

用功率波分析二端口网络

〔联邦德国〕 H. J. 米歇尔 著

顾 及 译 张 伦 校

中国计量出版社

内 容 提 要

本书译自 H. J. 米歇尔所著 “Zweiter-Analyse mit Leistungsweilen” 一书。第一章由传输线方程导出了功率波振幅的表达式，并较详细地描述了分析微波电路的信号流图方法及其应用；第二、三、四章进一步论述了功率波概念及其相应的散射参数的基本理论；第五章是本书的重点，用功率波概念和信号流图讨论了诸如功率增益、稳定性和噪声系数等有源二端口网络的基本特性，并从分析和设计的角度出发，详细讨论了这些基本特性的史密斯圆图分析方法；第六章举例说明了用散射参数设计微波双极晶体管放大器的原理和方法；第七章从功率波的角度，介绍了几种测量散射参数的基本方法。

本书可供从事微波网络设计、制造和测量的工程技术人员、科研人员和大专院校师生参考。

Zweiter-Analyse mit Leistungsweilen

H. J. Michel

B.G. Teubner Stuttgart 1981

用功率波分析二端口网络

〔联邦德国〕H. J. 米歇尔 著

刘 及 译 张 伦 校

责任编辑 倪伟清



中国计量出版社出版

（北京和平门内区7号）

中国计量出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售



开本 850×1168 1/32 印张 6.375

字数 170 千字 印数 6000

1987年4月第一版 1987年4月第一次印刷

统一书号 15210·535

定价 1.80 元

目 录

第一章 绪 论

1.1 用描述均匀勒谢尔传输线的一个例子来说明若干概念和定义	(1)
1.1.1 用电流-电压量来表征均匀勒谢尔传输线	(1)
1.1.2 用正规模表示的传输线方程, 功率波振幅的定义	(4)
1.1.3 用波表示功率	(7)
1.1.4 波反射	(8)
1.2 信号流图	(10)
1.2.1 线性信号流图的定义	(10)
1.2.2 信号流图的计算法则	(12)
1.2.3 信号流图的传输	(15)

第二章 用功率波振幅描述信号源、二端口网络和负载

2.1 用功率波振幅描述信号源	(22)
2.2 用功率波振幅描述线性、时不变二端口网络	(23)
2.2.1 用散射参数表示二端口网络的方程式	(26)
2.2.2 S 参数的意义和测量	(27)
2.2.3 Y 、 Z 、 H 、 A 参数和 S 参数之间的换算	(28)
2.3 用功率波振幅描述负载	(31)

第三章 功率波表示的级联电路

3.1 二端口网络的级联电路, 传输参数	(36)
----------------------------	------

3.2 二端口网络的级联电路, S 参数的应用	(38)
---------------------------------	------

第四章 简单二端口网络的散射参数

4.1 包含有简单集总元件的二端口网络的 S 参数	(42)
4.2 包含有简单传输线元件的二端口网络的 S 参数	(48)
4.3 特点	(66)
4.3.1 标称特性阻抗变化时 S 参数的变化	(66)
4.3.2 二端口网络馈线对所测 S 参数的影响	(68)

第五章 用散射参数描述一般二端口网络的特性

5.1 互易性、对称、无耗、无反馈	(71)
5.2 二端口网络的电压增益、电流增益	(77)
5.3 二端口网络的功率增益	(78)
5.3.1 负载吸收的有功功率、信号源输出的有功功率、功率匹 配、利用因子、失配	(78)
5.3.2 二端口网络的端口功率增益、传输功率增益、资用功 率增益、最大功率增益	(85)
5.3.3 无反馈二端口网络的功率增益	(91)
5.3.3.1 单向传输功率增益关系式的说明	(92)
5.3.3.2 双向和单向传输功率增益的比较	(94)
5.3.4 传输功率增益的图解分析	(96)
5.3.4.1 双向传输功率增益	(96)
5.3.4.2 单向传输功率增益	(103)
5.4 二端口网络的稳定性	(107)
5.4.1 反射系数平面 r_1 和 r_2 上的稳定性研究	(112)
5.4.2 反射系数平面 r_s 和 r_L 上的稳定性研究	(118)
5.5 二端口网络的噪声	(124)
5.5.1 二端口网络噪声的等效电路图, 噪声系数	(125)
5.5.2 在反射系数平面 r_s 上噪声系数的图解分析	(133)
5.5.3 二端口网络噪声参数的确定	(135)

5.6 放大二端口网络的级联电路	(143)
------------------------	-------

第六章 实例：微波晶体管放大器

6.1 双极晶体管的工作等效电路图和散射参数圆图	(148)
6.2 匹配网络的设计	(155)
6.2.1 用于最大功率增益的匹配网络	(156)
6.2.2 用于获得最小噪声系数的匹配网络	(160)
6.2.3 用于宽带放大的匹配网络	(161)

第七章 散射参数的测量

7.1 电桥测量法	(170)
7.2 定向耦合器测量法	(174)
7.3 用两个反射计测量散射参数	(177)
附录1 时变量的表示法	(180)
附录2 根号的确定	(182)
参考文献	(186)

第一章 绪 论

1.1 用描述均匀勒谢尔传输线的一个例子来说明若干概念和定义

1.1.1 用电流-电压量来表征均匀勒谢尔传输线

一段均匀的、具有微小损耗的、长为 l 的勒谢尔传输线，其输入端 1-1 接上信号源，输出端 2-2 接上负载，如图 1.1 (a) 所示。信号源用开路电压 u_s 和复数内阻 Z_s 来表征，负载用复数负载阻抗 Z_L 来表征。在均匀传输线的位置 z 处，信号源在时间 t 产生的电压为 $u(z, t)$ 、流过的电流为 $i(z, t)$ 。如果我们考察该电压和电流在长为 dz 的线元上的变化，则可用由下列单位长度量构成的等效电路来描述： L' （单位长度的电感）， R' （单位长度的电阻）， C' （单位长度的电容）， G' （单位长度的漏电导），如图 1.1 (b) 所示。若 $u(z, t)$ ， $i(z, t)$ 是输入端的电压和电

流瞬时值， $u(z, t) + \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} dz$ ， $i(z, t) + \frac{\partial i(z, t)}{\partial z} dz$ 是输出

端的电压和电流瞬时值，应用基尔霍夫定律使得：

$$\begin{aligned} u(z, t) - \left\{ \left[L' dz \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} + R' dz i(z, t) \right] \right. \\ \left. + \left[u(z, t) + \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} dz \right] \right\} = 0 \\ i(z, t) - \left\{ G' dz \left[u(z, t) + \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} dz \right] + C' dz \frac{\partial}{\partial t} \right. \\ \left. \times \left[u(z, t) + \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} dz \right] + \left[i(z, t) + \frac{\partial i(z, t)}{\partial z} dz \right] \right\} = 0 \end{aligned}$$

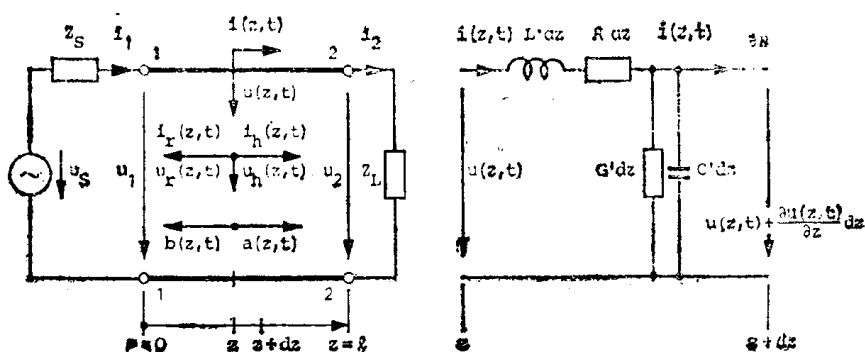


图 1.1 (a) 均匀勒谢尔传输线
(b) 一段传输线的等效电路

忽略高次项并除以 dz , 便得传输线方程^①:

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = - \left[R' i(z,t) + L' \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \right]$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = - \left[G' u(z,t) + C' \frac{\partial u(z,t)}{\partial t} \right]$$

假如只限于用角频率为 $\omega = 2\pi f$ 的信号发生器给传输线加上一个简谐信号, 并用复数表示瞬时值 (附录 1 时变量的表示法)

$$i(z,t) = \text{Re}[\underline{\hat{i}}(z)e^{j\omega t}], \quad u(z,t) = \text{Re}[\underline{\hat{u}}(z)e^{j\omega t}]$$

则得耦合的一阶微分方程, 方程包含有作为变量的电流和电压的复数振幅 $\underline{\hat{i}}(z)$ 和 $\underline{\hat{u}}(z)$

$$\frac{d\underline{\hat{u}}(z)}{dz} = - (R' + j\omega L') \underline{\hat{i}}(z)$$

$$\frac{d\underline{\hat{i}}(z)}{dz} = - (G' + j\omega C') \underline{\hat{u}}(z) \quad (1.1)$$

对 z 微分并换算, 则得 z 的非耦合的二阶齐次微分方程:

$$\frac{d^2 \underline{\hat{u}}(z)}{dz^2} = - (R' + j\omega L') \underline{\hat{i}}(z)$$

① 亦称长线方程或电报方程——译注

$$= (R' + j\omega L')(G' + j\omega C')\hat{U}(z) = \gamma^2 \hat{U}(z) \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \text{以及} \quad \gamma_{1,2} &= \pm \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \\ &= \pm \gamma = \pm (\alpha + j\beta) \end{aligned} \quad (1.3)$$

式中 γ 是传播常数或传输系数; α 是衰减常数或衰减系数; β 是相位常数或相位系数。

将指数式 $\hat{U}(z) = Ke^{kz}$ 应用于 (1.2) 式来求解微分方程, 则可由特征方程 $K^2 = \gamma^2$ 得到常数 $K_{1,2} = \pm \gamma$, 因而解为:

$$\hat{U}(z) = K_1 e^{-\gamma z} + K_2 e^{+\gamma z} = \hat{U}_h(z) + \hat{U}_r(z) \quad (1.4)$$

K_1 、 K_2 为常数, 它们应由均匀传输线的边界条件确定。 $K_1 e^{-\gamma z} = K_1 e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} = \hat{U}_h(z)$ 可以理解为从图 1.1 (a) 中的位置 z 沿正 z 方向传播的电压波 (入射电压波) $\hat{U}_h(z, t) = \hat{U}_h(z) e^{j\omega t}$ 的复数振幅, 其振幅 $K_1 e^{-\alpha z}$ 因传输线存在损耗而沿正 z 方向减小。相应地, $K_2 e^{+\gamma z} = K_2 e^{+\alpha z} e^{+j\beta z} = \hat{U}_r(z)$ 可理解为从图 1.1 (a) 中的位置 z 沿负 z 方向传播的电压波 (反射电压波) $\hat{U}_r(z, t) = \hat{U}_r(z) e^{j\omega t}$, 其振幅 $K_2 e^{+\alpha z}$ 沿负 z 方向减小。

由式 (1.1) 和式 (1.4) 得位置 z 上的电流为

$$\begin{aligned} \hat{I}(z) &= -\frac{1}{R' + j\omega L'} \frac{d\hat{U}(z)}{dz} \\ &= \frac{\gamma}{R' + j\omega L'} (K_1 e^{-\gamma z} - K_2 e^{+\gamma z}) \\ &= \sqrt{\frac{G' + j\omega C'}{R' + j\omega L'}} [\hat{U}_h(z) - \hat{U}_r(z)] \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\hat{I}(z) = \frac{1}{Z_w} [\hat{U}_h(z) - \hat{U}_r(z)] = \hat{I}_h(z) - \hat{I}_r(z) \quad (1.6)$$

$$\text{以及} \quad Z_w = \frac{1}{Y_w} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \text{ 是复数特性阻抗,} \quad (1.7)$$

Y_w 是复数特性导纳。

与电压波的定义相类似, (1.6) 式中 $\hat{U}_h(z)/Z_w = \hat{I}_h(z)$

可理解为从位置 z 沿正 z 方向传播的电流波（入射电流波） $\underline{I}_h(z, t) = \underline{I}_h(z)e^{j\omega t}$ 的复数振幅；而 $\underline{\hat{U}}_r(z)/Z_w = \underline{I}_r(z)$ 则应理解为从位置 z 沿负 z 方向传播的电流波（反射电流波）的复数振幅。

1.1.2 用正规模表示的传输线方程，功率波振幅的定义

根据式 (1.4) 和式 (1.6)，为了描述 $\underline{\hat{U}}(z)$ 和 $\underline{\hat{I}}(z)$ ，需要有四个特性参数。因此，电压波 $\underline{U}_h(z)$ 和 $\underline{\hat{U}}_r(z)$ 或电流波 $\underline{I}_h(z)$ 和 $\underline{\hat{I}}_r(z)$ 的复数振幅作为非耦合的二阶微分方程的特解。但是，根据式 (1.6)，电流波和电压波是通过特性阻抗 Z_w 来联系的。下面将指出，微分方程 (1.1) 经适当线性组合，得到两个非耦合的一阶微分方程，由此定义出两个新的非耦合的特性参数的复数振幅。这样，用来描述 $\underline{\hat{U}}(z)$ 和 $\underline{\hat{I}}(z)$ 的特性参数的数目可以从四个减少到二个。

从式 (1.1) 出发，用 $1/\sqrt{Z_w}$ 乘第一个方程，用 $\sqrt{Z_w}$ 乘第二个方程，并引入式 (1.3) 中的 γ ，可得到：

$$\begin{aligned}\frac{d[\underline{\hat{U}}(z)/\sqrt{Z_w}]}{dz} &= -\frac{(R' + j\omega L')}{\sqrt{Z_w}} \underline{\hat{I}}(z) \\ &= -\gamma \underline{\hat{I}}(z) \sqrt{Z_w} \\ \frac{d[\underline{\hat{I}}(z)/\sqrt{Z_w}]}{dz} &= -(G' + j\omega C') \sqrt{Z_w} \underline{\hat{U}}(z) \\ &= -\gamma \underline{\hat{U}}(z) / \sqrt{Z_w}\end{aligned}$$

上面两个方程相加和相减，便得到两个线性、齐次、非耦合的一阶微分方程：

$$\begin{aligned}\frac{d\left[\frac{\underline{\hat{U}}(z)}{\sqrt{Z_w}} + \underline{\hat{I}}(z)\sqrt{Z_w}\right]}{dz} + \gamma\left[\frac{\underline{\hat{U}}(z)}{\sqrt{Z_w}} + \underline{\hat{I}}(z)\sqrt{Z_w}\right] \\ = \frac{d[2\underline{\hat{A}}(z)]}{dz} + \gamma[2\underline{\hat{A}}(z)] = 0\end{aligned}\quad (1.8a)$$

$$\frac{d\left[\frac{\hat{U}(z)}{\sqrt{Z_w}} - \hat{I}(z)\sqrt{Z_w}\right]}{dz} - \gamma\left[\frac{\hat{U}(z)}{\sqrt{Z_w}} - \hat{I}(z)\sqrt{Z_w}\right] \\ = \frac{d[2\hat{b}(z)]}{dz} - \gamma[2\hat{b}(z)] = 0 \quad (1.8b)$$

其中 $\hat{a}(z) = \frac{1}{2} \left[\frac{\hat{U}(z)}{\sqrt{Z_w}} + \hat{I}(z)\sqrt{Z_w} \right]$

$$\hat{b}(z) = \frac{1}{2} \left[\frac{\hat{U}(z)}{\sqrt{Z_w}} - \hat{I}(z)\sqrt{Z_w} \right] \quad (1.9)$$

第一个方程用指数形式 $\hat{a}(z) = Ae^{kz}$ 求解，可得到其特征方程 $k = -\gamma$ ；第二个方程用指数形式 $\hat{b}(z) = Be^{kz}$ 求解，得到特征方程 $k = +\gamma$ ，因此解为：

$$\hat{a}(z) = Ae^{-\gamma z}, \quad \hat{b}(z) = Be^{+\gamma z} \quad (1.10)$$

式中 A 和 B 是常数，由均匀传输线的边界条件确定。参数 $\hat{a}(z)$ 、 $\hat{b}(z)$ 是勒谢尔传输线正规模的复数振幅。与电压波和电流波的定义相类似， $\hat{a}(z)$ 可理解为从图 1.1(a) 的位置 z 沿正 z 方向传播的波（入射波） $\underline{a}(z, t) = \hat{a}(z)e^{j\omega t}$ 的复数振幅，入射波的传播方向与电流 $\underline{i}(z, t)$ 的传播方向一致。相应地， $\hat{b}(z)$ 可理解为从位置 z 沿负 z 方向传播的波（反射波） $\underline{b}(z, t) = \hat{b}(z)e^{j\omega t}$ 的复数振幅。在 1.1.3 节中将指出，波 $\underline{a}$ 和 $\underline{b}$ 的值可用功率的平方根来表示，因此称之为功率波。两个功率波作为非耦合微分方程 (1.8) 的特解。由式 (1.9) 可明显看出， $\hat{a}(z)$ 和 $\hat{b}(z)$ 是由电压 $\hat{U}(z)$ 和电流 $\hat{I}(z)$ 来定义的，而 $\hat{U}(z)$ 和 $\hat{I}(z)$ 这两个参数则与一定的特性阻抗即标称特性阻抗 Z_w 有关。

对式 (1.9) 中的两个方程相加和相减，经变换之后得：

$$\hat{U}(z) = [\hat{a}(z) + \hat{b}(z)]\sqrt{Z_w} \\ \hat{I}(z) = [\hat{a}(z) - \hat{b}(z)]/\sqrt{Z_w} \quad (1.11)$$

比较入射波的复数振幅 $\hat{a}(z)$ 、 $\hat{U}_h(z)$ 、 $\hat{I}_h(z)$ 和反射波的复数振

幅 $\underline{\hat{b}}(z)$ 、 $\underline{\hat{U}}_r(z)$ 、 $\underline{\hat{I}}_r(z)$ ，由式 (1.4)、式 (1.6)、式 (1.11) 得：

$$\begin{aligned}\underline{\hat{a}}(z) &= \frac{\underline{\hat{U}}_h(z)}{\sqrt{Z_w}} = \underline{\hat{I}}_h(z) \sqrt{Z_w} \\ \underline{\hat{b}}(z) &= \frac{\underline{\hat{U}}_r(z)}{\sqrt{Z_w}} = \underline{\hat{I}}_r(z) \sqrt{Z_w}\end{aligned}\quad (1.12)$$

在传输线四端网络^①（见图1.1(a)）情况下，在任意位置 z 上的电压 $u(z, t)$ 和电流 $i(z, t)$ 可用波 $a(z, t)$ 、 $b(z, t)$ 或用波 $u_h(z, t)$ 、 $u_r(z, t)$ 、 $i_h(z, t)$ 、 $i_r(z, t)$ 来代替，因此，在位置 $z=0$ 处，输入电压 $u_i = u(z=0, t)$ 和输入电流 $i_i = i(z=0, t)$ 也可用上述各个波来代替。这个结论适用于二端口、四端口或 $2n$ 端口网络的所有端对：输入参数（电压和电流）可用波参数来代替。正如式 (1.9) 所示，用复数特性阻抗 Z_w 作为标称特性阻抗^[1,2,3]。因为测试设备中求得的是表示标称实数特性阻抗的特性参数，故对于实际应用特性参数来说采用标称实数特性阻抗 Z_0 较为方便。由式 (1.4)、式 (1.6)、式 (1.9)、式 (1.11)、式 (1.12) 得出电压、电流和波之间的一般关系；对于 $Z_w = Z_0$ ，这种关系如式 (1.13) 所示。假如把这些参数用来描述二端网络、四端网络和 $2n$ 端网络的端口参数，则端对数必须以脚标数表现出来。

$\underline{\hat{U}} = \underline{\hat{U}}_h + \underline{\hat{U}}_r = (\underline{\hat{I}}_h + \underline{\hat{I}}_r) Z_0$	$\underline{\hat{U}} = (\underline{\hat{a}} + \underline{\hat{b}}) \sqrt{Z_0}$
$\underline{\hat{I}} = \underline{\hat{I}}_h - \underline{\hat{I}}_r = (\underline{\hat{U}}_h - \underline{\hat{U}}_r) / Z_0$	$\underline{\hat{I}} = (\underline{\hat{a}} - \underline{\hat{b}}) / \sqrt{Z_0}$
$\underline{\hat{a}} = \underline{\hat{U}}_h / \sqrt{Z_0} = \underline{\hat{I}}_h \sqrt{Z_0}$	$\underline{\hat{a}} = \frac{1}{2} (\underline{\hat{U}} / \sqrt{Z_0} + \underline{\hat{I}} \sqrt{Z_0})$
$\underline{\hat{b}} = \underline{\hat{U}}_r / \sqrt{Z_0} = \underline{\hat{I}}_r \sqrt{Z_0}$	$\underline{\hat{b}} = \frac{1}{2} (\underline{\hat{U}} / \sqrt{Z_0} - \underline{\hat{I}} \sqrt{Z_0})$

(1.13)

①即长线——译注

在高频范围内，常把一端对取作一端口，二端网络称为单端口网络，四端网络称为二端口网络， $2n$ 端网络称为 n 端口网络。下面将采用这些名称来描述波，并用标称实数特性阻抗 Z_0 对复数振幅进行计算。

1.1.3 用波表示功率

考察图1.1 (a) 中的位置 z 沿 z 方向传播的有功功率，此功率可由电压和电流来计算，在加简谐信号时给出：

$$P(z) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\underline{\hat{U}}(z) \underline{\hat{I}}^*(z)] \quad (1.14)$$

若将式(1.11)中的复数功率波振幅代入上式并使勒谢尔传输线有实数特性阻抗 $Z_w = Z_0$ ，则得：

$$\begin{aligned} P(z) &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{[\underline{\hat{a}}(z) + \underline{\hat{b}}(z)][\underline{\hat{a}}^*(z) - \underline{\hat{b}}^*(z)]\} \\ &= \frac{1}{2} \left| \underline{\hat{a}}(z) \right|^2 - \frac{1}{2} \left| \underline{\hat{b}}(z) \right|^2 \end{aligned} \quad (1.15)$$

这个有功功率由两部分组成，即沿正 z 方向行进的波 a 所传送的有功功率：

$$P_h(z) = \frac{1}{2} \left| \underline{\hat{a}}(z) \right|^2 = \frac{1}{2} \left| \underline{\hat{U}}_h(z) \right|^2 / Z_0 = \frac{1}{2} \left| \underline{\hat{I}}_h(z) \right|^2 Z_0 \quad (1.16)$$

以及沿负 z 方向行进的波 b 所传送的有功功率：

$$P_r(z) = \frac{1}{2} \left| \underline{\hat{b}}(z) \right|^2 = \frac{1}{2} \left| \underline{\hat{U}}_r(z) \right|^2 / Z_0 = \frac{1}{2} \left| \underline{\hat{I}}_r(z) \right|^2 Z_0 \quad (1.17)$$

据此，有些作者^[1,2,3,4]把波 a 和 b 称为功率波。另一些作者把 a 和 b 简单地称为波^[5]或称为散射变量^[6,7]。以后将采用下列符号：

u_h, i_h, a ——入射电压波、电流波、功率波；

P_h ——入射功率；

u_r, i_r, a ——反射电压波、电流波、功率波；

P_r ——反射功率。

式 (1.15) 也表示二端口传输网络在端口 1 的有功功率, $P_1 = P(z=0)$, 这个关系式能推广到 $2n$ 端网络的每个端对或 n 端口网络的每个端口

$$P = P_h - P_r = \frac{1}{2} \left| \underline{\hat{a}} \right|^2 - \frac{1}{2} \left| \underline{\hat{b}} \right|^2 = \left(\frac{1}{2} \left| \underline{\hat{O}}_h \right|^2 - \frac{1}{2} \left| \underline{\hat{O}}_r \right|^2 \right) / Z_0 = \left(\frac{1}{2} \left| \underline{\hat{I}}_h \right|^2 - \frac{1}{2} \left| \underline{\hat{I}}_r \right|^2 \right) Z_0 \quad (1.18)$$

端对数或端口数用作为指数。

1.1.4 波反射

反射波与入射波的复数比定义为反射系数。由式 (1.13), 反射系数的复数形式为:

$$r = \frac{\underline{\hat{b}}}{\underline{\hat{a}}} = \frac{\underline{\hat{O}}_r}{\underline{\hat{O}}_h} = \frac{\underline{\hat{I}}_r}{\underline{\hat{I}}_h} = |r| e^{j\theta} \quad (1.19)$$

反射系数与是否采用功率波、电压波或电流波来定义无关。在图 1.1 (a) 中假如考虑传输线末端 $z=l$ 上的负载阻抗 $Z_L = \underline{\hat{U}}(z=l)/\underline{\hat{I}}(z=l) = \underline{\hat{U}}_l/\underline{\hat{I}}_l$, 则定义 Z_L 的量 (电压和电流) 可根据式 (1.11) 用功率波的复数振幅来表示。对于 $Z_w = Z_0 =$ 实数的情况, 由式 (1.19) 得:

$$Z_L = \frac{\underline{\hat{U}}(l)}{\underline{\hat{I}}(l)} = \frac{\underline{\hat{a}}(l) + \underline{\hat{b}}(l)}{\underline{\hat{a}}(l) - \underline{\hat{b}}(l)}$$

$$Z_0 = \frac{1 + \underline{\hat{b}}(l)/\underline{\hat{a}}(l)}{1 - \underline{\hat{b}}(l)/\underline{\hat{a}}(l)} Z_0 = \frac{1+r(l)}{1-r(l)} Z_0 \quad (1.20)$$

通常, 复数阻抗 Z 或复数电导 Y 和复数反射系数 r 有下列关系:

$$Z = \frac{1}{Y} = Z_0 \frac{1+r}{1-r} = \frac{1}{Y_0} \frac{1+r}{1-r} \quad (1.21)$$

$$r = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{Y_0 - Y}{Y_0 + Y} \quad (1.22)$$

式中 $Z_0 = 1/Y_0$ 是标称实数特性阻抗, Y_0 是标称实数特性电导。

为了计算匹配网络, 常常需进行下列换算:

1. 已知 $Z = R + jX$, 求 $r = |r|e^{j\theta}$ 。

对于标称实数特性阻抗 Z_0 , 由式 (1.22) 得:

$$\begin{aligned} r = |r|e^{j\theta} &= \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{(R - Z_0) + jX}{(R + Z_0) + jX} \\ &= \frac{[(R^2 + X^2) - Z_0^2] + j2 \times Z_0}{(R + Z_0)^2 + X^2} \end{aligned}$$

由此得:

$$\begin{aligned} |r| &= \sqrt{[\operatorname{Re}(r)]^2 + [\operatorname{Im}(r)]^2} \\ &= \sqrt{\frac{[(R^2 + X^2) - Z_0^2] + 4X^2Z_0^2}{[(R + Z_0)^2 + X^2]^2}} \\ &= \sqrt{\frac{(R^2 + X^2) - 2RZ_0 + Z_0^2}{(R^2 + X^2) + 2RZ_0 + Z_0^2}} \quad (1.23) \end{aligned}$$

$$\theta = \arctan \frac{\operatorname{Im}(r)}{\operatorname{Re}(r)} = \arctan \frac{2 \times Z_0}{(R^2 + X^2) - Z_0^2} \quad (1.24)$$

2. 已知 $r = |r|e^{j\theta}$, 求 $Z = R + jX$ 。

对于标称实数特性阻抗 Z_0 , 利用式 (1.21) 得

$$\begin{aligned} Z = R + jX &= Z_0 \frac{1+r}{1-r} = Z_0 \frac{1 + |r|e^{j\theta}}{1 - |r|e^{j\theta}} \\ &= Z_0 \frac{1 + |r|(\cos\theta + j\sin\theta)}{1 - |r|(\cos\theta + j\sin\theta)} \\ &= Z_0 \frac{(1 - |r|^2) + j2|r|\sin\theta}{(1 - |r|\cos\theta)^2 + (|r|\sin\theta)^2} \end{aligned}$$

由此得,

$$R = Z_0 \frac{1 - |r|^2}{1 - 2|r|\cos\theta + |r|^2} \quad (1.25)$$

$$X = Z_0 \frac{2|r|\sin\theta}{1 - 2|r|\cos\theta + |r|^2} \quad (1.26)$$

由式 (1.23)、式 (1.24) 的图解便得到由后面的叙述中要用到的斯密斯圆图。更详细的说明可查阅〔8〕、〔9〕、〔10〕。

1.2 信号流图

线性网络的特性可用一组线性代数方程来描述。由网络分析得出, 这个方程组可以对给定的变量用代数计算法则求解。例如, 求解的结果可表示为输入变量和输出变量之间的关系, 即为传递函数。

如果将这组代数方程按一定的规则用图形表示, 则这种图形称为信号流图或信号流通图。通过研究信号流图的结构, 可以完成对网络的分析。用这种图解法来求解线性方程组, 往往能较快地得到物理上直观的信号流通表示的结果。下面介绍一些基础知识。这里所引用的基础知识参考了 S. J. Mason 和 H. J. Zimmermann 的论述〔11〕。限于篇幅, 仅作简略介绍。

1.2.1 线性信号流图的定义

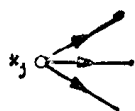
齐次线性方程组可写成下列“原因-结果形式”:

$$X_k = \sum_{j=1}^n t_{kj} X_j, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (1.27)$$

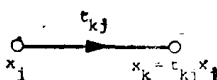
“原因”是自变量 X_j , “结果”用因变量 X_k 来描述。 t_{kj} 是代数方程组的系数。方程组和信号流图之间的关系由下述定义确定 (见图 1.2):

1. 变量 X_k 、 X_j 在信号流图中用节点表示, 称之为节点信号或信号;

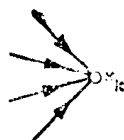
2. 信号流图的节点用支路连接, 支路对应于代数方程组的系数 t_{kj} 。支路是定向的: 支路 t_{kj} 起始于节点 X_j , 终止于节点



节点 X_j 发出信号, X_j 是自变量



节点 X_j 和 X_k 之间的支路 t_{kj} 是系数



节点 X_k 接收信号, X_k 是因变量

$$= \sum_j t_{kj} X_j$$

图 1.2 信号流图的定义

X_k , 其取向以箭头表示。表征支路的参数 t_{kj} 称为支路传输, 对于支路传输引入下列缩写表示方式: $t_{kj} \triangleq a, b, c, \dots$;

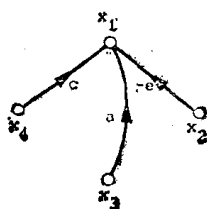
3. 支路总是起始于独立的节点, 终止于相关节点。独立节点用自变量 X_j 表示, 相关节点用因变量 X_k 表示;

4. 与因变量相对应的节点信号 X_k 等于所有输入信号的总和 $t_{kj}X_j$ 。

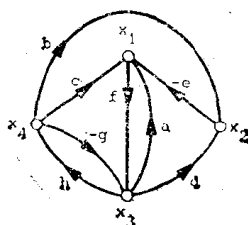
图 1.3 示出线性方程组及其信号流图的实例。

$$\begin{aligned} x_1 &= cx_4 - ex_2 + ax_3 \\ x_2 &= bx_4 + dx_3 \\ x_3 &= fx_1 - gx_4 \\ x_4 &= hx_3 \end{aligned}$$

线性方程组



信号流图
 $x_1 = cx_4 - ex_2 + ax_3$



线性方程组的信号流图

图 1.3 方程组及其信号流图实例

注意: 由线性方程组导出信号流图时, 方程组中的每个变量只能有一次作为因变量出现。线性方程组应当有一种形式对应于物理上“原因-结果形式”。由倒转箭头方向使具有正传输系数支路变成具有负传输系数的支路是不允许的。

1.2.2 信号流图的计算法则

应当考察简化信号流图。从属的代数方程给出信号流图的变换法则。

1. 具有汇聚支路的信号流图 (见图1.4) .

具有汇聚支路的信号流图是这样来表示的, 支路从同一个独立节点出发, 终止于同一个相关节点, 即所有支路具有同样的取向, 图1.4中的初始信号流图有两个汇聚支路, 传输为 a 和 b , 它是根据方程 1 写出的。方程 1 表明节点信号 X_2 是由部分信号 aX_1 和 bX_1 组成。简化方程 2 定义一个新的、与初始信号流图等效的传输为 $(a+b)$ 的信号流图。汇聚支路也可通过引入一个新的支路来消除, 该支路与汇聚支路有相同取向, 其传输等于汇聚支路传输之和。

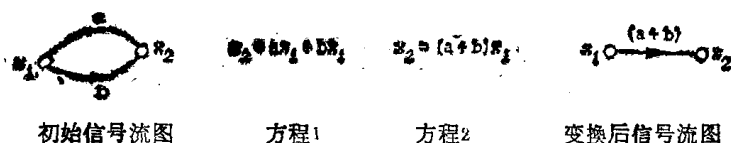


图 1.4 具有两个汇聚支路的信号流图

2. 具有串联支路的信号流图 (见图1.5) .

串联支路的信号流图的特点是: 支路经过串联的节点有相同取向。图 1.5 中的初始信号流图有两条支路, 两条支路经过节点 X_2 串联, 取同一方向。它们由方程 1 表示, 简化的方程 2 定义一个新的信号流图, 该信号流图与节点 X_1 和 X_3 之间的初始信号流图等效。节点 X_2 被消除。同一取向的串联的支路也可组成一个支路。该支路与串联支路有相同取向, 它的传输等于诸串联支路传输之积。

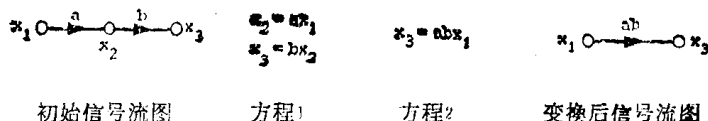


图 1.5 具有两个串联支路的信号流图