

G. C. 古德温 孙贵生 著

自适应滤波、预测与控制

科学出版社

73.009
113

自适应滤波、预测与控制

G. C. 古德温 孙贵生 著
张永光 洪惠民 刘 峰 译
王恩平 校

科学出版社

1992

(京)新登字 092 号

内 容 简 介

本书英文版于1987年荣获 IFAC (国际自动控制联合会)颁发的“控制工程教科书奖”,是一部享誉很高的著作。北美、欧洲及澳大利亚的许多大学都选用本书作为本科大学生及研究生的教材。

本书分为两篇,第一篇介绍确定性系统的自适应滤波、预测与控制,不涉及随机问题,使用的数学工具不深,适合本科大学生阅读。第二篇介绍随机系统的自适应滤波、预测与控制,需用较多的概率论与数理统计工具,适合研究生阅读。作者从预测误差出发,用统一的递推模式构造算法,除处理一般的稳定系统外,还特别考虑了在单位圆上有零点的非稳定系统,并用最小预测误差控制器统一处理自校正调节器和模型参考自适应控制,使读者对自适应滤波、预测及控制有一个全面的、统一的了解。另外,每章结尾都附有若干习题供读者练习和思考。

本书适合自动控制、信号处理、应用数学领域的教师、科研人员、研究生及本科大学生使用。

G. C. Goodwin Kwai Sang Sin

ADAPTIVE FILTERING, PREDICTION AND CONTROL

Prentice Hall, 1984

自适应滤波、预测与控制

G. C. 古德温 孙贵生 著

张永光 洪惠民 刘 峰 译

王恩平 校

责任编辑 李淑兰

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100707

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1992年1月第一版 开本: 787×1092 1/16

1992年1月第一次印刷 印张: 29 1/4

印数: 1—1700 字数: 673 000

ISBN 7-03-002412-5/TP·178

定价: 25.00 元

译 者 的 话

近十多年来自适应控制技术取得了令人瞩目的发展,吸引了许多控制工程与系统工程方面的学者和工程师,而许多实际的工程问题又为自适应问题的研究提供了丰富的应用背景.当前,自适应系统的理论已日趋成熟,这标志着现代控制理论发展的新阶段.在此期间,国内外都发表了许多关于自适应控制技术获得成功应用的结果,已研制的自适应控制器中有些已经达到了商品化的程度.

本书的作者之一 G. C. Goodwin 教授及他在澳大利亚的同事们,在自适应系统的理论研究和应用研究上做了许多奠基性的工作.他的 70 年代后期的著作《动态系统辨识——试验设计与数据分析》一书(中译本于 1983 年由科学出版社出版),反映了他在系统辨识方面的早期研究成果,这是他后来工作的一个重要基础.在 1979 年至 1984 年期间,作者及其合作者在自适应预测与自适应控制方面做了大量的工作,并将其成果在非线性系统和随机系统上作了实质性的推广. Goodwin 教授及其澳大利亚的同事们以其独特的学术观点和方法在国际自动控制界赢得了荣誉和尊敬,并形成了现代控制论的澳大利亚学派.这个学派的基本特点是从应用的角度出发,尽可能地把各种自适应问题采用统一的形式进行处理,用最少的数学工具解决问题,最后还要把理论研究成果落实到工程设计中去.在我们这本书中,可以明显地看到这个特点.在这本书中,作者用统一的递推模式纵贯全书,用模型的预测误差构成算法,使自适应系统中所有基本问题的处理浑然一体,让多方的读者可迅速地接触到自适应系统的核心问题.作者除处理最小相位系统之外,特别考虑了经常遇到的一类非最小相位系统的自适应控制问题.作者创造性地用最小预测误差控制器的观点统一处理了自校正调节器和模型参考自适应控制器,这是当前应用最为普遍的两大类自适应控制器.

本书的英文版于 1984 年出版后,以它的系统性、独创性和实用性获得了控制界的普遍好评,几年来被欧洲及北美若干大学作为大学高年级学生及研究生的自适应控制课程的基本教材.几个世界著名的控制杂志都发表过赞扬此书的书评,1986 年我国的《控制理论及应用》杂志(Vol.3, No.1, 1986)就向国内读者介绍了这部著作,有些学校已经选用这本书做为研究生课程的教材.在 1987 年的慕尼黑 IFAC 世界代表大会上,本书荣获了“IFAC 控制工程教科书奖”.

G.C. Goodwin 教授和许多中国同行有着深厚的友谊,他曾于 1988 年 8 月来华参加 IFAC 的系统辨识和自适应控制的学术讨论会,应译者的要求,他为本书的中文版增添了一个附录(见本书附录 F),概述了他在 1984 年以后研究工作的主要成果,一是关于离散时间系统结果与其相应的连续时间系统结果之间的联系,二是增加了一些系统设计指南,这对实际应用是颇有受益的.这也为本书增添了色彩.

本书的篇幅较大,译者的分工为洪惠民翻译第一至四章,张永光及刘峰翻译第五至

十一章及全部附录,王恩平负责审校。

最后,译者对 G. C. Goodwin 教授在本书翻译过程中所给予的支持和关心表示衷心的感谢。

限于译者水平,书中难免有疏漏,恳请读者指正。

中译本前言

我对洪惠民和张永光两位中国同行决定把这本书译成中文深感荣幸。我同译者是 10 年的朋友,在这期间,由于他们在中国控制界的活动使我获得了很高的声誉。我很高兴通过本书中译本的出版向中国的读者致意。

这本书的英文版于 1984 年出版,以后被欧洲和北美的几个大学用作自适应控制课程的基本教材。尤其使我高兴的是,在 1987 年慕尼黑的 IFAC 世界代表大会上,本书获得了“IFAC 控制工程教科书奖”。

在过去若干年中,许多理论工作者和实际工作者对自适应控制问题的研究兴趣不断增长。目前,至少有十种商品化的自适应控制器可以用来解决工业控制问题。而且,由于自适应控制理论的进一步成熟,使得它可以对从事实际工作的自适应控制系统的设计师们提供更全面的指导。令人欣慰的是,这些设计思想的基础正是 Kwai Sang Sin 和我写的这本书中所阐述的基本原理。

中文译者希望我为本书增加一个附录。因此,中译本的内容实际上比英文原版稍有增添。在新增的附录 F 中,我简要地叙述了本书(英文版)出版以后被进一步阐明的两个问题:首先,讨论了已基本上包括在本书中的离散时间系统的结果与其相应的连续时间系统结果之间的联系。这种联系显然具有理论价值,而且它们对离散时间系统也给出了更深入的认识,因为这些联系证明了离散时间系统结果的极限在快速采样的情况下是有意义的。其次,在这个附录中,还增补了一些设计指南,在近来出现的一些有关应用的文献报道中表明,这些设计指南对自适应系统的工程实现是颇有裨益的。

最后,我再次感谢译者,因为通过他们的努力,把这本书的思想传播给了比英文版拥有的更广泛的读者。

G. C. 古德温
澳大利亚,纽卡斯尔
1988 年 9 月

序

本书旨在以统一的形式表述自适应滤波、预测和控制的理论。涉及的内容大部分限于线性离散时间系统。有时也对非线性系统作一些适当的推广。强调离散时间系统反映了在这种理论的实际应用中数字计算机日益增长的重要性。

在滤波、预测和控制问题中，对自适应技术进行广泛的研究已经有十多年的历史，成应用的实例也已经不少。多年来理论上的发展加深了人们对各种自适应算法性能的理解。然而，有关自适应算法收敛性严格而完整的理论还是近几年才出现的。这种理论的引人之处是：它可以用统一的形式考虑确定性的和随机的系统，原理比较简单，用少许基础知识就可以理解。更重要的或许是在实际中它的收敛性理论与算法的性能之间有着紧密的联系。本书为读者综合了一大类自适应算法的理论和实际成果。

本书编写的原则，是把有关自适应方法的新内容与系统在参数已知情况下应用的常规设计方法结合起来。主要针对两类读者：工程和应用数学专业的高年级学生、研究生和从事这方面工作的研究工作者。

本书分两篇：第一篇是确定性系统，适用于高年级大学生，也适用于研究生；第二篇是随机系统，这部分对研究生更为适宜。这两篇又进一步按自适应滤波、预测和控制等不同的设计来分章。为了使得本书的内容有较好的封闭性，还包含了若干附录，这些附录综合了与本书内容有关的基本知识。我们希望通过本书向读者提供这方面知识的一个框架，以便有利于他们的工作。书中部分小节内容比较深，或者是后继内容中不常使用的概念，在这些小节前标上了星号，初次阅读时可以略去。

本书的材料是由纽卡斯尔大学、休斯敦大学的学生讲义以及1980年12月休斯敦大学与1982年6月，1983年6月加利福尼亚大学洛杉矶分校的自适应控制提高班讲义等材料扩编而成的。本书还包括了作者和其他人在这个领域中的新成果。因此，比较适合于作为基础读物或研究工作者的参考书。

我们谨向对本书的出版有过帮助的诸位同事表示敬意。首先，我们感谢通过讨论，共同研究，书信来往鼓励我们写好这本书的人们。特别应该提出的是 K. Åström, P. Caines, L. Ljung 和 P. Ramadge。在编写的过程中，B. Anderson, H. Elliott, T. Kailath, B. McInnis, T. Mingori, J. Moore 以及其他许多人都曾有过很大的帮助。

我们还要衷心感谢 T. Cantoni 在许多实际问题中给我们的帮助。感谢 S. W. Chan 为本书做的某些自适应控制实验和各种接口。特别要感谢 L. Ljung 和 M. Gevers 对第一次手稿所做的详细而有益的评论。对个别小节作过贡献的人还有：M. Gevers 和 V. Wertz，他们编写了 9.5.3 节的大部分内容；D. Hill 编写了附录 C 的大部分内容；S. W. Chan 编写了附录 E。；M. Byrnes 在 D. Piefke 和 B. Fewings 的协助下打印了本书稿；P. Sidell, A. Pender 与 W. Lis 插制了本书的插图。在此一并致谢。最后，本书第一作者愿向他的妻子 Rosslyn Goodwin, 儿子 Andrew, 女儿 Sarah 表示谢意，感谢他们在本书的写作期间给予的真诚合作、理解和耐心。

目 录

译者的话
中译本前言
序

第一章 自适应方法导言	1
1.1 滤波	1
1.2 预测	1
1.3 控制	2

第一篇 确定性系统

第二章 确定性动态系统模型	4
2.1 导言	4
2.2 状态空间模型	4
2.2.1 概述	4
2.2.2 能控状态空间模型	5
2.2.3 能观状态空间模型	9
2.2.4 最小状态空间模型	12
2.3 差分算子表达式	13
2.3.1 一般介绍	13
2.3.2 右差分算子表达式	15
2.3.3 左差分算子表达式	19
2.3.4 确定性自回归滑动平均模型	23
2.3.5 既约差分算子表达式	24
2.4 双线性系统模型	27
第三章 确定性系统的参数估计	35
3.1 引言	35
3.2 在线估计方案	36
3.3 确定性系统的方程误差法	37
3.4 参数的收敛性	53
3.4.1 正交投影算法	53
3.4.2 最小二乘算法	54
3.4.3 投影算法	54
3.4.4 持续激励	57
3.5 输出误差法	65

3.6	带有界噪声的参数估计	71
3.7	有约束的参数估计	73
3.8	多输出系统的参数估计	76
3.9	结论性注释	80
第四章	确定性自适应预测	87
4.1	引言	87
4.2	预测器的结构	87
4.2.1	模型已知情形的预测	87
4.2.2	限制复杂性的预测器	90
4.3	自适应预测	90
4.3.1	直接自适应预测	91
4.3.2	间接自适应预测	93
4.4	结论性注释	95
第五章	线性确定性系统的控制	97
5.1	引言	97
5.2	最小预测误差控制器	98
5.2.1	一步超前控制(单输入单输出情形)	98
5.2.2	模型参考控制(单输入单输出情形)	105
5.2.3	多输入多输出系统的一步超前设计	107
5.2.4	鲁棒性问题	117
5.3	闭环极点配置	119
5.3.1	引言	119
5.3.2	极点配置算法(差分算子表示)	120
5.3.3	与状态变量反馈的关系	121
5.3.4	与最小预测误差控制的关系	125
5.3.5	内模原理	126
5.3.6	某些设计问题	128
5.4	一个范例	133
第六章	线性确定性系统的自适应控制	145
6.1	引言	145
6.2	基本引理	147
6.3	最小预测误差自适应控制器(直接法)	148
6.3.1	一步超前自适应控制(单输入单输出情形)	148
6.3.2	模型参考自适应控制	162
6.3.3	多输入多输出系统的一步超前自适应控制器	164
6.4	最小预测误差自适应控制器(间接法)	168
6.5	闭环极点配置的自适应算法	171
6.6	非线性系统的自适应控制	178
6.7	时变系统的自适应控制	183
6.8	关于实现的一些考虑	187

第二篇 随机系统

第七章 最优滤波和预测	200
7.1 引言	200
7.2 随机状态空间模型	201
7.3 线性最优滤波和预测	202
7.3.1 卡尔曼滤波器	202
7.3.2 固定延迟平滑	209
7.3.3 固定点平滑	211
7.3.4 最优预测	213
7.4 使用随机 ARMA 模型的滤波和预测	214
7.4.1 随机 ARMA 模型	214
7.4.2 ARMA 模型最优滤波器和预测器	218
7.5 限制复杂性的滤波器和预测器	224
7.5.1 一般滤波器	224
7.5.2 白化滤波器	226
7.5.3 Levinson 预测器	228
7.6 格网滤波器和预测器	231
7.6.1 格网滤波器	231
7.6.2 格网预测器	236
7.7 推广的卡尔曼滤波器	239
第八章 随机动态系统的参数估计	246
8.1 引言	246
8.2 离线预测误差算法	248
8.3 序贯预测误差方法	252
8.3.1 一般系统	252
8.3.2 线性系统	256
8.4 基于拟线性回归的算法	261
8.5 序贯算法的收敛性分析	264
8.5.1 随机梯度算法	264
8.5.2 拟线性回归算法的最小二乘形式	269
8.5.3 随机的基本引理	273
8.5.4 分析序贯算法的常微分方程法	275
8.6 参数的收敛性	278
8.6.1 通常最小二乘算法	279
8.6.2 拟线性回归算法	281
8.7 结论性注释	285
第九章 自适应滤波和预测	297
9.1 引言	297
9.2 自适应最优状态估计	298
9.2.1 推广的卡尔曼滤波器方法	298

9.2.2	预测误差方法	301
9.2.3	自校正固定延迟平滑器	303
9.3	自适应最优预测	305
9.3.1	间接自适应预测	307
9.3.2	直接自适应预测	309
9.4	限制复杂性的自适应滤波器	312
9.4.1	自适应反卷积	312
9.4.2	自适应消除噪声	315
9.5	自适应格网滤波器	320
9.5.1	松弛法	320
9.5.2	预测误差法	322
9.5.3	正合最小二乘法	324
第十章	随机系统的控制	337
10.1	引言	337
10.2	确定性设计方法的应用	337
10.3	随机最小预测误差控制器	339
10.3.1	最小方差控制(单输入单输出情形)	340
10.3.2	模型参考随机控制	347
10.3.3	多输入多输出随机系统的控制	349
10.4	线性二次高斯最优控制问题	351
10.4.1	分离原理	352
10.4.2	跟踪问题	355
10.4.3	与最小方差控制的联系	356
第十一章	随机系统的自适应控制	360
11.1	引言	360
11.2	对偶控制和必然性等价控制的概念	361
11.3	随机最小预测误差自适应控制器	364
11.3.1	自适应最小方差控制	365
11.3.2	随机模型参考自适应控制	377
11.3.3	多输入多输出系统	377
11.3.4	收敛性分析	379
11.4	自适应极点配置与自适应最优控制器	383
11.5	结论性注释	383
附录 A	系统理论某些结果的简单回顾	390
A.1	状态空间模型	390
A.2	关于 \approx 变换的注记	393
A.3	多项式矩阵的性质	395
A.4	互质多项式	397
A.5	广义特征值和广义特征向量的性质	398
附录 B	某些稳定性结果的概要	399
B.1	定义	399

B.2	李亚普诺夫定理	399
B.3	线性时不变系统	400
附录 C	无源系统理论	403
C.1	引言	403
C.2	预备知识	403
C.3	频域性质	405
C.4	存储函数	407
附录 D	概率空间和随机过程	409
D.1	概率论	409
D.2	随机变量	409
D.3	独立性与条件概率	410
D.4	随机过程	411
D.5	收敛性	411
D.6	高斯随机过程	415
D.7	最小方差估计器	416
D.8	极大似然估计	417
附录 E	矩阵黎卡提方程	419
E.1	引言	419
E.2	代数黎卡提方程	420
E.3	黎卡提差分方程	422
附录 F	某些新结果	426
F.1	引言	426
F.2	分数模型	426
F.3	参数估计——确定性情形	427
F.4	确定性的基本引理	428
F.5	自适应控制——确定性情形	429
F.6	连续时间随机模型	430
F.7	连续时间随机估计算法	431
F.8	连续时间的随机自适应控制	433
F.9	设计指南	434
F.10	连续与离散模型参考自适应控制的统一	435
F.11	参考文献	436
参考文献	437
索引	451

第一章 自适应方法导言

本书内容涉及自适应滤波器、预测器和控制器的设计。当系统的模型被完全确定时，可以用常规的设计方法。这里我们强调的是，模型在有部分被确定的情况下能够应用的设计方法。这类技术会涉及到某种形式的在线参数调整方案。我们将进一步区分两类参数调整的算法。一类用于系统参数未知但为定常的情形；另一类用于系统参数为时变的情形。

从事实际工作的人们常常感到由于因素太多，设计问题显得比较复杂，例如工程上的限制、经济上的起落、人的主观想法与模型的不确定性等等。然而，正如古典控制理论为控制问题提供了有效的思路一样，我们确信自适应方法也能为设计提供有用的工具和指导。这种方法的优点可以在许多有关应用实例的报道文献中见到。

现将滤波、预测和控制各类问题的本质作一个简要的说明。

1.1 滤 波

滤波是指如何从噪声中提取信号的问题。典型的应用有：

- (i) 无线电信号的接收和鉴别；
- (ii) 电话线路数字传输；
- (iii) 波束形成阵列；
- (iv) 雷达信号检测；
- (v) 地震数据分析；
- (vi) 宇宙飞船图像信息处理；
- (vii) 心电图、脑电图信号分析。

如果可以得到信号和噪声的模型，那么设计一个使信噪比达到最优的滤波器至少在原则上是可能的。在简单的情况下，例如信号模型为线性时，人们对许多滤波器的设计方法已经清楚。然而，对某些要求较高的非线性滤波算法，滤波器的设计方法则知道得很少。

当信号和噪声模型不完全确定时，靠分析实际数据来估计一个恰当模型似乎是可行的，特别在模型不确定或时变的情况下，常常需要这样做，这就是自适应滤波。

1.2 预 测

预测是推断一个给定时间序列的未来值。正像滤波问题一样，如果时间序列的模型为已知，那么设计一个推断未来值的最优预测器至少在原则上是可能的。典型的应用有：

- (i) 产品需求预报；
- (ii) 根据气温和降水量测作出对水量消耗的预报；

- (iii) 人口增长预测;
- (iv) 保留带宽的语音编码;
- (v) 工业过程控制中为指导操作而作的对输出量的预报。

当时间序列模型不完全确定时,通过分析时间序列过去的的数据来估计模型似乎也是可以的,这就是自适应预测。

1.3 控 制

控制就是通过系统的输入操作使得输出达到某些指定的目标,典型的应用有:

- (i) 机械手和机器人的控制;
- (ii) 飞机副翼和升降器的控制;
- (iii) 宇宙飞船的姿态控制;
- (iv) 工业对象中的流量控制;
- (v) 调整经济时,利息和税率的控制;
- (vi) 麻醉药物剂量使病人进入特定失感状态的控制。

系统的模型为已知时,已有许多产生控制方案的设计方法。如果模型未知,那么在线的控制可以结合在线的参数估计,这就是自适应或者说是自学习控制。自适应控制器的基本结构如图 1.3.1 所示。

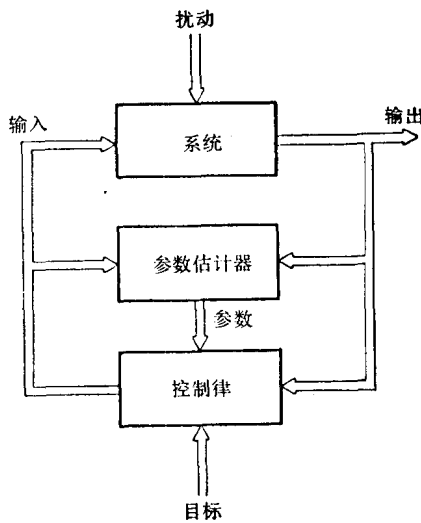


图 1.3.1 自适应控制器的基本结构。

按照难易程度,人们常把控制问题分类如下:

- (i) 确定性控制(没有扰动且模型已知);
- (ii) 随机控制(有扰动,系统和扰动的模型已知);
- (iii) 自适应控制(可能有扰动且模型不完全确定)。

我们着重考虑后一种控制问题。

由以上的讨论可见,在每一个自适应滤波、预测、控制问题中都存在着某种形式的参数估计问题。事实上,参数估计贯穿在任何自适应方案的全过程中。我们将详细讨论各种各样的参数估计

形式。

在讨论估计问题时,需要区分系统参数是定常的和时变的两种情形,显然,前一种情形比较容易处理。在定常的情形下,许多参数估计算法的一个特征是增益最后递减到零。直观地说,当所有的参数被估计出以后,算法就“关闭”了。另一方面,如果参数是时变的,则估计算法就应当有时变跟踪的能力。有些针对常参数的算法自动地具有这方面的能力;而另一些算法则需要作小小的修正以免发生“关闭”现象。

第一篇 确定性系统

本书第一篇考虑的自适应算法主要是针对噪声和扰动相对于系统建模误差处于次要地位的情形。因此，在大部分理论推导中只考虑可以完全预测的扰动。这并不是说这些算法不能用于有噪声出现的情形。实际上，当这些算法用于噪声环境的时候，我们还可以对这些算法的鲁棒性作一定程度的探讨。当然，这样做不如把噪声作为首要的因素来考虑为好。读第一篇所要求的基本知识比较少，而且内容也很容易被具有一般系统理论知识的高年级大学生所理解。

第二篇讨论的自适应算法涉及了随机模型，并考虑了噪声和扰动。要求读者有较为深一些的基础知识，因为讨论中要用到概率论和随机过程中的某些概念。虽然有些内容并没有超过大学生的知识范围，但我们认为本书的第二篇对硕士生更为适宜。

第二章 确定性动态系统模型

2.1 导 言

在这一章里,我们对确定性动态系统的各种模型做一个简要的叙述.这里,确定性的意思是指模型给出了系统响应的完全描述.以后我们还要介绍随机模型,那时系统的响应包含了定义在某概率空间中的随机分量.本章给出了在系统建模方面自成体系的描述,并强调了处理滤波、预测和控制问题所需要的基础性概念.

我们从线性确定性有限维系统的模型开始,特别讨论状态空间模型、差分算子表达式、自回归滑动平均模型和传递函数,也讨论某些类型的非线性模型.这里我们强调的是这些不同模型类之间的相互关系.这一点是很重要的,因为模型的选择通常是对一个过程进行预测或控制的第一步.选择一个合适的模型结构可以大大简化参数估计的过程,使得过程的预测、控制算法的设计更加容易.

本章给出的线性系统的各种模型,尽管简要,却很全面.读者既可通过精读对这些结果有一个全面的了解,也可选读有关内容,熟悉记号.如果是选读,请特别注意 2.3.4 节,因为这一节里介绍了以后章节中用得特别多的 DARMA 模型.

虽然,这里介绍的不少内容在其它有系统理论的书籍中也可找到,但我们相信按本书后面应用而安排的处理方法是有特色的.我们还介绍了一些新的见解和内容,特别是有关确定性扰动的建模以及不同模型类之间的相互关系.其关键无非是我们想使得某些模型的结构更适合于特殊的应用.所以,重要的是要去了解不同模型类之间的联系与它们可以应用的范围.至于其它观点以及有关线性系统建模的进一步讨论,读者可以参考其它书籍,一般性的有 Brockett (1970), Desoer (1970), Franklin 和 Powell (1980), Fortmann 和 Hitz (1977); 比较深的有 Kailath (1980), Rosenbrock (1970) 和 Wolovich (1974).

2.2 状态空间模型

2.2.1 概述

线性有限维系统的内部和外部特性可以由一个状态空间模型来描述.有关状态空间建模的基本概念在附录 A 的 A.1 节中作了介绍.愿意重新温习这些概念的读者可以先看那一节.

我们用下列记号表示状态空间模型:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (2.2.1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2.2.2)$$

此处, $\{u(t)\}$, $\{y(t)\}$ 和 $\{x(t)\}$ 分别表示 r 维输入、 m 维输出和 n 维状态序列. x_0 为初始状态.

由标准结构定理 (A.1 节) 知道, 一般的状态空间模型可以分解成能控 (严格地说是能达——见附录 A) 与能观的子系统。在下面几节中, 我们要略为详细地研究这些子系统。

2.2.2 能控状态空间模型

在这一节里我们把注意力转向系统的完全能控部分。对于一个有限维的线性系统, 存在一个能把系统分成能控和不能控的满秩变换 (见附录 A 的引理 A.1.2)。这样, 一般的系统可以分成如图 2.2.1 所示的两部分。

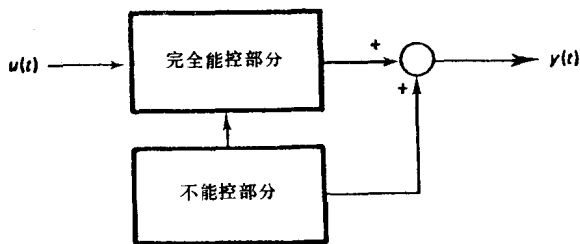


图 2.2.1 能控和不能控部分的分解

由图 2.2.1 可见, 输入信息只影响系统的完全能控部分。事实上, 在后面我们将指出完全能控部分的极点可以通过状态变量反馈任意配置

(这一点将在第五章中说明), 这使得“完全能控”这一术语有了进一步的更深入的含意。

在本节的后续部分, 我们将忽略系统的不能控部分而假定系统有完全能控性 (严格地说是能达性——见习题 2.20)。我们要研究完全能控性某些方面的含意, 还要叙述能描述完全能控状态空间模型的两种特殊的结构形式。

考虑下列完全能控模型, 该模型为 n 阶, 具有 r 维输入, m 维输出:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0. \quad (2.2.3)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2.2.4)$$

与(2.2.3)–(2.2.4)式等价的表达式可以通过选择状态空间中新的基底矢量得到, 例如通过形如

$$\bar{x}(t) = P^{-1}x(t) \quad (2.2.5)$$

的满秩变换可以给出

$$\bar{x}(t+1) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t), \quad \bar{x}(0) = \bar{x}_0$$

$$y(t) = \bar{C}\bar{x}(t)$$

这里, $\bar{A} = P^{-1}AP$, $\bar{B} = P^{-1}B$, $\bar{C} = CP$ 。变换 P 有无数种选择。因此, 等价的完全能控状态空间模型也有无数个。选择特殊的 P 可以得到特殊的状态空间模型。例如, 用能控性矩阵中任意 n 个线性独立的列组成 P , 这是做得到的, 因为对完全能控系统来说, 能控性矩阵的秩是 n (见引理 A.1.1)。我们可以找到某种特殊的变换矩阵, 这种矩阵使得模型的结构用起来很方便。

下面讨论两种特殊的模型结构: 能控性形式和控制器形式。

能控性形式

1. 单输入情形

为便于说明, 先考虑单输入的情形。变换 P 由下列能控性矩阵的列组成:

$$P = \mathcal{C} \triangleq [B \ AB \ \cdots \ A^{n-1}B], \quad \dim(B) = n \times 1$$

由于能控性矩阵的秩为 n , 并且 $A^n B$ 为 P 中诸列的线性组合, 即存在不全为零的常数 $\alpha_1, \cdots, \alpha_n$, 使得