

经济分析的数学方法

(苏) A. Я. 鲍亚尔斯基 主编

科学出版社

经济分析的数学方法

〔苏〕A. Я. 鲍亚尔斯基 主编

陈祖明 邱菀华 译

于东林 校

科学出版社

1988

内 容 简 介

本书系统介绍了主要的经济数学方法,内容包括部门间的平衡模型、固定资产再生产的数学理论、计算和分析生产效率的某些问题和排队论基础等等。本书论述严谨,深入浅出,明瞭易懂,并列举了大量的应用实例,有助于读者深入理解本书的内容。

本书可供大学应用数学系及经济系的高年级学生、研究生、教师参考,也可供有关研究人员、经济工作者及管理干部参考。

Под Редакцией А. Я. Боярского
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
АНАЛИЗА ЭКОНОМИКИ
Издательство Московского университета 1983

经济分析的数学方法

〔苏〕А. Я. 鲍亚尔斯基 主编

陈祖明 邱苑华 译

于东林 校

责任编辑 苏芳霞

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1988 年 1 月第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1988 年 1 月第一次印刷 印张: 5 3/4

印数: 0001—5,400 字数: 127,000

ISBN 7-03-000217-2/O·62

定价: 1.55 元

译 者 序

在我国，有关系统论述经济分析的数学方法内容的著作为数不多，而论述在社会主义计划经济中运用新数学方法的著作就更是凤毛麟角了。为了弥补这个缺陷，以适应我国经济学家、应用数学家和管理干部在科研、计划、经济、管理等各部门中进行理论探索 and 实际工作的需要，我们从众多的书中，选译了由经济学博士 А. Я. Боярский 主编的《Математические методы анализа экономики》一书。

本书既简明扼要，又相当完整。它立足于经济学中最基本的知识，列举了大量的苏联社会主义经济建设中的实例，又以近代运筹学的观点统贯全书。因此，我们认为这是一本经济数学界中难得的好书。

为了方便读者，我们将原文注释中所引俄文版马列主义经典著作的页码，都附上了相应的中文版页码。对书中明显的错误，也作了更正，并加有译者注予以说明。

由于我们才疏学浅，译文中难免有不确切和错误之处，祈望专家学者等不吝指正，将不胜感激。

译 者

1987年2月于北京

前 言

本书向广大的经济工作者介绍经济分析的数学方法。内容侧重于平衡表的计算、生产效率的分析、劳动的测定。它要求读者掌握最简单的矩阵计算方法，了解无穷小分析的一般概念和概率论原理，并具有足够的统计知识。所谈的方法用大量简单的数字实例加以说明，大部分实例在许多章节中可通用。

经济学中的数学方法用于三个方面：理论分析（如马克思的《资本论》）；对实际统计数据进行分析（如苏联中央统计局部门间的决算表）；计划工作与管理（如部门的自动化系统）。本书的内容就是把经济数学模型用于统计学。一方面，它当然要求对这些模型进行经济理论上的论证，因而与上述第一方面有关（在第五章和第六章中尤为明显）。另一方面，它应该满足计划工作和管理的需要，这就把它同第三方面联系起来（在第八章中特别明显）。各章所用的表示某个数值的符号通常都保持一致。相对数值（如单位产品的相对数值等）通常用小写字母表示，而汇总的绝对值则用大写字母表示。但当这种表示法与文献中的习惯用法不一致时，我们放弃前者（例如，不能把字母“ c ”，“ v ”，“ m ”写成“ C ”，“ V ”，“ M ”）。除特殊情况外，矩阵和向量用黑体字母表示（见正文中有关矩阵或向量的描述）。

各章作者：

第一、五章：经济学博士 М. Г. 谢波诺夫 (М. Г. Щепинов)。

• • •

第二、三、四、六、七章：经济学博士 А. Я. 鲍亚尔斯基 (А. Я. Боярский). 第八章：В. В. 伊万诺夫 (В. В. Иванов).

第九章：经济学副博士 Л. А. 卡拉谢娃 (Л. А. Карасева).

目 录

前言.....	v
第一章 关于数学在经济分析中的应用.....	1
第二章 部门间平衡的静态模型.....	14
第三章 固定资产再生产的数学理论.....	29
第四章 部门间平衡的动态模型.....	46
第五章 扩大再生产的数学分析.....	62
第六章 完全劳动消耗量的计算.....	83
第七章 生产效率分析中的数学方法.....	107
第八章 最优化问题.....	131
第九章 排队论.....	144
§ 1. 排队系统的基本要素	145
§ 2. 输入流和服务时间	148
§ 3. 损失制排队系统	156
§ 4. 等待制排队系统	165
参考文献.....	172

第一章 关于数学在经济 分析中的应用

在马克思和恩格斯的著作中，始终十分重视经济分析的数量方面，这一点在马克思的《资本论》中尤为突出。在《资本论》里，资本主义生产方式的所有规律和范畴，既有质的、逻辑上的规律性，又有量的规律性。马克思的这部主要著作的特点是拥有大量的数字计算。有人认为马克思的《资本论》没有超出初等数学的范围，这是不对的。《资本论》中应用了高等数学的原理。只要想到《资本论》第三卷研究的利润率、剩余价值率和资本有机构成之间的依赖关系，就足以说明这一点。在那里，马克思实际上提出了与高等数学中常用的对多变量函数进行分析同样的方法。马克思提出或使用的高等数学方法不完全是以数学公式形式表现的。众所周知，数学分析的方法并不仅限于建立数学公式。有些函数很难用数学公式表示，却可以用文字来描述。这种情况在对经济关系作数量分析中比纯数学中更常见。

马克思指出，数学应该在经济过程和经济现象的分析中起特殊作用。他在1873年5月31日给恩格斯的信中写道，他打算以不规则的曲线形式描述价格、贴现率等上升和下降的变动，据此用数学导出危机的主要规律¹⁾。

马克思对经济体系运用了数学模型的方法，首次建立并科学地论证了国民经济模型——社会扩大再生产图式，以数

1) Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 33, с. 71—72. (中文版:《马克思恩格斯全集》,人民出版社,1971年版,第33卷,第86—87页。)

字实例的形式对它们加以说明。这样表示的图式，实际上丝毫也没有贬低它们对数学分析的意义。数字描述容易转换成代数形式，这就展示了用高等数学的最完善的方法（例如，微分方程的方法）对社会扩大再生产的结构和发展趋势进行数量分析的广泛可能性。

马克思很重视数学，把它看作科学分析和科学认识的最完善方法之一。他的遗著中记有关于政治经济学摘录的最早笔记本里，就有他的最初的数学研究痕迹。后来他继续从事这些数学研究。在1860年11月23日给恩格斯的信中，马克思说：“写文章现在对我来说几乎是不可能了。我能用来使心灵保持必要平静的唯一事情，就是数学。”¹⁾

马克思首先感兴趣的是在政治经济学中要用的数学，但他很注意数学的哲学和理论基础。在生命的最后几年中，他搞的数学研究特别多。1968年还用俄文出版了马克思遗著中的《数学手稿》一书。

列宁对在经济科学中应用数学给予了很高的评价。他写道，经济学研究中应用数学，首先同社会生产力的发展、同加速技术进步有关，并且将用得愈来愈多。同时，他反对在社会科学中形式主义地利用数学，反对定量分析与定性地研究事物或现象的本质相脱离。在《唯物主义和经验批判主义》一书中，列宁举了“经验批判主义者”在哲学体系中形式主义地使用数学的例子，并指出，在这些体系中物质消失了，剩下的仅有方程式。列宁预见到在经济研究中运用数学方法的困难。他指出，为了在任何其他的科学中成功地运用数学，必须使这门科学发展到足以将其划分成能作为计算对象的相当单一和简单的成分的阶段才能实现，这一点具有很大的意义。

1) Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 30, с. 88. (中文版:《马克思恩格斯全集》，人民出版社，1971年版，第30卷，第112—113页。)

在经济科学中,由于它的研究对象本身(社会关系及其表现形式)的复杂性,要解决计算单位的单一性及其可测性问题,比在自然科学中更困难。这就导致了利用复杂的统计方法对经济指标进行计量和估算的必要性,有时也导致了这些指标本身的某种假定性,以及不能充分确定经济现象变化的水平和速度。对一种经济现象往往同时利用一系列经济指标。例如,为了确定工业企业的产量,要利用商品产值指标、已销售产品指标、实物计量和标准实物计量指标、净产值指标、标准净产值指标、定额净产值指标,等等。

在自然科学中,各种被研究对象之间的数量关系在数学上可以通过变量和常量来表示,也可以利用实验室里的实验结果彻底研究这些相互关系。在这些实验中,能够消除其他因素的影响,比较理想地从所选定的研究因素中区分出每个因素的作用。

在经济科学中,不存在进行实验室实验的可能性,影响所研究的经济现象(用适当的指标表示)的因素的数量通常相当多,并且不总是能够被确定的。例如,很难确定影响纺织工业任何一个联合公司所有企业的劳动生产率水平的全部因素,所以只挑选一些基本的、主要的因素,这就影响到研究结果的精确度。要分别确定各因素的影响并非易事,例如,很难确定,企业产量的增长,在何种程度上靠劳动强度的增加,在何种程度上靠技术手段的改善。所有这些使人们难于检验经济科学中的科学假设,难于对经济规律和经济范畴作明确的量的规定。

研究经济现象时存在许多相互联系的因素,这使具体条件下的经济指标间的相关性具有了一种交互联系的形式。这些相关性的数学公式较复杂,而相应的数学变换就更复杂。这是在经济研究中应用数学方法的另一种困难。

研究者用数学方法分析经济过程及其发展中的现象时，必须考虑到，客观经济规律不是永恒的，它们同社会生产关系和条件的变化一起产生、变化和消亡。可以说，客观经济规律和它们的形式变化比由于条件变化而引起的自然规律的变化更迅速。客观经济规律的变态可能在同一社会经济形态的范围内发生。自然界的规律则不同，例如，物理规律就具有很大的稳定性，它能在相当长的时期内保持不变。

用数学和统计学的手段对经济规律进行定量描述，要求利用更复杂的数学工具，并且在大多数情况下是一项比定量描述自然规律更为复杂的任务。

在经济学中应用数学方法做具体计算时，不得不利用统计资料作为要研究的量的具体数据来源。这与直接参与经济实践有很大关系。研究者不仅始终有建立充分描述某个经济体系或过程的经济数学模型的任务，而且还有用实际资料充实它，使这个模型具体化的任务。组成模型的一系列数学公式和图式要以理论经济关系为依据，有明确的数量关系，且结构正确；建立这些数学公式和图式，是经济数学研究所必需的重要阶段。但是，收集科学统计信息，对它进行加工和汇总，以便获得构成模型的数学公式系统的参数，用统计材料充实这些公式并给它们充实以经济内容，这也是一个很重要的阶段。没有这些，数学公式和模型可能会毫无用处。

因此，研究者面临着经济统计资料本身的特点带来的困难。反映经济系统（企业、部门等）的存在和发展条件的经济统计资料，会随着这些条件的变化而改变，有时现有的资料对经济数学模型中的参数计算来说很快成为过时的、无用的东西。甚至经常在汇总统计资料 and 为了获得经济数学模型的必要统计参数所进行的计算工作结束以前，其中一些参数已经由于它们赖以确定的经济和技术条件发生变化而改变了，

以至使人们对它们在实际计算中的应用产生了怀疑。必须考虑到在信息的统计观察和收集时期与其在经济数学模型的应用时期之间经济参数和指标的变化，这是在进行经济数学研究时产生的另一方面的困难。

经济数学问题的研究者如果仅仅限于编制模型就中途止步，那只能说是走了一半路程，这一半工作还不是最困难的部分，繁重而麻烦的统计工作是确定模型参数的值所必须的，它在经济数学的研究中常常是一种障碍。预先进行的统计工作与有时要在全中国范围内收集整理统计的资料有关，并且同使它具有能应用到数学结构中去的形式有关，这项统计工作的繁重性大大增加了进行经济数学研究的复杂性，而这是不能忽视的。

从以上的论述中决不能得出结论说，在经济现象和经济过程的研究中应用数学，是一件没有什么前途和有争议的事情。

毫无疑问，应用数学有助于经济理论、部门经济学、统计学和计划工作的发展，并在解决与改进生产的组织和利用生产资源有关的实际经济任务时带来很大的经济效益。综上所述可以得出结论，经济学是数学应用的艰难领域。这在某种程度上说明了一个事实，即尽管经济数学方法得到普遍承认，它们应用到经济和计划统计工作的实践中去的速度暂时却还相对地比较慢。

经济数学家对经济问题和经济关系进行定量分析的兴趣有很长的历史。

卡尔·马克思曾高度评价资产阶级古典政治经济学先驱者 W. 配弟 (W. Petty)，在他的著作《政治算术》中非常注意经济现象和经济过程的定量分析方面。著作的名称本身已经证明了这一点。卡尔·马克思称他为资产阶级政治经济学之

父和统计学的创始人。马克思看到他使经济学过渡到定量分析的显著功绩。其次,还必须指出创立经济表的 F. 魁奈 (F. Queshay)。经济表试图用经济数学模型来描述作为统一整体的社会产品再生产的全过程。卡尔·马克思高度评价了这项工作。

经济现象和经济过程的定量分析,在资产阶级政治经济学经典作家 A. 史密斯 (A. Smith) 和 D. 李嘉图 (D. Ricardo) 的著作中也占有很重要的地位。

在十九世纪的资产阶级政治经济学中,与其他学派存在的同时,还形成“资产阶级政治经济学中的数学学派”。这个学派的代表人物 A. 库尔诺 (A. Cournot)、W. 杰旺斯 (W. Jevons)、埃吉旺特斯 (Edgeworth)、瓦利拉斯 (Walras)、卡塞尔 (Cassel)、德米特里耶夫 (Дмитриев)、帕雷托 (Parato) 等人,在自己的著作中广泛应用数学方法,作为理论描述的工具和对经济现象及过程进行分析的手段。这些经济学家关心的主要是市场的行情问题,他们力求首先认识并从数量上描述资本主义市场上自发形成的商品价格的运动规律,用数学方法寻求价格、需求、产量、商品存储量变化的函数关系。在他们的一些著作中,很重视探讨资本主义社会生产经济体系结构的稳定性问题,即总平衡问题。

边际效用理论基本上是该学派代表人物的数学图式和构成的理论基础,他们试图发展这一理论的定量方面。由于理论基础的缺陷性和当时经济分析中所知道的数学方法的局限性,该学派的经济学家们在经济数学问题中所取得的成绩和该学派对发展资本主义经济理论的贡献,是微不足道的。不过,正是他们和英美学派的一些代表人物 [如 A. 马歇尔 (A. Marshall)], 首先提出了现在经济计量学家所研究的经济问题。

资本主义经济体系矛盾的加剧,资本主义的总危机,资本主义发展中国家垄断趋势的加强,资产阶级意识形态(其中包括资产阶级政治经济学)的危机,决定了经济计量学的产生。这就产生寻找能巩固资本主义社会经济制度的新意识形态、政治和组织技术的迫切需要。

在这些条件下,论证国家必须干预资本主义经济自发发展过程的经济理论,在资产阶级政治经济学中被提到首位。对论证有关国家垄断措施的数学和统计学手段的兴趣提高了。在帝国主义时代,十分重视改善组织劳动和生产的新方法、新管理方法。这也促进了经济统计和经济数学研究的加强,这些研究的目的是获得能直接用于生产的成果。

需要获得更广泛的学术资料,讨论这些研究方法和结果,并在学者之间建立更紧密的联系,这是1930年在美国建立以耶鲁大学为中心的国际经济计量学协会的直接原因。从1933年1月开始,这个协会出版了专门的杂志《经济计量学》,该杂志发表最优秀的理论和应用方面的经济数学、经济统计学论文。至此,把经济理论、数学(在经济分析中的应用部分)和统计学统一为整体的一门新科学——经济计量学宣告诞生。

资产阶级经济学家,对经济计量学的定义、特点和研究对象问题的意见尚不统一。给经济计量学下的最早定义之一是R. 弗里希(R. Frisch)。他是最著名的经济计量学家、诺贝尔奖金的获得者、国际经济计量学协会的创始人之一。在《经济计量学》杂志的第一期中,他给经济计量学下的定义是,把统计学方法、经济理论和数学联合成整体的强有力的方法。但他却根本未谈到在哪些条件下、哪些限度内,以及怎样才能取得这种联合。

我们再引用美国杰出的经济计量学家、“投入-产出”法

的创始人 B. B. 列昂惕夫 (B. B. Леонтьев) 的定义: “经济计量学是一种进行经济分析的专门方法, 它将经济学理论用精确数学符号表示, 对凭经验观察到的经济现象, 用确切的统计学方法加以解释。”¹⁾

在这里经济计量学被看作一门方法论的科学, “特殊型的经济分析”, 这种经济分析把统计学方法、经济理论和数学联合为统一整体。

在国外的文献中, 除经济计量学外, 还可能遇到另外一个术语——数理经济学。它包括一整套抽象的理论经济数学模型, 而没有考虑模型中的参数在统计上的具体化。建立这些模型的目的是在经济理论分析中从事数量方面的研究, 是数学学派传统的发展, 在现代资产阶级政治经济学中占重要地位。“数理经济学”这一名称本身就说明, 这是试图以经济数学模型序列的形式阐述资产阶级政治经济学的理论和定理, 用数学外衣装点资产阶级政治经济学。理论经济性的主要经济数学模型的最完整的汇编是 R. 阿连 (R. Allen) 的《数理经济学》一书, 它已被译成俄文。

可以指出经济计量学著作的一些特征, 这些特征把经济计量学的著作作为一个特殊的科研领域区分出来。这些著作的特征是在阐述资料的形式本身时, 就广泛地利用数学符号和逻辑数学结构。

数学和统计学方法主要应用于凭经验确定规律性和从统计上检验经济理论。为此, 使用了丰富的统计资料, 并利用统计方法对它进行加工和分析。从而在经济分析中, 往往把关于数量方面的概念提到首位, 而忽视了定量的抽象理论分析和逻辑经济分析。

1) Leontief W. *Econometrics A survey of contemporary Economics* Toronto, 1949, p. 338.

盲目崇拜没有预先进行充分细致的理论论证而获得的经验主义的统计规律,而有时又完全否认先验的经济理论,否认基本理论问题的抽象逻辑解法,这是经济计量学著作中常见的现象。在进行定量分析的完善的数学和统计学方法与带有辩护性质却不反映真实经济过程的、站不住脚的经济理论之间存在着不相适应的情况,这是经济计量学家对经济理论本身持怀疑态度的内在原因。这反映了整个资产阶级政治经济学的危机,决定了它不能为经济分析提供有效的科学理论基础。

经济计量学家继承了资产阶级政治经济学中数学学派的传统,研究需求问题、在资本主义市场上自发形成的价格运动问题。为此,他们建立了经济数学模型,研究和引进对它们进行统计的指标,并确定价格变动对消费者的收入结构、需求的总量和结构、存货和生产的变化的依赖关系。在这类旨在认识市场价格运动机制的著作中,问题的纯数量解释通常占优势。在这种情况下,商品销售量问题的现实社会经济矛盾被掩盖和抹杀了。对价格形成规律的数量分析方面的研究,不是建立在劳动价值论的基础上,而是建立在供求平衡的基础上。对问题的纯数量观点不满意的计量经济学家试图依据各种各样的价格和市场平衡的观念。例如,М. 图甘-巴拉诺夫斯基 (М. Туган-Барановский) 试图使劳动价值论与边际效用理论并行不悖。所有这些研究统称为“需求-分析”。

某种商品供求的变化和它的价格,有赖于其它各种商品的供求和它们的价格,如果后者在个人消费和生产消费中能代替前者,情况更是如此。所以,必须对国民经济中大量相互关联商品的需求量问题进行研究,这将导致分析国民经济商品部门的结构。这种结构的新经济分析方法,即 В. В. 列昂惕夫的“投入-产出”系统的著名方法得到了广泛的推广。在

这种方法中，最终需求的部门结构被当作初始的起点。相当多的经济计量学著作完善了这一方法，并在应用经济研究中使用这个方法。各种国家计算系统也与它有着密切的联系，这些系统旨在描述统一的国民经济综合体中的一切财政信贷量、货币量、商品物资流通量和各类劳务量。B. B. 列昂惕夫模型的优点在于，它指出各生产部门的相互关系。在这方面，它可以看作是苏联统计学研究的发展，1923—1924 经济年度的国民经济平衡表充分体现了这一点¹⁾。

一部分经济计算学著作专门分析行情周期进程中增长速度的波动及其各种经济指标，这实际上也与社会总需求和它在动态计划中的变化有关。

大部分经济计量学著作论述改善资本主义企业或企业联合体的组织和生产管理。这些著作同寻求运筹学、最优决策的数学理论、最佳规划的各种方法的新应用领域有关，或者进一步研究这些方法本身，它们在经济计量学著作中占有特殊地位。有时统称为“微观经济分析”，即对小经济体系（生产工段，车间，资本主义企业或它们的联合体）进行分析，而不同于宏观经济分析——对大经济体系（地区经济综合体，国家的部门或国民经济）的分析。

与微观经济分析有关的著作，比资产阶级经济理论对资本主义制度的辩护性联系要小得多，它们主要具有技术经济方面的数学和统计学研究的性质，指望在改善组织和生产管理中直接获得实际结果。

苏联经济学家注意到这些著作，在《统计学通报》编辑部于 1959 年举行的会议上确认，经济计量学是资产阶级政治经

1) Баланс народного хозяйства Союза СССР 1923/24 г. Под ред. П. И. Попова. М., 1926. (П. И. 波波娃编: <1923—1924 年度苏联国民经济平衡表>, 莫斯科, 1926 年.)