

网 络 分 析

[美] M. E. 范·法肯伯尔格 著
杨行峻 郑君里 杨为理 译

科 学 出 版 社

1982

内 容 简 介

本书对网络分析的基本理论做了全面论述。全书共分十六章和八个附录,前三章是网络分析的基础知识,第四、五、六章是网络的时域分析,第七至十章是拉普拉斯变换及 s 域极零点分析,十一章是双口网络,十二章是正弦稳态分析,十三章是频率响应,十四章是能量与功率,第十五、十六两章是傅里叶分析。

本书的主要特点是内容丰富、论证严格,书中列举大量例题来阐明基本概念,便于读者自学。在内容编排上采用了从时域分析入手,然后再进入复频域和频域的方法,并在各章之后均附有计算机练习、阅读参考书目及大量习题。

本书可做为工科院校电类各专业的电路(或电路原理)、电路分析基础、信号与系统等课程的教材或教学参考书,也可供有关专业的研究人员、工程技术人员和有一定数学基础的读者自学、参考。

M. E. Van Valkenburg
NETWORK ANALYSIS
Prentice-Hall, Inc., 1974

网 络 分 析

〔美〕M. E. 范·法肯伯格 著

杨行峻 郑君里 杨为理 译

责任编辑 张建荣 李立

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982年4月第一版 开本:787×1092 1/16

1982年4月第一次印刷 印张:27 1/2

印数:0001—9,100 字数:631,000

统一书号:15031·392

本社书号:2515·15—7

定价:4.20元

第三版前言

准备出版本书第三版的目的在于既保持前两版的基本结构,又增加新的内容以反映自1964年本书第二版以来这个科目的教学所发生的变化。网络分析这个科目所包括的课题的数量和复杂性日益增加。为了解释在决定课题的取舍以及每个课题的深度时我所依据的原则,必须说明,我是将网络分析这门课看作为后续电工程全部课程服务的基础课的。虽然并不是所有参与其事的人都愿意承认这个事实,但是这门课程长久以来所起的毕竟是这样一个作用。因此,我们所研究的每一个课题都应该向学生介绍那些对所修后续课程有用的材料,对每一个问题的讨论都应达到足够的深度,以使得它易于填补各后续课程内容之间的空缺。网络是一个物理系统的模型,写出描述网络的方程式对于集总系统分析的各个方面都很有用,所以应该对这个问题进行深入研究。关于状态方程的解及对 e^{At} 意义的解释(其中 A 是一个矩阵)则放到后续课程去讨论。

第三版的改进之一是增加了附录E,它详细列出计算机练习的适宜课题或者有关的软件实验,还详细列出了参考书目。在每一章的末尾,对计算机练习做了适当的、明确的指示,这对于该章所包含的课题是一种补充和加强。我决定以这种形式提供有关计算机的内容,而不介绍数值方法的材料或用计算机的打印输出来表明计算机所能起的作用,这涉及很多因素。其中最重要的原因在于学生在实际使用计算机时在很大程度上受到在计算中心能够取用的子程序库的影响,而各计算机中心的子程序库仍处于迅速变化阶段,它们之间很少有统一性。

状态变量有新的重要作用,所以在这里作了介绍。希望精通网络分析的人,应该学习所有的方法。然而,看来不大可能用方程式的状态变量公式来代替其他方法(例如节点分析法)。一般而言,优良的教育法是先让学生学好一种或两种方法以后再往“魔术袋”里添加更多的方法。对于初学者,还是推荐传统的节点和回路公式。

其它增加的内容包括特勒根定理的论述。特勒根的论文简单明了,应用范围非常广,在可以应用它的领域中能得到新的、透彻而明晰的见解,这一切不断地使工程师们感到惊奇。本版纳入了对奈奎斯特准则的新论述,这在第二版中曾去除了。作此变化的理由在于有源网络日益受到重视,随之而来的是要研究其稳定性问题,通过奈奎斯特准则,可以对这种网络有更透彻的理解。

本版包含相当大量的新习题,对其他习题也作了修订或更新。此外附录G中习题解答的数量也增加了,以使得本书便于自学。

M. E. 范·法肯伯格

目 录

译者的话

第三版前言

第二版前言

第一章 电路概念的发展	1
1-1 引言	1
1-2 电荷和能量	2
1-3 场和电路概念的关系	4
1-4 电容参数	4
1-5 电感参数	7
1-6 电阻参数	12
1-7 单位和比例系数	14
1-8 将一个物理系统近似为一个电路	15
第二章 描述网络的习惯方法	24
2-1 电流和电压的参考方向	24
2-2 描述有源器件的习惯方法	25
2-3 耦合电路打点的习惯方法	27
2-4 网络的拓扑描述	30
第三章 网络方程式	38
3-1 基尔霍夫定律	38
3-2 网络方程式的数量	40
3-3 电源变换	43
3-4 形成网络方程式的例子	48
3-5 回路变量分析	52
3-6 节点变量分析	56
3-7 行列式: 子式和高斯消元法	59
3-8 对偶性	62
第四章 一阶微分方程式	78
4-1 通解和特解	78
4-2 时间常数	81
4-3 积分因子	82
4-4 更复杂的网络	85
第五章 网络的初始条件	92
5-1 为什么要研究初始条件?	92
5-2 元件中的初始条件	92

5-3	导数的几何解释	95
5-4	计算初始条件的步骤	96
5-5	网络的初始状态	99
第六章	微分方程(续).....	108
6-1	二阶方程;内部激励.....	108
6-2	高阶方程;内部激励.....	113
6-3	受到外能源激励的网络	114
6-4	响应与根在 s 平面上的位置的关系	118
6-5	用 ζ , Q 和 ω_n 表示的通解	122
第七章	拉普拉斯变换.....	132
7-1	引言	132
7-2	拉普拉斯变换	133
7-3	拉普拉斯变换的一些基本定理	135
7-4	用拉普拉斯变换求解问题的实例	138
7-5	部分分式展开	140
7-6	赫维赛德展开定理	143
7-7	用拉普拉斯变换求解的实例	146
第八章	其他信号波形的变换.....	156
8-1	时移单位阶跃函数	156
8-2	斜坡与冲激函数	159
8-3	波形合成	164
8-4	从 $F(s)$ 求 $f(t)$ 的初值与终值	169
8-5	卷积积分	170
8-6	卷积作为求和	176
第九章	阻抗函数与网络定理.....	186
9-1	复频率的概念	186
9-2	变换阻抗和变换电路	188
9-3	元件的串联与并联组合	192
9-4	叠加与互易	195
9-5	戴维南定理与诺顿定理	197
第十章	网络函数:极点和零点	212
10-1	端对或端口.....	212
10-2	单端口和二端口网络函数.....	212
10-3	网络函数的计算.....	216
10-4	网络函数的极点与零点.....	219
10-5	策动点函数极点与零点位置所受的约束.....	222
10-6	转移函数极点与零点分布所受的约束.....	225
10-7	由极点和零点分布图决定时域特性.....	227
10-8	有源网络的稳定性.....	231

第十一章	二端口参数	245
11-1	二端口变量的关系	245
11-2	短路导纳参数	246
11-3	开路阻抗参数	247
11-4	传输参数	250
11-5	混合参数	252
11-6	参数组之间的关系	253
11-7	二端口网络的并联	255
第十二章	正弦稳态分析	265
12-1	正弦稳态	265
12-2	正弦与 $e^{\pm j\omega t}$	266
12-3	用 $e^{\pm j\omega t}$ 求解	268
12-4	用 $\operatorname{Re} e^{j\omega t}$ 或 $\operatorname{Im} e^{j\omega t}$ 求解	271
12-5	相量与相量图	272
第十三章	频率响应图	282
13-1	网络函数的分解	282
13-2	幅度图和相位图	282
13-3	复轨迹	284
13-4	s 平面相量图	287
13-5	伯德图	293
13-6	奈奎斯特准则	299
第十四章	输入功率、功率传输与插入损耗	315
14-1	能量和功率	315
14-2	有效值或均方根值	318
14-3	平均功率和复数功率	320
14-4	最佳功率传输问题	323
14-5	插入损耗	326
14-6	特勒根定理	328
第十五章	傅里叶级数与信号的频谱	338
15-1	傅里叶级数	338
15-2	傅里叶系数的计算	340
15-3	波形对称性与傅里叶系数的关系	343
15-4	截断级数的收敛	348
15-5	指数形式傅里叶级数	352
15-6	周期信号的稳态响应	355
15-7	周期信号的功率谱	358
第十六章	傅里叶积分与连续频谱	365
16-1	重复脉冲的频谱包络线	365
16-2	傅里叶积分与变换	367

16-3 傅里叶变换在网络分析中的应用	369
16-4 一些常用的傅里叶变换	372
16-5 傅里叶变换与拉普拉斯变换的关系	375
16-6 带宽与脉冲宽度	377
16-7 带宽和上升时间	380
附录 A 复数(相量)代数	387
A-1 定义	387
A-2 加法和减法	387
A-3 乘法	388
A-4 除法	389
A-5 复数的对数	390
A-6 复数的开方与乘方	390
附录 B 矩阵代数	392
B-1 定义	392
B-2 矩阵的加和减	392
B-3 矩阵相乘	393
B-4 其他定义	394
B-5 线性联立方程式的矩阵解法	395
附录 C 归一化	398
C-1 归一化(尺度变换)的实例	398
C-2 频率与模的归一化	398
附录 D 拉普拉斯逆变换表	402
附录 E 数字计算机练习(初等的数值方法)	404
E-1 求根的数值方法	404
E-2 数值积分	404
E-3 矩阵表示式与矩阵运算	404
E-4 联立线性代数方程组的解	404
E-5 代数运算	405
E-6 常微分方程的解	405
E-7 非线性微分方程的解	405
E-8 网络分析	405
E-9 用计算机决定幅相图	405
E-10 参考文献	406
附录 F 参考文献	407
F-1 初级或中级教科书	407
F-2 电路理论方面的高级教科书	408
F-3 面向计算机的电路理论教科书	409
F-4 器件模型	410
F-5 系统	410

F-6 背景材料或历史资料.....	411
附录 G 部分习题答案	412
附录 H 发展历史略记	418
汉英名词对照索引.....	420

第一章 电路概念的发展

1-1 引言

科学方法的特征之一就是不断聚集广泛的事实以形成一种简单而易于理解的理论,这种理论应能说明尽可能多的观察现象。美国化学家和教育家科纳特(J. B. Conant)把理论或由之得到的图象称为概念体系¹⁾。也许,研究科学和工程的学生最熟悉的概念体系是原子理论,我们可以由此理论取得关于电子和电荷的图象。其它重要的概念体系是能量守恒和电荷守恒。

虽然在人类历史的早期就知道有电和磁——琥珀摩擦产生电荷,天然磁石可用来导航——但是,在十九世纪以前,在发展某种概念体系上没有取得什么重大进展。伽伐尼和伏特大约在1800年发现了用化学方法产生电,这大大简化了实验工作。在伏特以后比较短的一段时期中,有一系列的重要发现。1820年奥斯特确定了伴随电流的磁场,而安培测量了电流产生的力。1831年法拉第和亨利分别独立地发现了电感应。这些实验和其它实验合在一起使英国物理学家麦克斯韦于1873年提出了一种成功的概念体系,这个体系已为大家所熟知。在麦克斯韦方程式中,所有电磁现象都可以用电荷和电流产生的场来解释。麦克斯韦方程所推导出来的结果与一百年来观察到的事实完全一致,这证明了麦克斯韦概念体系的成功。

既然看到了麦克斯韦的成功,现在我们为什么又要对同一现象着手研究另一种概念体系,即电路呢?同等重要的一个问题是这两种概念有什么联系呢?对第一个问题的回答是,电路概念在实际中很有用。事实上,通常我们对场的兴趣比对电压和电流的兴趣要少得多。电路概念便于用电压和电流进行分析,可以根据需要用它们来计算其它的量——如电荷、电场、能量、功率,等等。对第二个问题的回答需要一个较长的答案并且需要证明。简单地说,电路概念所依据的基本实验事实和麦克斯韦方程的根据是相同的。然而,在电路中必须进行近似,这是场论的更一般概念中所没有的。在展开我们的主题以前,重要的一点在于理解这种近似原理——电路理论的局限性。

用两个基本参数——电荷和能量来定义电路的作用是有帮助的,我们把电荷和能量看作描述电现象必不可少的东西。用这些原始参数,我们就能构成关于电路的概念体系。一个实际电路是一个各种装置互相连接的系统。这里,我们用装置这个词来概括能量源、连接线、元件、负载,等等。一个电路的作用是转移或变换能量。能量的转移是通过电荷的转移来完成的。在电路中,能量从一个提供点(电源)转移到一个变换或转换点,后者称为负载(或耗能器)。在这个过程中,能量可以储存起来。

1) James B. Conant, *Science and Common Sense* (Yale University Press, New Haven, Conn. 1951).

1-2 电荷和能量

据说约在公元前六百年,希腊的泰勒斯(Thales)发现用一块丝绸或毛皮来回擦几下就可以使琥珀“电化”,它能吸引小段线头。若干世纪以后,法国的库仑和英国的卡文迪什(Cavendish)分别独立地用同一种方法产生电,并以此建立了带电物体之间的引力与距离的平方成反比的定律。

我们今日对电荷本性的理解是基于原子理论的概念体系。我们把原子描绘成由带正电的原子核和围绕它转动并带负电的电子所组成。在中性的原子中,原子核的总电荷等于电子的总电荷。若有电子从一个物体中逸出,这个物体就带上正电荷。一个物体有多余电子时就带负电荷。

电荷的基本单位是电子的电荷。电荷的 MKS 制单位是库仑。电子的电荷是 1.6021×10^{-19} 库仑。

电荷从电路中的一个点转移到另一个点的现象用电流来描述。电流的大小可以定义为电荷单方向穿过一个横截分界面的速率。金属中电子的随机运动并不构成电流,除非电子随着时间作单方向转移。

电流¹⁾可以用方程式表示为

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

如果电荷 q 的单位用库仑,时间 t 的单位用秒,则电流 i 的单位用安培(为了纪念法国物理学家安培)。因为电子的电荷是 1.6021×10^{-19} 库仑,所以 1 安培电流相应于一秒内在一条路径的任意横截面上通过 $1/(1.6021 \times 10^{-19}) = 6.24 \times 10^{18}$ 个电子。

当采用原子理论的概念体系时,所有物质都可以描绘成由原子构成的。在固体中,某些电子对于原子核是相对自由的,原子核对这些电子的引力非常小。为了区别于一般电子,这种电子称之为自由电子。电流就是这些自由电子从一个原子到下一个原子流动的速率,如图 1-1 所示。

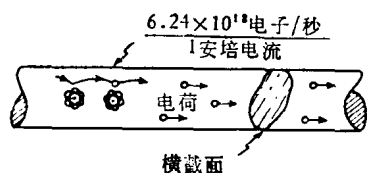


图 1-1 导体内电荷运动的示意图

在某些物质中有大量自由电子,因此容易获得大电流。这类物质称为导体。大部分金属和某些液体是良导体。自由电子很少的物质称为绝缘体。常见的绝缘材料有玻璃、云母、塑料等等。其它材料称为半导体,它们在电子学中起着重要的作用。两种常用的半导体是锗和硅。

通常有一个错误的观念,因为一些电波以近似光的速度传播,就认为电子在导体中以同样的速度运行。自由电子移动的实际平均速度只有每秒几毫米!(见习题 1-2 的数字实例。)

我们赖以思考的另一个概念体系是能量守恒。由于我们受过科学方法的训练,因此对于任何声称可以创造能量的体系,我们会立即产生怀疑。能量守恒定律说明能量既不

1) 电流的符号 i 来自法文 intensité.

能创造也不能消灭，它的形式可以转换。有很多种方法可以完成这种转换。下面是其中的一部分：

(1) 电-机械能转换。按照法拉弟 1831 年发明制造的旋转发电机可以由旋转的机械能产生电能。通常，机械能是由热能通过汽轮机转换过来的，而热能又是由燃烧的矿物燃料或核燃料的化学能转换过来的。有时通过水力发电机将水能转换过来。

(2) 电-化学能转换。电池通过化学能的转换产生电能。这种电池的一种潜在的重要用途是制造电汽车。燃料电池属于这一大类。

(3) 磁流体发电 (MHD)* 能量转换。这种设备由高速电离气体的机械能产生电能。

(4) 光生伏打效应能量转换。有一类设备能够把光能直接转换为电能。在已知的这一类设备中，最好的是太阳能电池。

各种电能源的机能从电荷和能量的角度看是相同的。例如，有一种电池是把两个金属电极——一个是锌的，一个是铜的——浸在稀硫酸中。锌和铜离子的形成使得负电荷堆积在电极上。电荷的能量是由化学反应中锌和铜的电离能之差提供的。一旦电池电路通过一根外连接线闭合起来，如图 1-2 所示，化学能就消耗于在外电路输送电荷时对每单位电荷所做的功上。电压这个量表示“每单位电荷消耗的能量”或“对每单位电荷所做的功”。这可以用方程式表示为

$$v = \frac{w}{q} \quad (1-2)$$

如果 w 是以焦尔为单位的功 (或能)， q 是以库仑为单位的电荷，电压 v 的单位是伏特 (为了纪念伏特)。一个能源的电压有时称为电动势，在电类文献中用缩写 emf^{**} 表示。我们将避免把电压称为势，因为这会造成误解。

如果对电荷的微分量 dq 给予能量的微分增量 dw ，电荷的电位增加量为

$$v = \frac{dw}{dq} \quad (1-3)$$

如果这个电位乘以电流 dq/dt ，即

$$\frac{dw}{dq} \times \frac{dq}{dt} = \frac{dw}{dt} = p \quad (1-4)$$

可以看到，这个结果是能量对时间的变化率，它就是功率 p 。因此功率是电位和电流的乘积

$$p = vi \quad (1-5)$$

对式 (1-4) 积分可以求得能量为功率的函数。因此在任何时刻 t 的总能量为积分

$$w = \int_{-\infty}^t p dt \quad (1-6)$$

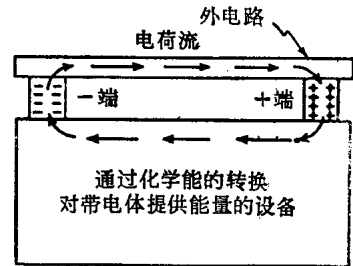


图 1-2 用来表明电子流的电池示意图，电流方向在第2-1节讨论

* MHD 是 Magnetohydrodynamics (磁流体发电)的缩写。——译者注

** emf 是 electromotive force (电动势)的缩写。——译者注

类似地,从 t_1 到 t_2 积分可以求得从时刻 t_1 到时刻 t_2 能量的变化¹⁾。

1-3 场和电路概念的关系

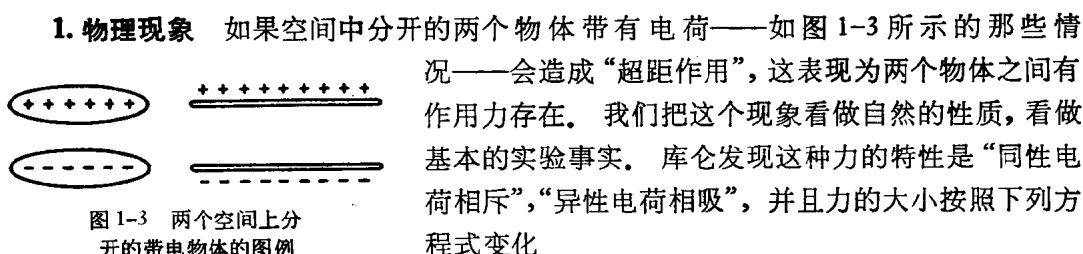
在讨论电路概念体系时,我们每次都用相同的三个步骤来研究三个参数. 这些步骤是

(1) **物理现象**. 我们将以定量方法讨论实验中观察到的电现象. 我们用电荷和能量来做到这一点.

(2) **场的解释**. 其次,我们将讨论如何用场的量来解释这些现象.

(3) **电路的解释**. 最后,我们将引入电路参数,把电压和电流联系起来,以此代替场的关系.

1-4 电容参数



$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} \quad (1-7)$$

在此方程式中, F 是由一个点电荷到另一个点电荷方向上作用的力, 其单位为牛顿, r 是两个点电荷之间的距离, 以米为单位, ϵ 是介电常数, 在 MKS 系统中, 它在自由空间中的数值为 8.854×10^{-12} 法拉/米; q_1 和 q_2 是以库仑计的电荷量. 应该理解, 这个方程式只能严格地用于点电荷. 然而, 只要对所有的力进行矢量相加, 这个方程式可以用于具有任意几何形状的已知电荷分布.

2. **场的解释** 这个现象可以用位于两个带电体之间的一个单位电荷所受的力来描述. 每单位电荷所受的力是一个矢量(因为力是一个矢量), 它称为**电场**, 其数值是

$$E = \frac{F}{q} \quad (1-8)$$

为了有助于形成概念, 可以按照每一点上单位正试验电荷受力的方向画出线, 以这些线表示这个场. 这种线如图 1-4 所示. 画这种线只是为了帮助理解概念: 不应该认为它们是实际存在的, 用式 (1-7) 和 (1-8) 可以估算一个特定问题的电场.

3. **电路的解释** 式 (1-8) 中的电场 E 存在于任何形状的两个带电导体之间. 我们研究图 1-4 的平行板电容器这个特殊情况. 假定板的面积 A 足够大, 因此板的边缘端的作用

1) 式 (1-6) 以及下面的公式可用名义变量 x 写成

$$w = \int_{-\infty}^t p(x) dx$$

在一个方程式中用 $\dagger$ 表示两种事物会造成混淆.

可以忽略。设上板的电荷为 q ，板上的电荷密度是 q/A 。由高斯定律得到

$$q = \int_s \mathfrak{D} \cos \theta dS \quad (1-9)$$

其中 $\mathfrak{D}$ 是电通密度， dS 是面积增量， θ 是 $\mathfrak{D}$ 与 dS 之间的夹角。可以看到，对于平行板， $q = \mathfrak{D}A$ 。电通密度和电场通过方程式 $\mathfrak{D} = \epsilon E$ 联系起来，因此

$$E = \frac{q}{\epsilon A} \quad (1-10)$$

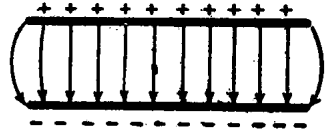


图 1-4 两个带电导体之间的电场线或“电力线”

电压可以用电场表示为 $v_{ab} = \int_a^b E \cos \theta dl$ 。对于平行板，这化简为 $v = Ed$ ，其中 d 是两块板之间的距离。这样我们得到

$$v = \left(\frac{d}{\epsilon A} \right) q = Dq \quad (1-11)$$

其中 D 定义为倒电容。 D 的倒数定义为电容 C 。式 (1-11) 可以用 C 表示成

$$q = Cv \quad (1-12)$$

因此对于平行板

$$C = \frac{\epsilon A}{d} \quad (1-13)$$

对于其它形状的导体， C 可以用类似的步骤来决定。在每种情况下， C 都是导体的几何形状和 ϵ 的函数。在式 (1-12) 中，如果 q 以库仑计， v 以伏特计，则 C 的单位是法拉（为了纪念法拉第），而 D 的单位是拉法*。量 C （或量 D ）能够表征被研究的系统并且得以写出 v 和 q 之间的简单关系式，这就是所谓的电路参数，这里就是一个系统的电容。

为了在一个电容系统中，求得电压和电流之间的关系，还要研究电荷和电流之间的关系，这由下列方程式给出

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-14)$$

如果系统中的初始电荷为 q_0 ，且电荷随时间线性增加，则任何时刻的电荷可以写作

$$q = q_0 + kt \quad (1-15)$$

电荷对时间微分可以求得电流，这给出电流值为

$$i = \frac{dq}{dt} = k \quad (1-16)$$

因此我们看到，系统的电流和系统的初始电荷无关。另一方面，如果电流已给定，我们对 $dq = i dt$ 积分，可以算出电荷。为了求出时刻 t 在板上的电荷，我们对这以前的全部时间求积分

$$q = \int_{-\infty}^t i dt \quad (1-17)$$

将积分分成两部分就可以把这个方程式写成另一种形式

$$q = \int_{-\infty}^0 i dt + \int_0^t i dt = q_0 + \int_0^t i dt \quad (1-18)$$

* 拉法的英文原文是 daraf，它是 farad（法拉）按英文字母反过来拼音构成的字。——译者注

在所得的这个结果中,我们注意 $t < 0$ 时的电流或与其等效的信息通常属于问题中的给定部分,而 $t \geq 0$ 时的电流是待求的未知量。实际上我们并不涉及时间间隔 $-\infty < t < 0$ 中的电流,这个电流的积分仅仅造成电容器极板上电荷的积累,因此,时刻 $t = 0$ 时的电荷是所有过去的电流造成的。这个常数用 q_0 来表示。

再回到关系式 $q = Cv$, 电压和电流由下述方程式联系起来

$$\frac{dq}{dt} = i = \frac{d}{dt}(Cv) \quad (1-19)$$

如果电容 C 不随时间(或电荷)而变化,则

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad (1-20)$$

然而,如果 C 不是常量而作为一个时间的函数而变化,电流必须由下面的一般关系式求得

$$i = \frac{d}{dt}(Cv) = C \frac{dv}{dt} + v \frac{dC}{dt} \quad (1-21)$$

类似地从方程式 $v = Dq$ 出发,可以求得

$$v = D \int_{-\infty}^t i dt = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt \quad (1-22)$$

在电容系统中,式(1-19)和(1-22)通过电路参数 C 把电压和电流联系起来。

例 1

图 1-5 (a) 的简图中示出两块板,其中的一块板由一个恒速电动机带动,因此两块板之间的电容按下式的方程式变化

$$C(t) = C_0(1 - \cos \omega t) \quad (1-23)$$

如果电池电位保持恒定为 V 伏特,可由式(1-21) 求出电流作为时间的函数

$$i = \frac{d}{dt}(Cv) = V \frac{dC}{dt} = \omega C_0 V \sin \omega t \quad (1-24)$$

电流随时间的变化如图 1-5 (c) 所示。

由关系式 $q = Cv$, 可以看到乘积 Cv 在瞬时中发生变化意味着 q 在瞬时中发生变化,这又意味着电流为无限大。如果考虑一个实际的系统,我们排除产生无限大电流的可能性。在第八章中我们将要修正在此约束下做出的结论,那时我们要研究一个数学上理想化的函数,它具有极短的持续期以及极大的幅度,这就是所谓的冲激函数。现在让我们考查由电流值是有限的假定得到的推论。设有时间间隔 $\Delta t = t_2 - t_1$, q 或 Cv 在这段时间中变化了一个有限的量如图 1-6 所示, Δt 不能为零。这样,如曲线 1 所示的 Cv 瞬时时间发生变化的情形被排除了。允许出现的 Cv 或 q 的典型变化如曲线 2 和 3 所示。

从另一条途径,电荷由式(1-18)给出为

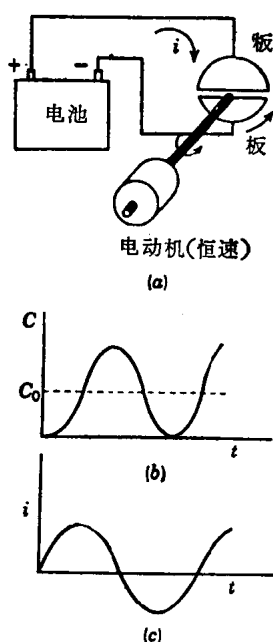


图 1-5 电动机带动电容器产生时变电容如图(b)所示,使得由电池流出的电流如图(c)所示

$$q(t) = q_0 + \int_0^t i dt \quad (1-25)$$

当 i 值有限时, 此式的积分部分不可能在零时间中达到一个非零的数值, 即

$$\lim_{t \rightarrow 0} \int_0^t i dt = 0, i \neq \infty \quad (1-26)$$

积分过程在图 1-7 中表示为许多无限小面积取和, 每块面积的高度为 i , 宽度为 dt . 对于任何一个待求和的小块面积, 从 $t = 0$ 到 t_1 的间隔必定大于 0.

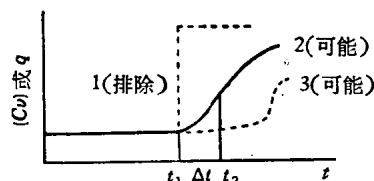


图 1-6 一个实际系统中 $C\nu$ 随时间变化的几种可能性

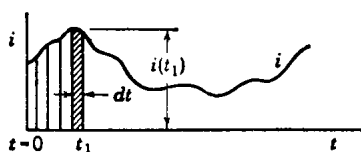


图 1-7 用无限小面积取和来解释由电流的积分得到电荷

这个数学方程式有助于设想在一个电容系统中, 电荷在零时间中增加或减小是不可能的. 然而, 无论电容还是电压都能在瞬时中发生变化, 只要这两个量的乘积保持不变, 即

$$C_1\nu_1 = C_2\nu_2 \quad (1-27)$$

其中下标 1 和 2 指的是相距为无限小的两个时刻(例如一个开关闭合以前和以后).

在大多数待研究的情况中, 网络的电容不随时间而变化. 在此条件下, 上述讨论简化为一个重要的结论, 一个电容系统的电压不能在瞬时中发生变化.

1-5 电感参数

1. 物理现象 奥斯特在 1820 年有一个重要的发现: 两个带电物体之间的作用力依赖于电荷的流动速度(电流). 在奥斯的实验中, 一个罗盘的指针由于出现载流导体而发生偏转, 这表明此效应与磁有关. 同一年, 安培测量了由电流造成的力, 并且把其间的关系用方程式的形式表示出来. 磁效应和两个带电体之间的作用力同样是一种“超距作用”. 这种“超距作用”是一个基本的观察事实, 它不是由其它知识推导出来的.

2. 场的解释 上述现象可以用每单位磁极在空间所有点上受到的作用力来说明. 奥斯特发现: 任一点受力的方向垂直于此点与载流导体构成的平面*. 借助于图 1-8(a) 的

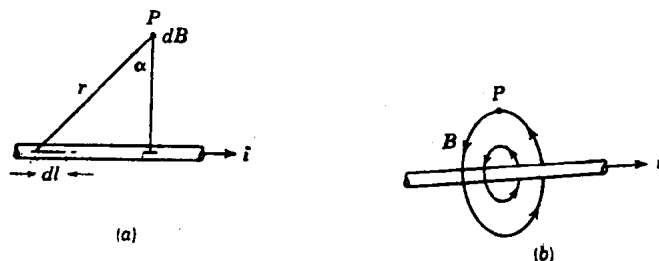


图 1-8 指明由式 (1-28) 决定 P 点的磁场所需的各个量

* 此句原文不确切, 译文已作修正. ——译者注

几何图形,安培用磁场密度 B 来表示每单位磁极所受的力,其值为

$$dB = \frac{\mu i \cos \alpha dl}{4 \pi r^2} \quad (1-28)$$

其中 μ 是磁导率,它是磁场存在于其中的介质的函数, i 是电流,以安培计,其它量在图中业已指明. 图 1-9(a) 所示为一载流导线的横截面. 由式 (1-28) 可知,与导线的距离相等的各点上磁场密度相等. 为了帮助理解概念,可以画出带有箭头的连续线条以指出 B 的方向,这就是磁场密度线或称为“磁力线”. 对于比图 1-9(a) 所示情形更复杂的几何形状,线的位置可以通过对式 (1-28) 求积分得到,或者通过在空间中逐点移动一个“点”磁极(如果它存在)用试验方法得到. 用一个磁罗盘可以近似地测出各点的方向.

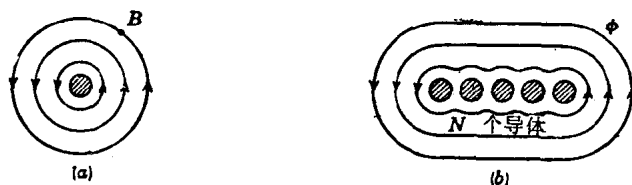


图 1-9 电流从纸面向外流时的磁场和磁通的习惯画法

有时用下面按积分式定义的磁通线来代替磁场密度线更为方便

$$\phi = \int_s B \cos \theta dS \quad (1-29)$$

其中 θ 是磁场密度 B 和积分面之间的交角*. 如果有图 1-9(b) 所表示的 N 条导线,每根导线中电流的方向是使各个磁通相加的,则可以说存在 $N\phi$ 条磁链¹⁾. 然而,如果 ϕ_1 条磁通线链接 N_1 条导线, ϕ_2 条磁通线链接 N_2 条导线,以此类推,磁链的总数可以由下面的代数和求得

$$\phi = \sum_{i=1}^n N_i \phi_i \quad (1-30)$$

假定所有的磁通线链接所有的导线,对式 (1-29) 作适当修正就可以得到磁链为

$$\phi = N \int_s B \cos \theta dS \quad (1-31)$$

下一个基本的实验发现为法拉弟带来了声誉. 法拉弟用在空间中靠近的两条导线做实验. 他发现一条导线产生的变化磁场在另一条导线上感应出电压. 产生变化磁场的方法有: (1)使导线在空间中移动; (2)使导线中的电流随时间而变化.

法拉弟不是用“超距作用”而是用磁链的变化来设想这种感应出电压的方法. 一条导线在磁场中的运动(如同在发电机中出现的情形)被设想为“切割磁通并且因而减少磁链”;在一稳定导线中感应出电压(如同变压器的情形)被设想为“磁链随时间而变化”所造成的. 这种图象对于形成概念是有帮助的,只是我们不要触及磁链的物理意义. 归根结底,这仅仅是说明超距作用的一种方法.

* 这个交角指的是 B 与积分面法线之间的交角. ——译者注

1) 为了讨论应用磁链概念时所遇到的问题,可以参见下面两篇经典文献, Joseph Slepian, “Lines of force in electric and magnetic fields,” *Am. J. Phys.*, 19, 87 (1951), 和 L. V. Bewley, *Flux Linkages and Electromagnetic Induction* (The Macmillan Company, New York, 1952; reprinted by Dover Publications, Inc., New York, 1964).

法拉弟定律是

$$v = k \frac{d\phi}{dt} \quad (1-32)$$

其中 k 是一个比例常数。在 MKS 系统中, 可以选择有关量的单位使 k 的值为 1。如果 ϕ 的单位是韦-匝, t 以秒计, 并且 $k = 1$, 则 v 的单位是伏特。

3. 电路的解释 为了推导上面第(2)小节所述的系统中电压和电流之间的电路关系, 我们从下面的法拉弟定律开始讨论

$$v = \frac{d\phi}{dt} \quad (1-33)$$

或用等效的积分形式

$$\phi = \int_{-\infty}^t v dt \quad (1-34)$$

顺便说一句, 注意这个表示式和用电流表示电荷的下列表示式之间的相似性

$$q = \int_{-\infty}^t i dt \quad (1-35)$$

比较这两个方程式可以看到 ϕ 相对于电压正如电荷相对于电流。现在磁链通过式(1-31)与磁场密度联系起来, 而磁场密度又通过式(1-28)给出的安培定律与电流联系起来。进行代换并且假定 i 能够从积分中移出¹⁾, 我们得到

$$\phi = \left[N \int \left(\frac{\mu \cos \alpha dl}{4\pi r^2} \right) \cos \theta dS \right] i \quad (1-36)$$

对于简单的几何形状, 上面的积分项可以用数学方法估算出来, 或者通过测量 ϕ 和 i 来求出它, 并且把它定义为电感参数(式电感系数)。如果 ϕ 和 i 是关于同一个物理系统的, 这个参数定义为自感, 用字母 L 来表示, 则

$$\phi = Li \quad (1-37)$$

然而, 当电流 i_1 在另一个电路中产生磁链 ϕ_2 时, 这个参数称为互感, 并且用 M 来表示, 则

$$\phi_2 = M_{21} i_1 \quad (1-38)$$

(请再次注意这个方程式和关系式 $q = Cv$ 之间的相似性)。将式(1-37)代入法拉弟定律的方程式就得到磁性电路中电压和电流之间的关系式

$$v = \frac{d}{dt} (Li) \quad (1-39)$$

(某些场合要用 M 代替 L)。如果电感不随时间而变化, 式(1-39)变成

- 1) 如果磁耦合系统是非线性的, 其中包含某些会产生饱和的介质, 我们可以说电路 k 中的磁链是所有其他链接电路中电流的函数

$$\phi_k = \phi_k(i_1, i_2, i_3, \dots, i_n)$$

由式(1-32), 第 k 个电路中的电压由法拉弟定律给出为 $v_k = \frac{d\phi_k}{dt} = \frac{\partial \phi_k}{\partial i_1} \frac{di_1}{dt} + \frac{\partial \phi_k}{\partial i_2} \frac{di_2}{dt} + \dots + \frac{\partial \phi_k}{\partial i_k} \frac{di_k}{dt} + \dots + \frac{\partial \phi_k}{\partial i_n} \frac{di_n}{dt}$ 在计算每一个偏微分项时, 所有其他电流保持恒定。这些项可以定义为电感系数, 因此电压

成为

$$v_k = M_{k1} \frac{di_1}{dt} + M_{k2} \frac{di_2}{dt} + \dots + L_{kk} \frac{di_k}{dt} + \dots + M_{kn} \frac{di_n}{dt}$$

其中 M 用来表示互感, L 表示自感。如果系统是线性的, 此式可简化为后面的式(1-51)。