是坐标 φ 和 z 的函数。

与上述应力相对应，在薄壳中存在的内力为

N_θ —— 垂直于旋转法截面的经向力，N/mm，拉为正，压为负；

N_z —— 垂直于经线截面的周向力，N/mm，拉为正，压为负；

M_θ —— 旋转法截面上的经向弯矩，N·mm/mm，使截面向壳体外侧旋转为正，反之为负；

M_z —— 经线截面上的周向弯矩，N·mm/mm，正负号规定同 M_θ ；

Q_θ —— 旋转法截面的横剪力，N/mm，当截面的外法线沿着坐标 φ 的正向时， Q_θ 沿 z 的正向为正，反之为负；当外法线沿 φ 的负向时， Q_θ 沿 z 的负向为正，反之为负。

上述内力和弯矩是分别作用在经线和纬线的单位长度上的,和 z 无关,故它们都只是坐标 φ 的函数。因而,为简便计,在旋转薄壳的平衡方程中通常不采用应力,而都采用内力和弯矩来表示。

内力和弯矩与相应应力的关系可分别由该截面上相应应力的积分求得。由图1-1知,在单元体中而上,经线单元长度为

$$dl_1 = r_1 d\varphi$$

纬线单元长度为

$$dl_2 = rd\theta = r_2 \sin\varphi d\theta$$

由图1-3,距中面为 z 的相应线段长度分别为

$$dl_* = (r_1 - z)d\varphi = \left(1 - \frac{z}{r_1}\right)dl_1$$

$$dl_* = (r_2 - z)\sin\varphi d\theta = \left(1 - \frac{z}{r_2}\right)dl_2$$

设薄壳厚度为 s ,在旋转法截面上的经向合力及经向合力矩分别为

$$N_\varphi dl_2 = \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_\varphi \left(1 - \frac{z}{r_2}\right) dl_2 \cdot dz$$

$$M_\varphi dl_2 = \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_\varphi \left(1 - \frac{z}{r_2}\right) dl_2 \cdot zdz$$

消去 dl_2 ,即得纬线单位长度上的合力公式,同理也可求得经线单位长度上的合力公式。同时,考虑到薄壳厚度 s 与曲率半径相比为小量,则 z/r_1 和 z/r_2 较之1可忽略不计,故这些公式可写为

$$\left. \begin{aligned} N_\varphi &= \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_\varphi dz, & N_\theta &= \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_\theta dz \\ M_\varphi &= \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_\varphi zdz, & M_\theta &= \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_\theta zdz \\ Q_\varphi &= \int_{-s/2}^{s/2} \tau_{\varphi\theta} dz \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

三、平衡方程

如图1-4(a)所示,取以壳体中面为代表的单元体,其表面面积为 $rr_1 d\varphi d\theta$ 。

1. 沿 x 方向力的平衡 见图1-4(b)

经向力的合力分量 略去高阶小量,并考虑到 $\cos d\varphi \approx 1$,求得在 x 方向的分量为

$$\left(N_\varphi + \frac{dN_\varphi}{d\varphi} d\varphi \right) \left(r + \frac{dr}{d\varphi} d\varphi \right) d\theta \cos d\varphi - N_\varphi r d\theta = \frac{d}{d\varphi} (r N_\varphi) d\varphi d\theta$$

周向力的合力分量 作用在单元体经线截面上的力等于 $N_\theta r_1 d\varphi$,其合力在平行圆的半径方向内等于

$$2N_\theta r_1 d\varphi \sin \frac{d\theta}{2} \approx N_\theta r_1 d\varphi d\theta$$

它在 z 方向的分量为

$$-N_\theta r_1 d\varphi d\theta \cdot \cos\varphi$$

横剪力的合力分量 作用在单元体上部旋转法截面的横剪力在 x 方向无分量,下部截面

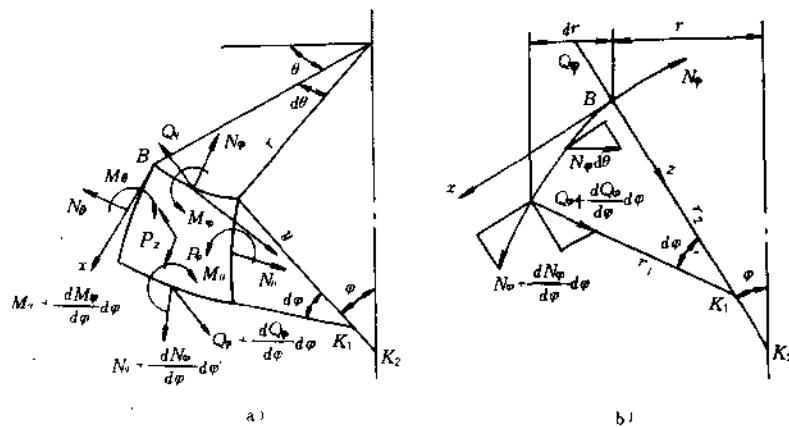


图 1-4 单元体的内力和力的平衡

的横剪力在 x 方向的分量为

$$- \left(Q_\varphi + \frac{dQ_\varphi}{d\varphi} d\varphi \right) \left(r + \frac{dr}{d\varphi} d\varphi \right) d\theta \cdot \sin\varphi = - r Q_\varphi d\theta d\varphi$$

外力在 x 方向的合力分量为

$$P_r r r_1 d\varphi d\theta$$

由力的平衡条件 $\sum F_x = 0$, 并消去 $d\varphi d\theta$, 得 x 方向的平衡方程为

$$\frac{d}{d\varphi} (r N_\varphi) - r_1 N_\varphi \cos\varphi - r Q_\varphi + r r_1 P_\varphi = 0 \quad (1-3a)$$

2. 沿 z 方向力的平衡 见图 1-4(b)

横剪力在 z 方向的合力分量为

$$\left(Q_\varphi + \frac{dQ_\varphi}{d\varphi} d\varphi \right) \left(r + \frac{dr}{d\varphi} d\varphi \right) d\theta \cdot \cos\varphi - Q_\varphi r d\theta = \frac{d}{d\varphi} (r Q_\varphi) d\varphi d\theta$$

作用在单元体下部旋转法截面的经向力在 z 方向的分量为

$$\left(N_\varphi + \frac{dN_\varphi}{d\varphi} d\varphi \right) \left(r + \frac{dr}{d\varphi} d\varphi \right) d\theta \cdot \sin\varphi = r N_\varphi d\varphi d\theta$$

如前所述, 周向力的合力在平行圆的半径方向内等于 $N_\varphi r_1 d\varphi d\theta$, 它在 z 方向的分量为

$$r_1 N_\varphi d\varphi d\theta \cdot \sin\varphi$$

注意到 P_z 的方向沿 z 的反向为正, 故外力在 z 方向的合力分量为

$$- P_z r r_1 d\varphi d\theta$$

由 $\sum F_z = 0$, 并消去 $d\varphi d\theta$, 得 z 方向的平衡方程为

$$\frac{d}{d\varphi} (r Q_\varphi) + r_1 N_\varphi \sin\varphi + r N_\varphi - r r_1 P_z = 0 \quad (1-3b)$$

3. 沿 y 方向力矩矢量的平衡 见图 1-5, 图中弯矩以双剪头的矢量表示

作用在两个旋转法截面上的经向弯矩的矢量方向相反, 它们与 y 轴均有一交角为 $\frac{d\theta}{2}$ 。所以

经向合力矩矢量在 y 轴的分量为

$$M_\varphi r d\theta \cos \frac{d\theta}{2} - \left(M_\varphi + \frac{dM_\varphi}{d\varphi} d\varphi \right) \left(r + \frac{dr}{d\varphi} d\varphi \right) d\theta \cos \frac{d\theta}{2} = - \frac{d}{d\varphi} (r M_\varphi) d\varphi d\theta$$

作用在左侧经线截面上的周向弯矩矢量在 y 轴上无分量, 而右侧截面上的周向弯矩矢量在平行圆半径方向内为 $M_\varphi r_1 d\varphi \cos\varphi$, 它在 y 方向的分量为

$$M_\varphi r_1 d\varphi \cos\varphi \cdot \sin\theta = r_1 M_\varphi \cos\varphi d\varphi d\theta$$