

核反应堆理论

G. I. 贝 尔 著
S. 格拉斯登

原子能出版社

核 反 应 堆 理 论

G. I. 贝尔 著
S. 格拉斯登

千 里 译
黄 祖 洽 校

原 子 能 出 版 社

内 容 简 介

本书从中子输运方程入手,深入系统地介绍了核反应堆的物理理论。

全书共分十章,前五章介绍了中子输运方程的推导及求解的各种方法,其他几章分别介绍了伴方程和微扰理论、中子热化、共振吸收以及反应堆动力学。物理概念阐述得比较严谨,数学处理比较精练。

本书可供核反应堆理论工作者参考,也可供高等院校有关专业师生阅读。

核 反 应 堆 理 论

G. I. 贝尔 S. 格拉斯登 著

千 里 译

黄 祖 洽 校

原子能出版社出版

(北京2108信箱)

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

☆

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ ·印张 $28\frac{5}{8}$ ·字数677千字

1979年8月北京第一版·1979年8月北京第一次印刷

印数001—5300·定价:4.10元

统一书号:15175·139

说 明

承担本书各章翻译的同志有：姚增华（第一、九章）、王承基（第二章）、吴坤炳和刘志坤（第三章）、沈仲卿（第四章）、王英明（第五章）、蔡剑平（第六章）、孟希哲（第七章）、盛维兰（第八章）、周振年（第十章）。孟希哲同志对全书作了初校。编辑部收稿后，又请下列同志作了复校：姚增华（第二、三、四、六章）、施贵勤（第五章）、蒲富庠（第七章）、陈仁济（第八章）、阮可强（第十章）。最后请黄祖洽同志对全书作了总校。

前 言

本书的目的是阐明通常用于预言核反应堆内中子行为的主要物理概念和数学方法。力图避免既不会明显地增加物理上的理解，也不用于实际反应堆设计研究的复杂数学推导。因此，在某些可能的情况下略去了冗长的推导而只给出结论，同时给出有关的参考文献。

本书大致是自成体系的，可以作为物理学家、数学家及工程师使用的反应堆理论的引论。我们假定读者对下列一些专题是熟悉的：裂变过程、中子截面、中子慢化及中子扩散。因此，应由一本更初级的核反应堆理论教科书提供必要的基础。当然也需要有一定的数学知识。最好有应用矢量分析、偏微分方程、本征值问题以及拉普拉斯变换和傅里叶变换的经验，尽管对于理解一些基本原理来说，它们并不是必需的。某些应用于本书的专门数学方法在附录中阐述，在另一些情况下，则在参考文献中给出主要著作。

G. I. 贝尔

S. 格拉斯登

1970年10月

目 录

第一章 中子输运方程	1
1.1 输运方程的推导.....	1
1.1a 引言.....	1
1.1b 定义及符号.....	1
1.1c 中子输运方程的推导	7
1.1d 界面条件和边界条件	10
1.1e 守恒关系式.....	11
1.1f 输运方程的线性: 格林函数	13
1.2 中子输运的积分方程	14
1.2a 引言.....	14
1.2b 积分方程的推导.....	14
1.2c 各向同性散射及各向同性源	16
1.2d 各向异性散射	18
1.3 特殊几何下的输运方程	19
1.3a 平几何及球几何	19
1.3b 曲几何下的守恒形式	20
1.3c 积分方程的特殊形式	21
1.4 中子输运方程的局限性.....	23
1.4a 引言.....	23
1.4b 中子作为点粒子	23
1.4c 期望(或可几)值	24
1.4d 缓发中子.....	24
1.5 与时间有关的输运方程解的一般性质	25
1.5a 临界条件: 一般讨论	25
1.5b 输运算符的谱及临界性	26
1.5c 临界条件的严格分析结果	28
1.5d 与时间无关的解的存在	29
1.5e 有效增殖因子(或 k) 本征值	29
1.5f k 本征值和 α 本征值的比较	31
1.6 中子输运方程解法引论	32
1.6a 近似的必要性	32
1.6b 截面随能量的变化	32
1.6c 中子发射的各向异性	33
1.6d 多群方法.....	34
1.6e 蒙特卡罗法.....	35
1.7 附录	37

1.7a 一般坐标系	37
习题	39
参考文献	41
第二章 单速输运理论	43
2.1 单速输运方程	43
2.1a 引言	43
2.1b 单速输运方程的推导	43
2.1c 无限平几何	44
2.1d 格林函数的应用	45
2.2 用分离变量法解单速输运方程	46
2.2a 引言	46
2.2b 无源无限介质: 渐近解	46
2.2c 无限介质的连续统(奇异)解	49
2.2d 基本解的完全性和正交性	50
2.2e 具有平面源的无限介质	51
2.2f 点源和分布源	53
2.3 用傅里叶变换法解单速输运方程	53
2.3a 引言	53
2.3b 无限介质各向同性源	53
2.3c 渐近解和瞬变解	54
2.3d 无限介质各向异性平面源	57
2.4 用球谐函数法解单速输运方程	58
2.4a 引言	58
2.4b 无限介质各向同性平面源	59
2.4c 扩散理论和扩散长度	61
2.5 有限介质中的单速输运方程	62
2.5a 引言	62
2.5b 米尔恩问题	63
2.5c 临界平板问题	65
2.5d 带边界条件的球谐函数法	66
2.5e 二相邻半空间	67
2.5f 球几何	68
2.6 各向异性散射	69
2.6a 平几何: 球谐函数法	69
2.6b 扩散理论和输运截面	70
2.6c 渐近弛豫长度	72
2.6d 用分离变量法求通解	73
2.7 倒易关系	74
2.7a 普遍关系的推导	74

2.7b 倒易关系的应用	76
2.8 碰撞几率	78
2.8a 引言	78
2.8b 逃脱几率: 弦法	79
2.8c 丹柯夫修正	83
习题	85
参考文献	86
第三章 单速问题的数值方法: 简单 P_N 近似	88
3.1 对于平几何用勒让德多项式展开通量	88
3.1a 引言	88
3.1b 平几何: 球谐函数展开	88
3.1c P_N 近似	90
3.1d P_1 近似	90
3.1e 边界条件和交界面条件	91
3.2 平几何中的差分方程	93
3.2a P_1 近似的差分方程	93
3.2b 差分方程的近似误差	94
3.2c 解 P_1 差分方程	95
3.2d 扩散理论的差分方程	97
3.2e P_N 方程的解	98
3.3 球几何和一般几何中的通量展开	98
3.3a 球几何中的展开	98
3.3b 球几何中的边界条件	99
3.3c 球几何中的差分方程	100
3.3d 一般几何中的展开	100
3.3e 一般几何中的 P_1 近似	101
3.3f 一维几何中的 P_1 近似	103
3.4 二维扩散方程	104
3.4a 二维差分方程	104
3.4b 二维差分方程的矩阵形式	105
3.4c 用迭代法解矩阵方程	106
3.4d 改进的迭代法	107
3.4e 更普遍情况下的差分方程	108
3.5 双 P_N 近似	108
3.5a 交界面上角通量的不连续性	108
3.5b 伊冯法	110
3.6 反应堆栅元计算	111
3.6a 维格纳-塞茨近似	111
3.6b 圆柱栅元的球谐函数法	113

3.6c	栅元计算的应用	114
3.7	结论	115
3.7a	解输运方程的其他方法	115
3.8	附录	116
	习题	116
	参考文献	117
第四章	用多群法解输运方程	119
4.1	引言	119
4.1a	多群法的简单说明	119
4.1b	其他解法的评论	119
4.1c	变量的处理	119
4.2	平几何中的球谐函数方程	120
4.2a	引言	120
4.2b	散射函数的展开	120
4.2c	球谐函数方程	121
4.2d	P_1 近似和扩散理论	122
4.3	P_N 多群方程	124
4.3a	能群和群常数	124
4.3b	P_1 多群方程	126
4.3c	简单源问题	127
4.4	多群理论中的本征值问题	128
4.4a	反应性本征值	128
4.4b	增殖率本征值	129
4.4c	多群扩散理论的本征值和本征函数	129
4.4d	解本征值问题	130
4.4e	多群本征值问题的差分方程	133
4.4f	扩散理论中多群本征值问题的分析: 外迭代	133
4.4g	多群 P_1 近似中的外迭代	135
4.4h	本征值问题的一般评述	136
4.5	多群截面的确定	136
4.5a	微观截面	136
4.5b	群内通量的估算	137
4.5c	B_N 法	138
4.5d	重叠能群	139
4.6	多群计算概述	140
4.6a	反应堆编码	140
4.6b	本征值问题的计算	141
4.7	附录: P_1 近似、年龄 - 扩散理论和其他理论之间的关系	142
4.7a	勒变量	142

4.7b	用勒表示的弹性散射	142
4.7c	用勒表示的 P_1 近似	143
4.7d	年龄-扩散理论	143
4.7e	多群年龄-扩散理论	145
习题		145
参考文献		146
第五章 离散纵标法和离散S_N方法		148
5.1 引言	148	
5.1a 离散纵标法的特点	148	
5.1b 平几何和曲几何.....	148	
5.2 平几何中的单速离散纵标	149	
5.2a 各向同性散射	149	
5.2b 离散纵标和球谐函数	150	
5.2c 高斯求积参数	151	
5.2d 离散纵标中的双 P_N 法	152	
5.2e 各向异性散射	152	
5.2f 离散纵标方程的解	153	
5.2g 离散纵标计算结果	155	
5.3 曲几何中的单速离散纵标	156	
5.3a 引言	156	
5.3b 守恒原则.....	157	
5.3c 差分方程组的推导	158	
5.3d 差分方程的解	160	
5.3e 一般几何中的离散纵标法	162	
5.4 多群(与能量有关的)问题	163	
5.4a 散射截面的球谐函数展开	163	
5.4b 群常数的确定	164	
5.4c 多群离散纵标算法	167	
5.4d 对快中子系统的应用	167	
习题	171	
参考文献	171	
第六章 伴方程、微扰理论和变分法		173
6.1 伴函数及其应用.....	173	
6.1a 引言	173	
6.1b 输运算符.....	174	
6.1c 输运算符之伴	174	
6.1d 伴函数和中子价值	175	
6.1e 格林函数之伴	177	
6.1f 单速伴方程.....	177	

6.1g	单速倒易关系	179
6.1h	伴积分输运方程	179
6.1i	中子价值方程的直接推导	179
6.1j	伴算符之谱及临界性	181
6.1k	与时间有关的伴函数的解释	182
6.1l	与时间有关的解的展开式	184
6.2	近似方法中的伴算符	185
6.2a	引言	185
6.2b	单速 P_1 理论、扩散理论和 S_N 理论	185
6.2c	多群 P_1 理论和扩散理论	186
6.3	微扰理论	187
6.3a	微扰理论的应用	187
6.3b	增殖率常数 α 的微扰	188
6.3c	有效增殖因子的微扰	190
6.3d	临界系统的微扰	191
6.3e	多群扩散理论中的微扰	193
6.3f	微扰理论的应用	194
6.4	变分法	199
6.4a	变分法的应用	199
6.4b	通量权重积分的计算	199
6.4c	确定本征值	201
6.4d	变分法对单速问题的应用	202
6.4e	吸收几率问题	204
6.4f	不连续试探函数	205
6.4g	J 泛函作为拉氏函数	207
6.4h	多群方程的变分推导	208
6.4i	群常数的自治确定	211
6.4j	变分法的其他应用	212
	习题	214
	参考文献	215
第七章	中子热化	217
7.1	一般考虑	217
7.1a	引言	217
7.1b	散射核的热运动	218
7.1c	化学结合	218
7.1d	干涉效应: 相干散射和不相干散射	220
7.2	中子热化的一般特征	222
7.2a	麦克斯韦分布	222
7.2b	热中子输运方程	223

7.2c	热中子的倒易关系	224
7.3	中子散射律	226
7.3a	单原子气体的散射	226
7.3b	单原子气体散射函数	228
7.3c	单原子气体的能量转移函数	229
7.3d	一般的散射律	232
7.3e	不相干近似	234
7.4	在束缚原子系统中的散射	235
7.4a	量子力学计算的结果	235
7.4b	单原子气体的中间散射函数	235
7.4c	各向同性谐振子	236
7.4d	实际晶状固体的散射: 立方晶体	239
7.4e	液体: 扩散原子模型	241
7.4f	高斯近似	241
7.4g	散射律的实验测定	242
7.4h	对实际慢化剂的应用	243
7.5	热化和中子输运	249
7.5a	引言	249
7.5b	碰撞几率方法	250
7.6	本征值和热化问题	252
7.6a	引言	252
7.6b	本征值问题的各种类型	252
7.6c	本征值的存在	254
7.6d	本征值和本征函数的计算	257
7.6e	扩散理论中的本征值	258
7.6f	对麦克斯韦分布的偏离	260
7.7	附录	263
7.7a	来自慢化的热中子源	263
	习题	264
	参考文献	265
第八章	共振吸收	269
8.1	共振截面	269
8.1a	引言	269
8.1b	单能级布赖特-维格纳公式	270
8.1c	共振参数的实验测定	274
8.1d	多普勒展宽	276
8.1e	共振的重叠与干涉	280
8.1f	低能共振吸收	281
8.2	未分辨共振参数	282

8.2a	引言	282
8.2b	衰变道与能级宽度分布	283
8.2c	共振峰(或能级)间距	285
8.2d	平均共振参数	286
8.3	均匀系统中的共振吸收	289
8.3a	有效共振积分	289
8.3b	中子通量值的计算	290
8.3c	窄共振近似	291
8.3d	NR 近似中的吸收几率	294
8.3e	NR 近似中的多普勒展宽	296
8.3f	NR I M 近似	298
8.3g	改进的与中间的近似	299
8.3h	共振与多群常数	301
8.3i	强重叠共振	302
8.4	非均匀系统中的共振吸收	305
8.4a	碰撞几率法	305
8.4b	等效关系	307
8.4c	共振积分的数值计算	309
8.4d	近似的几何关系	310
8.4e	快堆中的多普勒效应	311
8.5	理论与实验的比较	312
8.5a	热堆	312
8.5b	快堆	313
	习题	314
	参考文献	315
第九章	反应堆动力学: 点反应堆及有关的模型	319
9.1	引言	319
9.1a	与时间有关的问题	319
9.1b	具有缓发中子的输运方程	319
9.1c	反馈效应	322
9.2	点反应堆	322
9.2a	幅因子及形状因子	322
9.2b	反应堆动态学方程	323
9.2c	形状因子	325
9.2d	零功率点反应堆	328
9.2e	渐近周期-反应性关系式	328
9.2f	点反应堆方程的数值解和零瞬发寿命近似	330
9.2g	线性化动态学方程	332
9.3	传递函数	333

9.3a	零功率传递函数	333
9.3b	正弦反应性微扰	334
9.3c	传递函数对空间的依赖关系	335
9.4	具有反馈的点反应堆	338
9.4a	引言	338
9.4b	带反馈的传递函数	339
9.4c	稳定性条件	341
9.4d	稳定性的功率极限	341
9.4e	稳定性和反应性微扰频率	344
9.4f	反馈的简单模型	345
9.4g	不稳定性的其他来源	348
9.4h	缓发中子和瞬发中子的相对重要性	348
9.4i	非线性点反应堆中的反馈	350
9.5	传递函数的确定和应用	351
9.5a	引言	351
9.5b	反应堆振荡器法	351
9.5c	相关法	352
9.5d	反应堆噪音法	353
9.5e	传递函数的应用	354
9.6	大功率漂移	356
9.6a	富克斯-汉森模型	356
9.6b	脉冲快堆	358
9.6c	快堆事故分析	360
9.7	附录	363
	习题	364
	参考文献	365
第十章	与空间有关的反应堆动力学和有关课题	368
10.1	与空间和时间有关的中子输运问题	368
10.1a	解的方法	368
10.1b	模项综合法和展开法	369
10.1c	包含极端通量倾斜的例子	371
10.1d	周期本征函数和缓发中子	375
10.1e	脉冲源问题	378
10.1f	与空间和时间有关的其他问题	383
10.1g	氙引起的功率振荡	383
10.2	燃耗问题	388
10.2a	引言	388
10.2b	燃耗方程	389
10.2c	燃耗方程的解	391

10.2d	能耗计算的结果	392
10.2e	增殖(或转换)比	394
10.2f	可燃毒物	395
10.2g	用可燃毒物展平通量	397
10.3	石墨慢化气冷反应堆的计算	399
10.3a	引言	399
10.3b	计算方法概要	401
10.3c	栅元计算结果	401
10.3d	有效增殖因子的组成	403
10.3e	反应性温度系数	404
10.3f	卡德霍尔反应堆的计算结果	406
10.3g	桃花谷反应堆的计算结果	408
	习题	411
	参考文献	412
附录: 某些数学函数		416
δ 函数		416
Γ 函数		417
误差函数		417
指数积分 $E_n(x)$		417
勒让德多项式		418
连带勒让德函数		419
球谐函数		420
参考文献		421
索引		421

第一章 中子输运方程

1.1 输运方程的推导

1.1a 引言

核反应堆的行为是由系统内中子的空间、能量、时间分布决定的，反应堆理论的中心问题之一就是预言这一分布。这一点原则上可以由求解中子输运方程做到。这个方程常常称为玻耳兹曼方程，因为它和L·玻耳兹曼关于气体分子运动论的表达式类似。在本章中，导出了中子输运方程的各种形式，并讨论其解的某些一般性质。

把适当表述中子（与物质）相互作用几率的整套截面及系统内材料的几何布置一起代入输运方程中，应该可以求解中子分布问题。用适当的计算方法，例如蒙特卡罗法，应该可以得出数值解。但实践证明这是行不通的。首先，截面及其随中子能量的变化十分复杂，还没有完全弄清；其次，反应堆内材料的几何布置太复杂，即使应用计算机，也不可能在合理的时间内求解输运方程。无论如何，除去最简单的情况外，求解中子输运方程太困难，必须使用方程的近似式。在本章末概述了这些近似，并在本书中给予详细的处理。

在推导输运方程之前，将定义一些描述中子输运问题所必需的特定量，并给出统一的符号。将会看到，这些符号在某些方面与初等反应堆理论中所采用的不同，这通常是由于在中子输运理论中引入了一些额外变量的结果。然而，熟悉本书所使用的符号并没有很大的困难。

1.1b 定义及符号

中子作为点粒子

在输运理论中，中子被看作一个点粒子。意思是：中子可用其位置和速度完全描述。由于中子的约化波长比宏观尺寸和中子平均自由程小，点描述看来是合理的。

按照德布罗意方程，一粒子的约化波长 λ 由下式给出：

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

式中 h 是 2π 除普朗克常数， p 是粒子的动量。对于中子，这个式子取如下的形式

$$\lambda = \frac{4.55 \times 10^{-10}}{\sqrt{E}} \text{ 厘米},$$

式中 E 是以电子伏为中子能量。即使能量低到0.01电子伏的中子， λ 也只有 4.55×10^{-9} 厘米，仍比固体中原子间距几乎小一个数量级，而比宏观尺寸和平均自由程要小几个数量级。因此，把中子的位置看成是一个可以精确决定的量是适当的。

事实上，可以精确地确定中子的位置和速度（或动量）而不违背海森伯测不准关系

$\Delta x \Delta p \simeq \hbar$ 。如果可以容许位置的不确定量 Δx 是 10^{-4} 厘米, 那么动量不确定量所相当的能量不确定量可以略去不计, 即

$$\Delta E \simeq 10^{-5} \sqrt{E},$$

式中 ΔE 和 E 均以电子伏为单位^[1]。

对于能量非常低的中子, 波长变得很长, 中子当然不能定位。这时, 本书所作对中子的输运处理无效, 需要用量子力学阐述^[2]。这个问题在反应堆物理中没有实际意义, 因为能量太低, 以致通常的点粒子描述会引起严重误差的中子, 其数目是可以忽略不计的。而且即使在任意低的中子能量下, 输运方程通常也还当成是成立的, 尽管在这些情况下其解与物理事实的关系是不确定的。

中子有自旋和磁矩, 这会导致极化而影响中子输运。但在 § 1.4b 中会看到, 在大多数实际情况下这一效应是很小的。如果必要, 可以对散射截面作小的修正来近似考虑这个效应。

因此, 目前将把中子当作一个点粒子, 具有由矢量 $\mathbf{r}$ 描述的位置及由矢量 $\mathbf{v}$ 描述的速度。速度矢量通常表示成

$$\mathbf{v} = v\boldsymbol{\Omega},$$

式中 $v(=|\mathbf{v}|)$ 是中子速率, 即速度的(标量)大小; $\boldsymbol{\Omega}$ 是运动方向的单位矢量, 与 $\mathbf{v}$ 同向。

通常, 在极坐标系统中规定单位矢量 $\boldsymbol{\Omega}$ 是很方便的, 如图 1.1 所示用极角 θ 及方位角 φ 来表示。因此, $\boldsymbol{\Omega}$ 的笛卡儿坐标是

$$\Omega_x = \sin \theta \cos \varphi$$

$$\Omega_y = \sin \theta \sin \varphi$$

$$\Omega_z = \cos \theta.$$

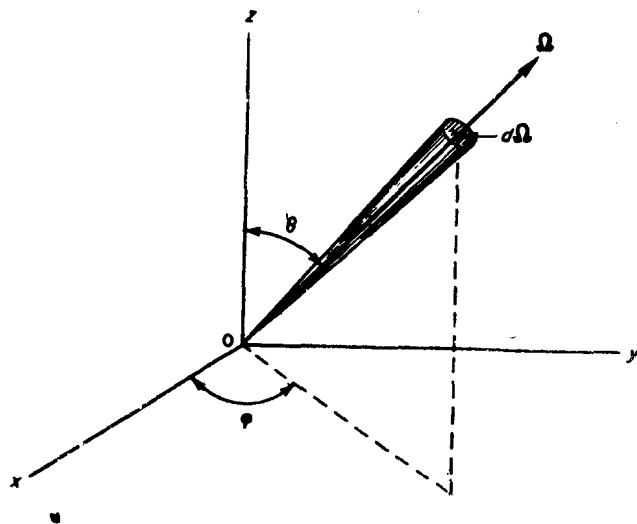


图 1.1 极坐标

中子密度及通量

为了描述中子密度的分布, 在本书中引入一个称为中子角密度的量。它表示成

$$\text{角密度} = N(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t), \quad (1.1)$$