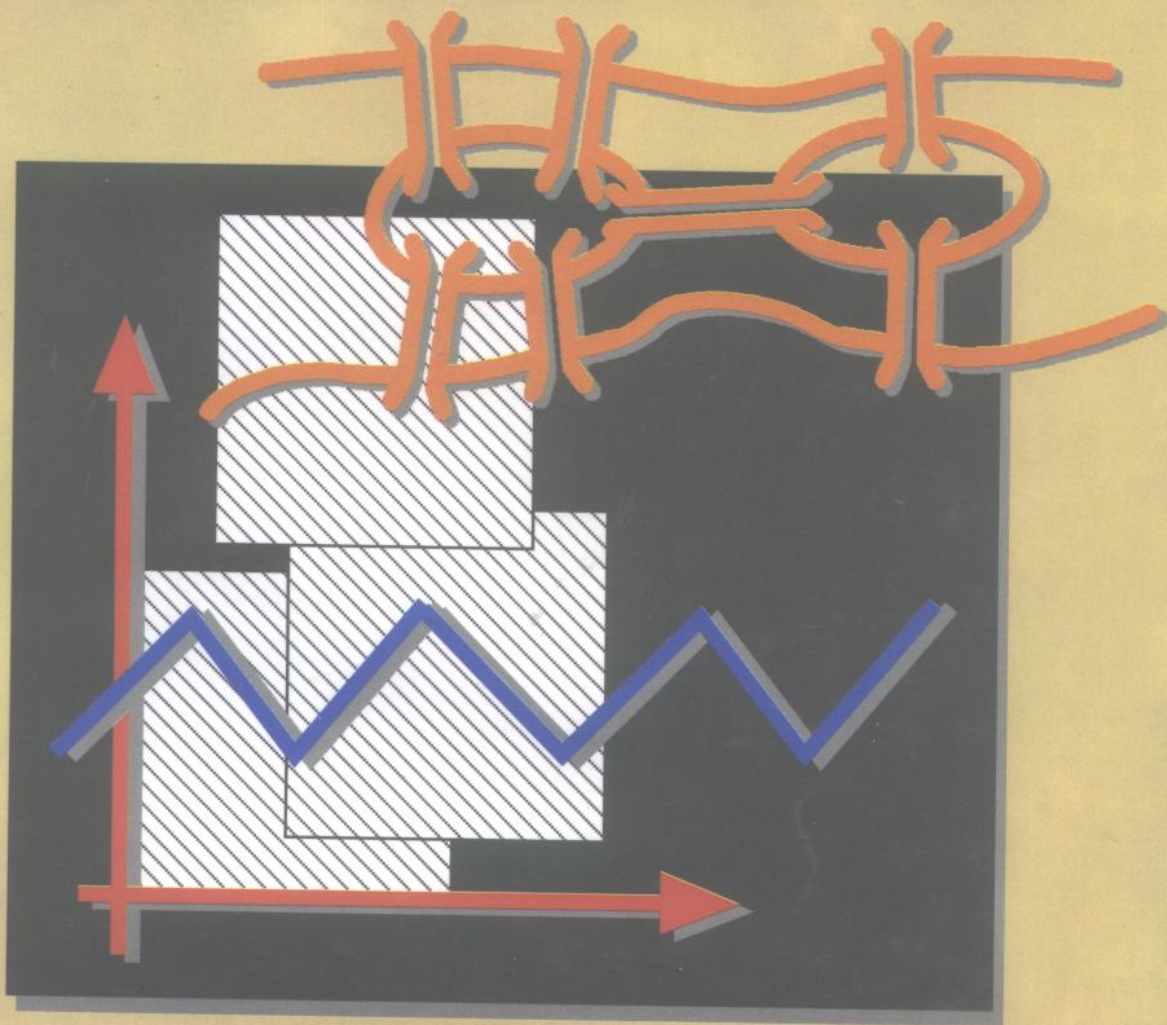


# 运筹学教程



胡运权 主 编  
郭耀煌 副主编



清华大学出版社  
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

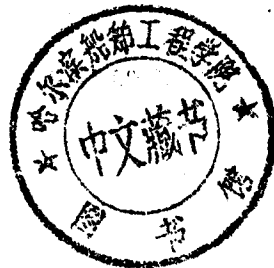
022  
H68-2

416925

# 运筹学教程

胡运权(主编) 郭耀煌(副主编)  
龚益鸣 程佳惠 陈秉正

主审 钱颂迪



00416925

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

### 内 容 简 介

本书结合管理的案例,系统地讲述了运筹学中线性规划、目标规划、整数规划、动态规划、图与网络分析、排队论、存贮论、对策论、决策论的基本概念、理论、方法和模型,并专门介绍了有广泛应用前景的运筹学问题的启发式算法。各章后均附有习题,以帮助复习基本知识和检查学习效果。

本书可作为高等院校经济管理类和理工类其它专业本科生、研究生的教材,也可作为工程技术人员和经济管理干部的自学参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

运筹学教程/胡运权,郭耀煌著. —北京:清华大学出版社,1998

ISBN 7-302-02922-9

I. 运… I. ①胡… ②郭… III. 运筹学-教材 IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第.08606 号

出 版 者: 清华大学出版社(北京清华大学校内,邮编 100084)

因特网地址: [www.tup.tsinghua.edu.cn](http://www.tup.tsinghua.edu.cn)

责任编辑: 魏荣桥

印 刷 者: 北京市人民文学印刷厂

发 行 者: 新华书店总店北京科技发行所

开 本: 787×1092 1/16 印张: 26.75 字数: 629 千字

版 次: 1998 年 6 月第 1 版 1998 年 6 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-02922-9/F·174

印 数: 0001~5000

定 价: 26.00 元

# 前 言

运筹学是一门研究如何有效地组织和管理人机系统的科学。由于它同管理科学的紧密联系,研究实际问题时的系统优化思想,以及从提出问题、分析建模、求解到方案实施的一整套严密科学方法,使它在培养提高管理人才的素质上起到重要作用。运筹学已成为经济管理类专业普遍开设的一门重要专业基础课。

随着国内运筹学教学形势的发展,对教学内容的要求也在不断提高。我们认为,应当根据我国社会主义市场经济发展的需要,将运筹学的最新理论和应用成果及时充实到教材中去,并进一步研究如何满足 21 世纪运筹学教学的要求。为了适应新形势下教学的需要,特向广大读者献上《运筹学教程》一书。我们约请了钱颂迪教授做本书主审。钱颂迪教授是清华大学出版社出版的《运筹学》一书的主编,他学风严谨,有远见卓识。钱老师认真审阅了《运筹学教程》的书稿,对本书的编写和部分章节进行了指导,并提出了宝贵的修改意见,我们仅在此对钱颂迪老师深表谢意!

本书主编胡运权教授、副主编郭耀煌教授、编者陈秉正副教授均是已出版的《运筹学》一书的作者。为了使这本《运筹学教程》吸收新的理论,适应新形势下教学的需要,我们又邀请了清华大学的程佳惠副教授和复旦大学的龚益鸣副教授参编。这两位老师长期从事运筹学教学,而且现在仍工作在教学第一线。我们感到,要让我们的教材满足 21 世纪的教学要求,不是一代人所能完成的。只有不断地引入一批又一批新的作者,不断更新体系,补充新的理论,才能使教材适应新形势,充满生命力,获得更大的发展。

本书从体系内容上力求反映经济管理类专业的特点,文字篇幅相对精炼,主要满足经济管理专业本科层次,同时兼顾研究生和实际应用人员的使用。

同国内已出版的同类书籍比较,本书专门编写了运筹学问题的启发式算法一章,对策论中简介了冲突分析的内容,动态规划部分增加了马氏决策规划一节,决策论中阐述了求解多目标决策问题的 Pareto 最优原理,等等。本书作者都在国内著名高校经济管理学院长期从事运筹学教学,曾分别编著、翻译过各类运筹学图书,在本教材编写中都尽可能精选成熟案例,根据管理类专业学生的基础特点,深入浅出地讲清运筹学的基本概念、理论、方法和模型。

本书从拟订编写大纲到写出初稿历时一年半多。于 1997 年 4 月在清华大学召开了有全体编者、主审和出版社责任编辑参加的集体审稿会,会后,又分别对初稿作了修改。

本书编写的分工如下:胡运权(哈尔滨工业大学管理学院)编写绪论和第一、二章,对

第十三章作了一些补充,郭耀煌(西南交通大学经济管理学院)编写第三、六、十四章。龚益鸣(复旦大学管理学院)编写第四、五、十一章,程佳惠(清华大学经济管理学院)编写第七、八、九章,陈秉正(清华大学经济管理学院)编写第十、十二、十三章(扉页署名以此先后为序)。

一本好的教材,重在有特色,贵在高质量。为此就需要不断磨砺,反复修改提高。本书编者有志于此,鉴于编者水平有限,书中有不妥或错误之处,恳请广大读者批评指正。

编 者

1998年3月

# 目 录

绪论	1
第一节 运筹学释义与发展简史	1
第二节 运筹学研究的基本特征与基本方法	3
第三节 运筹学主要分支简介	5
第四节 运筹学与管理科学	7
第一章 线性规划及单纯形法	9
第一节 线性规划问题及其数学模型	9
第二节 图解法	13
第三节 单纯形法原理	16
第四节 单纯形法计算步骤	22
第五节 单纯形法的进一步讨论	26
第六节 应用举例	31
习题	35
第二章 线性规划的对偶理论与灵敏度分析	40
第一节 线性规划的对偶问题	40
第二节 对偶问题的基本性质	44
第三节 影子价格	48
第四节 对偶单纯形法	50
第五节 灵敏度分析	52
第六节 参数线性规划	60
习题	65
第三章 运输问题	70
第一节 运输问题及其数学模型	70
第二节 用表上作业法求解运输问题	74
第三节 运输问题的进一步讨论	84
第四节 应用问题举例	90
习题	94
第四章 目标规划	97

第一节	目标规划问题及其数学模型	97
第二节	目标规划的图解法	100
第三节	解目标规划的单纯形法	102
第四节	目标规划的灵敏度分析	105
第五节	目标规划应用举例	107
	习题	109
<b>第五章</b>	<b>整数规划</b>	112
第一节	整数规划的数学模型及解的特点	112
第二节	解纯整数规划的割平面法	116
第三节	分枝定界法	119
第四节	0-1 型整数规划	123
第五节	指派问题	129
	习题	135
<b>第六章</b>	<b>非线性规划</b>	139
第一节	基本概念	139
第二节	一维搜索	150
第三节	无约束极值问题	156
第四节	约束极值问题	160
	习题	175
<b>第七章</b>	<b>动态规划</b>	178
第一节	多阶段决策过程的最优化	178
第二节	动态规划的基本概念和基本原理	179
第三节	动态规划模型的建立与求解	184
第四节	动态规划在经济管理中的应用	195
第五节	马氏决策规划简介	210
	习题	215
<b>第八章</b>	<b>图与网络分析</b>	219
第一节	图与网络的基本知识	220
第二节	树	228
第三节	最短路问题	236
第四节	最大流问题	242
第五节	最小费用流问题	249
	习题	251
<b>第九章</b>	<b>网络计划</b>	255
第一节	网络图	255
第二节	时间参数的计算	259
第三节	网络计划的优化	268
第四节	实施计划的管理	275

第五节	图解评审法简介	276
习题		281
<b>第十章</b>	<b>排队论</b>	285
第一节	引言	285
第二节	生灭过程和 Poisson 过程	291
第三节	$M/M/s$ 等待制排队模型	293
第四节	$M/M/s$ 混合制排队模型	301
第五节	其它排队模型简介	307
第六节	排队系统的优化	313
第七节	分析排队系统的模拟方法	317
习题		320
<b>第十一章</b>	<b>存贮论</b>	322
第一节	存贮问题及其基本概念	322
第二节	确定型存贮模型	324
第三节	单周期的随机型存贮模型	331
第四节	其它的随机型存贮模型	336
习题		344
<b>第十二章</b>	<b>对策论</b>	347
第一节	引言	347
第二节	矩阵对策的基本理论	350
第三节	矩阵对策的解法	358
第四节	其它类型对策简介	364
第五节	冲突分析简介	369
习题		374
<b>第十三章</b>	<b>决策分析</b>	376
第一节	决策分析的基本问题	376
第二节	风险型决策方法	378
第三节	不确定型决策方法	383
第四节	效用函数方法	387
第五节	层次分析法	389
第六节	多目标决策分析简介	393
习题		398
<b>第十四章</b>	<b>运筹学中的启发式方法</b>	401
第一节	非良性结构问题与启发式算法	401
第二节	应用问题举例	403
习题		414
<b>参考文献</b>		416



# 绪 论

## 第一节 运筹学释义与发展简史

运筹学一词起源于本世纪 30 年代。据《大英百科全书》释义,“运筹学是一门应用于管理有组织系统的科学”,“运筹学为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具”。中国大百科全书的释义为,运筹学“用数学方法研究经济、民政和国防等部门在内外环境的约束条件下合理分配人力、物力、财力等资源,使实际系统有效运行的技术科学,它可以用来预测发展趋势,制定行动规划或优选可行方案”(自动控制与系统工程卷,1991 年版。)《辞海》(1979 年版)中有关运筹学条目的释义为,运筹学“主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达有关运用、筹划与管理方面的问题,它根据问题的要求,通过数学的分析与运算,作出综合性的合理安排,以达到较经济较有效地使用人力物力。”《中国企业管理百科全书》(1984 年版)中的释义为,运筹学“应用分析、试验、量化的方法,对经济管理系统中人、财、物等有限资源进行统筹安排,为决策者提供有依据的最优方案,以实现最有效的管理。”

运筹学一词在英国称为 operational research,在美国称为 operations research(缩写为 O. R.),可直译为“运用研究”或“作业研究”。由于运筹学涉及的主要领域是管理问题,研究的基本手段是建立数学模型,并比较多地运用各种数学工具,从这点出发,有人将运筹学称做“管理数学”。1957 年我国从“夫运筹帷幄之中,决胜千里之外”(见《史记·高祖本纪》)这句古语中摘取“运筹”二字,将 O. R. 正式译作运筹学,包含运用筹划,以策略取胜等意义,比较恰当地反映了这门学科的性质和内涵。

朴素的运筹学思想在我国古代文献中就有不少记载,例如齐王赛马和丁渭主持皇宫的修复等事。齐王赛马的事是说一次齐王和田忌赛马,规定双方各出上中下三个等级的马各一匹。如果按同等级的马比赛,齐王可获全胜,但田忌采取的策略是以下马对齐王的上马,以上马对齐王的中马,以中马对齐王的下马,结果田忌反以二比一获胜。丁渭修皇宫的故事发生在北宋时代,皇宫因火焚毁,由丁渭主持修复工作。他让人在宫前大街取土烧砖,挖成大沟后灌水成渠,利用水渠运来各种建筑用材料,工程完毕后再以废砖乱瓦等填沟修复大街,做到减少和方便运输,加快了工程进度。但运筹学这个名词的正式使用是在 1938 年,当时英国为解决空袭的早期预警,做好反侵略战争准备,积极进行“雷达”的研究。但随

着雷达性能的改善和配置数量的增多,出现了来自不同雷达站的信息以及雷达站同整个防空作战系统的协调配合问题。1938年7月,波得塞(Bawdsey)雷达站的负责人罗伊(A. P. Rowe)提出立即进行整个防空作战系统运行的研究,并用“operational research”一词作为这方面研究的描述,这就是O. R. (运筹学)这个名词的起源。1940年9月英国成立了由物理学家布莱克特(P. M. S. Blackett)领导的第一个运筹学小组,后来发展到每一个英军指挥部都成立运筹学小组。1942年美国 and 加拿大也都相继成立运筹学小组,这些小组在确定扩建舰队规模、开展反潜艇战的侦察和组织有效的对敌轰炸等方面,作了大量研究,为取得反法西斯战争的胜利及运筹学有关分支的建立作出了贡献。1939年前苏联学者康托洛维奇(Л. В. Канторович)出版了《生产组织与计划中的数学方法》一书,对列宁格勒胶合板厂的计划任务建立了一个线性规划的模型,并提出了“解乘法法”的求解方法,为数学与管理科学的结合作出了开创性的工作。

第二次世界大战以后,运筹学的活动扩展到工业和政府等部门,它的发展大致可分三个阶段:

1. 从1945年到50年代初,被称为创建时期。此阶段的特点是从事运筹学研究的人数不多,范围较小,运筹学的出版物、学会等寥寥无几。最早英国一些战时从事运筹学研究的人积极讨论如何将运筹学方法应用于民用部门,于1948年成立“运筹学俱乐部”,在煤炭、电力等部门推广应用运筹学取得一些进展。1948年美国麻省理工学院把运筹学作为一门课程介绍,1950年英国伯明翰大学正式开设运筹学课程,1952年在美国喀斯(Case)工业大学设立了运筹学的硕士和博士学位。第一本运筹学杂志《运筹学季刊》(O. R. Quarterly)1950年于英国创刊,第一个运筹学会美国运筹学会于1952年成立,并于同年出版运筹学杂志(Journal of ORSA)。1947年丹齐克(G. B. Danzig)在研究美国空军资源的优化配置时提出了线性规划及其通用解法——单纯形法。50年代初用电子计算机求解线性规划获得成功,1951年莫尔斯(P. M. Morse)和金博尔(G. E. Kimball)合著的“运筹学方法”一书正式出版。所有上述,标志运筹学这门学科的基本形成。

2. 50年代初期到50年代末期,被认为是运筹学的成长时期。此阶段的一个特点是电子计算机技术的迅速发展,使得运筹学中一些方法如单纯形法、动态规划方法等,得以用来解决实际管理系统中的优化问题,促进了运筹学的推广应用。50年代末,美国大约有半数的大公司在自己的经营管理中应用运筹学,如用于制订生产计划、物资储备、资源分配、设备更新等方面的决策。另一个特点是有更多刊物、学会出现。从1956年到1959年就有法国、印度、日本、荷兰、比利时等10个国家成立运筹学会,又有6种运筹学刊物问世。1957年在英国牛津大学召开了第一次国际运筹学会议,以后每3年举行一次。1959年成立国际运筹学联合会(International Federation of Operations Research Societies, IFORS)。

3. 自60年代以来,被认为是运筹学迅速发展和开始普及的时期。此阶段的特点是运筹学进一步细分为各个分支,专业学术团体的迅速增多,更多期刊的创办,运筹学书籍的大量出版以及更多学校将运筹学课程纳入教学计划之中。第三代电子数字计算机的出现,促使运筹学得以用来研究一些大的复杂的系统,如城市交通、环境污染、国民经济计划等。

我国第一个运筹学小组于1956年在中国科学院力学研究所成立,1958年建立了运

筹学研究室。1960年在山东济南召开全国应用运筹学的经验交流和推广会议,1962年和1978年先后在北京和成都召开了全国运筹学专业学术会议,1980年4月成立中国运筹学会。在农林、交通运输、建筑、机械、冶金、石油化工、水利、邮电、纺织等部门,运筹学的方法已开始得到应用推广。除中国运筹学会外,中国系统工程学会以及与国民经济各部门有关的专业学会,也都把运筹学应用作为重要的研究领域。我国各高等院校,特别是各经济管理类专业中已普遍把运筹学作为一门专业的主干课程列入教学计划之中。

## 第二节 运筹学研究的基本特征与基本方法

运筹学研究的基本特征是:系统的整体观念,多学科的综合以及应用模型技术。

系统的整体观念。所谓系统可以理解为是由相互关联、相互制约、相互作用的一些部分组成的具有某种功能的有机整体。例如一个企业的经营管理由很多子系统组成,包括生产、技术、供应、销售、财务等,各子系统的工作好坏直接影响企业经营管理好坏。但各子系统的目标往往不一致,生产部门为提高劳动生产率,希望增大产品批量;销售部门为满足市场用户需求,要求产品适销对路,小批量,多花色品种;财务部门强调减少库存,加速资金周转,以降低成本等。运筹学研究中不是对各子系统的决策行为孤立评价,而把有关子系统相互关联的决策结合起来考虑,把相互影响和制约的各个方面作为一个统一体,从系统整体利益出发,寻找一个优化协调的方案。

多学科的综合。一个企业的有效管理涉及到很多方面,运筹学研究中吸收来自不同领域、具有不同经验和技能的专家。由于专家们来自不同的学科领域,具有不同的经历经验,增强了发挥小组集体智慧提出问题和解决问题的能力。这种多学科的协调配合在研究的初期,在分析和确定问题的主要方面,在选定和探索解决问题的途径时,显得特别重要。

模型方法的应用。在各门学科的研究中广泛应用实验的方法,但运筹学研究的系统往往不能搬到实验室来,代替的方法是建立这个问题的数学和模拟的模型。应当指出,制定决策是运筹学应用的核心,而建立模型则是运筹学方法的精髓。学习运筹学要掌握的最重要技巧就是提高对运筹学数学模型的表达、运算和分析的能力。

任何一门学科从研究范畴上都大致可分为以下四个方面:从观察现象所得到的结果和进行这种观察所需要的特殊方法;理论或模型的建立;将理论与观察相结合并从结果得到预测;将这些预测同新的观察相比较加以证实。运筹学也不例外,围绕着模型的建立、修正与实施,对上述四个方面的研究可划分为以下步骤。

### 一、分析和表述问题

任何决策问题进行定量分析前,先必须认真地进行定性分析。一是要确定决策目标,明确主要应决策什么,选取上述决策时的有效性度量,以及在对方案比较时这些度量的权衡;二是要辨认哪些是决策中的关键因素,在选取这些关键因素时存在哪些资源或环境的限制。分析时往往先提出一个初步的目标,通过对系统中各种因素和相互关系的研究,使这个目标进一步明确化。此外还需要同有关人员进一步讨论,明确有关研究问题的过去与未来,问题的边界、环境以及包含这个问题在内的更大系统的有关情况,以便在对问题的

表述中明确要不要把整个问题分成若干较小的子问题。在上述分析基础上,可以列出表述问题的各种基本要素,包括哪些是可控的决策变量,哪些是不可控的变量,确定限制变量取值的各种工艺技术条件,以及确定优化和对方案改进的目标。

## 二、建立模型

模型是对现实世界的事物、现象、过程或系统的简化描述或其部分属性的模仿,是对实际问题的抽象概括和严格的逻辑表达。模型表达了问题中可控的决策变量、不可控变量、工艺技术条件及目标有效度量之间的相互关系。模型的正确建立是运筹学研究中的关键一步,对模型的研制是一项艺术,它是将实际问题、经验、科学方法三者有机结合的创造性的工作。建立模型的好处,一是使问题的描述高度规范化,掌握其本质规律。如管理中,对人力、设备、材料、资金的利用安排都可以归纳为所谓资源的分配利用问题,可建立起一个统一的规划模型,而对规划模型的研究代替了对一个个具体问题的分析研究。二是建立模型后,可以通过输入各种数据资料,分析各种因素同系统整体目标之间的因果关系,从而确立一套逻辑的分析问题的程序方法。三是建立系统的模型为应用电子计算机来解决实际问题架起桥梁。建立模型时既要尽可能包含系统的各种信息资料,又要抓住本质的因素。一般建模时应尽可能选择建立数学模型,即用数学语言描述的一类模型。但有时问题中的各种关系难于用数学语言描绘,或问题中包含的随机因素较多时,也可以建立起一个模拟的模型,即将问题的因素、目标及运行时的关系用逻辑框图的形式表示出来。

## 三、求解模型和优化方案

即用数学方法或其它工具对模型求解。根据问题的要求,可分别求出最优解、次最优解或满意解;依据对解的精度要求及算法上实现的可能性,又可区分为精确解和近似解等。

## 四、对模型和由模型导出的解进行检验

将实际问题的数据资料代入模型,找出的精确的或近似的解毕竟是模型的解。为了检验得到的解是否正确,常采用回溯的方法。即将历史的资料输入模型,研究得到的解与历史实际的符合程度,以判断模型是否正确。当发现有较大误差时,要将实际问题同模型重新对比,检查实际问题中的重要因素在模型中是否已考虑,检查模型中各公式的表达是否前后一致,当输入发生微小变化时检验输出变化的相对大小是否合适,当模型中各参数取极值时检验问题的解,还要检查模型是否容易求解,并在规定时间内算出所需的结果等等,以便发现问题进行修正。

## 五、建立起对解的有效控制

任何模型都有一定的适用范围,模型的解是否有效,要首先注意模型是否继续有效,并依据灵敏度分析的方法,确定最优解保持稳定时的参数变化范围。一旦外界条件参数变化超出这个范围时,及时对模型和导出的解进行修正。

## 六、方案的实施

这是很关键但也是很困难的一步。只有实施方案后,研究成果才能有收获。这一步要求明确:方案由谁去实施,什么时间去实施,如何实施,要求估计实施过程可能遇到的阻力,并为此制订相应的克服困难的措施。

上述步骤往往需要交叉反复进行。因此在运筹学的研究中,除对系统进行定性分析和收集必要的资料外,一项主要工作是努力去建立一个用以描述现实世界复杂问题的数学模型。这个模型是近似的,它既精确到足以反映问题的本质,又粗略到足以求出数量上的解。本书中介绍的各类模型的例子都是经过大大简化了的,只能用于帮助对各类模型的理解。若要较深刻领会各类模型的建模过程,必须通过对实际问题的研究分析,才能掌握运筹学研究问题的科学方法和艺术。

## 第三节 运筹学主要分支简介

运筹学按所解决问题性质的差别,将实际的问题归结为不同类型的数学模型。这些不同类型的数学模型构成了运筹学的各个分支。主要的分支有:

### 一、线性规划(linear programming)

经营管理中如何有效地利用现有人力物力完成更多的任务,或在预定的任务目标下,如何耗用最少的人力物力去实现。这类统筹规划的问题用数学语言表达,先根据问题要达到的目标选取适当的变量,问题的目标通过用变量的函数形式表示(称为目标函数),对问题的限制条件用有关变量的等式或不等式表达(称为约束条件)。当变量连续取值,且目标函数和约束条件均为线性时,称这类模型为线性规划的模型。有关对线性规划问题建模、求解和应用的研究构成了运筹学中的线性规划分支。线性规划由于建模相对简单,有通用算法和计算机软件,是运筹学中应用最为广泛的一个分支。用线性规划求解的典型问题,如运输问题、生产计划问题、下料问题、混合配料问题等。有些规划问题目标函数是非线性的,但往往可以采用分段线性化等手法,转化为线性规划问题。

### 二、非线性规划(nonlinear programming)

如线性规划模型中目标函数或约束条件不全是线性的,对这类模型的研究构成非线性规划分支。由于大多工程物理量的表达式是非线性的,因此非线性规划特别在各类工程的优化设计中得到较多应用,是优化设计的有力工具。

### 三、动态规划(dynamic programming)

动态规划是研究多阶段决策过程最优化的运筹学分支。有些经营管理活动由一系列相互关连的阶段组成,在每个阶段依次进行决策,而且上一阶段的输出状态就是下一阶段的输入状态,各阶段决策之间互相关连,因而构成一个多阶段的决策过程。动态规划研究多阶段决策过程的总体优化,即从系统总体出发,要求各阶段决策所构成的决策序列使目

标函数值达到最优。

#### 四、图与网络分析(graph theory and network analysis)

生产管理中经常碰到工序间的合理衔接搭配问题,设计中经常碰到研究各种管道、线路的通过能力以及仓库、附属设施的布局等问题。运筹学中把一些研究的对象用节点表示,对象之间的联系用连线(边)表示,用点、边的集合构成图。图论是研究由节点和边所组成图形的数学理论和方法。图是网络分析的基础,根据研究的具体网络对象(如铁路网、电力网、通讯网等),赋予图中各边某个具体的参数,如时间、流量、费用、距离等,规定图中各节点代表具体网络中任何一种流动的起点、中转点或终点,然后利用图论方法来研究各类网络结构和流量的优化分析。网络分析还包括利用网络图形来描述一项工程中各项作业的进度和结构关系,以便对工程进度进行优化控制。

#### 五、存贮论(inventory theory)

一种研究最优存贮策略的理论和方法。如为了保证企业生产的正常进行,需要有一定数量原材料和零部件的储备,以调节供需之间的不平衡。实际问题中,需求量可以是常数,也可以是服从某一分布的随机变量;每次订货需一定费用,提出订货后,货物可以一次到达,也可能分批到达;从提出订货到货物的到达可能是即时的,也可能需要一个周期(订货提前期);某些情况下允许缺货,有些情况不允许缺货。存贮策略研究在不同需求、供货及到达方式等情况下,确定在什么时间点及一次提出多大批量的订货,使用于订购、贮存和可能发生短缺的费用的总和为最少。

#### 六、排队论(queueing theory, or waiting line)

生产和生活中存在大量有形和无形的拥挤和排队现象。排队系统由服务机构(服务员)及被服务的对象(顾客)组成。一般顾客的到达及服务用于对每名顾客的服务时间是随机的,服务员可以是一个或多个,多个情况下又分平行或串联排列。排队按一定规则进行,如分为等待制、损失制、混合制等。排队论研究顾客不同输入、各类服务时间的分布、不同服务员数及不同排队规则情况下,排队系统的工作性能和状态,为设计新的排队系统及改进现有系统的性能提供数量依据。

#### 七、对策论(game theory)

一类用于研究具有对抗局势的模型。在这类模型中,参与对抗的各方称为局中人,每个局中人均有一组策略可供选择,当各局中人分别采取不同策略时,对应一个各局中人收益或需要支付的函数。在社会、经济、管理等与人类活动有关的系统中,各局中人都按各自的利益和知识进行对策。每个人都力求扩大自己的利益,但又无法精确预测其他局中人的行为,取得必要的信息,他们之间还可能玩弄花招,制造假象。对策论为局中人在这种高度不确定和充满竞争的环境中,提供一套完整的、定量化和程序化的选择策略的理论和方法。对策论已应用于对商品、消费者、生产者之间的供求平衡分析、利益集团间的协商和谈判以及军事上各种作战模型的研究等。

## 八、决策论(decision theory)

决策是指为最优地达到目标,依据一定准则,对若干备选行动的方案进行的抉择。随着科学技术的发展,生产规模和人类社会活动的扩大,要求用科学的决策替代经验决策。即实行科学的决策程序,采用科学的决策技术和具有科学的思维方法。决策过程一般包括:形成决策问题,包括提出方案,确定目标及效果的度量;确定各方案对应的结局及出现的概率;确定决策者对不同结局的效用值;综合评价,决定方案的取舍。决策论是对整个决策过程中涉及方案目标选取与度量、概率值确定、效用值计算,一直到最优方案和策略选取的有关科学理论。

## 第四节 运筹学与管理科学

从生产出现分工开始就有管理,但管理作为一门科学则开始于 20 世纪初。随着生产规模的日益扩大和分工的越来越细,要求生产组织高度的合理性、高度的计划性和高度的经济性,促使人们不仅研究生产的各别部门,而且要研究它们相互之间的联系,要当作一个整体研究,并在已有方案基础上寻求更优的方案,从而促进了运筹学的发展和应用。

运筹学的诞生既是管理科学发展的需要,也是管理科学研究深化的标志。运筹学的一些分支,如规划论、排队论、存贮论、对策论等,无不同管理的发展具有密切联系。管理科学研究总结经济管理的规律,这是运筹学研究提出问题和对问题进行定性分析的依据和基础。但运筹学又在对问题进一步分析的基础上找出各种因素之间的本质联系,并对问题通过建模和求解,使人们对管理问题的规律性认识进一步深化。例如管理中有关库存问题的讨论,对最高和最低控制限的存贮方法,过去只从定性上进行描述,而运筹学则进一步研究了在各种不同需求情况下最高与最低控制限的具体数值。再如经验告诉我们,从事相同服务工作的人,如果协调合作可以提高效率,减少被服务对象的等待。运筹学的排队论分支中,用具体例子说明 3 个人联合看管 20 台机器,其效率高于 3 个人每人分别看管 6 台机器,从理论上论证了协作提高效率的原理。又如计划的编制,过去习惯采用的甘特图只是反映了各道工序的起止时间,反映不出它们相互之间的联系和制约。而运筹学中通过编制网络计划,从系统的观点揭示了这种工序间的联系和制约,为计划的调整优化提供了科学的依据。

运筹学的研究应用已经在管理工作中带来了大量的财富节约。一般是问题的规模越大、越复杂,应用的效果就越显著。如印度巴罗达市对汽车行车路线和时刻表进行研究改进,使该市公共汽车的载运系数提高了 11%,由于提高了公共汽车的利用率,减少使用车辆 10%。我国在国民经济各部门应用运筹学也已带来了巨大的财富节约。

马克思曾经说过“一门科学只有成功地应用数学时,才算达到了完善的地步”。随着科学技术的进步,特别是电子计算机技术的迅速发展,数学已迅速渗透到各门学科之中。在管理科学的发展中,同样感受到应用数学的重要性。但必须认识到,一方面管理同社会经济紧密相连,它所涉及的是物质运动的最高方式,要建立数学模型,用数学的语言描绘,不仅有赖于进一步认识和揭示管理的过程和规律,而且需要其它学科的发展。另一方面,运

1

筹学作为经济、管理同数学密切结合的一门学科,它的诞生还只有 50 多年,尚属一门年轻学科,现有的分支、理论和方法还远远满足不了描述复杂的管理运动过程和规律的需要。但有一点是明确的,运筹学是在研究和解决实际管理问题中发展起来的,而管理科学的发展又必将为运筹学的进一步发展开辟广阔的领域。



# 第一章 线性规划及单纯形法

## 第一节 线性规划问题及其数学模型

### 一、问题的提出

在生产和经营等管理工作中,需要经常进行计划或规划。虽然各行各业计划和规划的内容千差万别,但其共同点均可归结为:在现有各项资源条件的限制下,如何确定方案措施,使预期目标达到最优。

**例 1** 美佳公司计划制造 I、II 两种家电产品。已知各制造一件时分别占用的设备 A、B 的台时、调试时间及 A、B 设备和调试工序每天可用于这两种家电的能力、各售出一件时的获利情况如表 1-1 所示。问该公司应制造 A、B 两种家电各多少件,使获取的利润为最大。

表 1-1

	I	II	每天可用能力
设备 A(h)	0	5	15
设备 B(h)	6	2	24
调试工序(h)	1	1	5
利润(元)	2	1	

**例 2** 捷运公司拟在下一年度的 1~4 月的 4 个月内需租用仓库堆放物资。已知各月份所需仓库面积数列于表 1-2。仓库租借费用随合同期定,期限越长折扣越大,具体数字见表 1-3。租借仓库的合同每月初都可办理,每份合同具体规定租用面积数和期限。因此该厂可根据需要,在任何一个月初办理租借合同。每次办理时可签一份,也可签若干份租用面积和租借期限不同的合同,试确定该公司签订租借合同的最优决策,目的是使所付租借费用最小。

表 1-2

月 份	1	2	3	4
所需仓库面积(100m <sup>2</sup> )	15	10	20	12