

# 现代逻辑基础

金守臣 编著

山东大学出版社

# 现代逻辑基础

金守臣 编著

山东大学出版社

**现代逻辑基础**

金守臣编著

\*

山东大学出版社出版

山东省新华书店发行 寿光县印刷厂印刷

\*

787×1092毫米 32开本 6.5印张147千字

1987年8月第1版 1987年8月第1次印刷

印数：1—10,000册

ISBN 7—5607—0034—9/B·5

统一书号：2338·14 定价：0.98元

# 前 言

普及现代形式逻辑基础知识，深入研究现代形式逻辑，是当前为加强我国的基础学科建设，特别是为实现我国形式逻辑教学与研究的现代化，所必须完成的基本任务之一；而编写一本合宜的现代形式逻辑基础教材，也自然更有当务之急！

鉴于国内目前尚少现代形式逻辑基础读本，作者不揣浅陋，仅以此书概述现代形式逻辑的基础知识，作为引玉之砖，敬献读者。

本书是依据作者在1980—1982两年间，先后于美国普林斯顿大学和哈佛大学留学时的学习与研究心得，以及近几年为山东大学哲学系本科学生任教现代形式逻辑的教学实践，在修正、增删拙编讲义的基础上编写而成。在编写中，作者着重参考了美国哈佛大学奎因(W·V·Quine)教授的《基本逻辑》(Elementary Logic)，哥伦比亚大学布雷南(J·G·Brennan)教授的《逻辑手册》(A Handbook of Logic)，内华达大学哈伯斯泰德教授的《符号逻辑导论》(An Introduction to Symbolic Logic)，海外牟宗三教授的《理则学》，国内莫绍揆教授的《数理逻辑初步》，王宪钧教授的《数理逻辑引论》等名著，特借此一并致谢。

限于编者水平，又加时间仓促，其中定有不少不妥或错误之处，敬请专家及读者指正。

山东大学哲学系 金守臣  
一九八六年六月

# 目 录

<b>第一章 导论</b> .....	( 1 )
第一节 什么是现代形式逻辑.....	( 1 )
第二节 为什么要学习现代形式逻辑.....	( 6 )
<b>第二章 自然演绎</b> .....	( 11 )
第一节 概述.....	( 11 )
第二节 假言(蕴涵式)论证的有效形式.....	( 14 )
第三节 选言(析取式)论证的有效形式.....	( 18 )
第四节 联言(合取式)论证的有效形式.....	( 22 )
第五节 否定式论证的有效形式.....	( 23 )
第六节 全称量化论证的有效形式.....	( 26 )
第七节 特称量化论证的有效形式.....	( 33 )
<b>第三章 命题演算(上)</b> .....	( 40 )
第一节 概述.....	( 40 )
第二节 命题演算的基本概念.....	( 42 )
第三节 复合命题的形式与真假.....	( 47 )
第四节 真值函应.....	( 50 )
第五节 真值表.....	( 55 )
第六节 重言式与矛盾式.....	( 63 )
<b>第四章 命题演算(下)</b> .....	( 70 )
第一节 公理系统和形式系统.....	( 70 )

第二节	命题演算的初始符号与规则·····	( 72 )
第三节	命题演算的定义、公理与定理·····	( 78 )
<b>第五章</b>	<b>谓项演算(上)——类演算·····</b>	<b>( 85 )</b>
第一节	概述·····	( 85 )
第二节	类演算的基本概念·····	( 87 )
第三节	类演算之文氏(Venn)图解·····	( 96 )
第四节	类演算的基本公设、定义与推演规则···	(100)
第五节	类演算定理的推演·····	(102)
第六节	类演算与古典逻辑的形式化·····	(108)
<b>第六章</b>	<b>谓项演算(下)——谓词演算·····</b>	<b>(115)</b>
第一节	概述·····	(115)
第二节	谓词演算的基本概念·····	(117)
第三节	谓词演算的命题形式和推理形式·····	(128)
第四节	谓词演算的公理系统·····	(134)
第五节	公理系统的相容性、完备性性和独立性·····	(142)
<b>第七章</b>	<b>形式化证明(上)</b>	
—	演绎证明中的定义与逻辑等值·····	(145)
第一节	定义及其运用·····	(145)
第二节	逻辑等值·····	(151)
第三节	逻辑等值在有效证明中的运用·····	(155)
<b>第八章</b>	<b>形式化证明(中)</b>	
—	真值表验证·····	(161)
第一节	有效性之真值表验证·····	(161)
第二节	真值表之归谬法验证·····	(163)
第三节	相容性之真值表验证·····	(169)

第四节	量化论证之真值表验证	(173)
<b>第九章</b>	<b>形式化证明(下)</b>	
——	条件有效证明与间接证明	(176)
第一节	条件有效证明	(176)
第二节	间接有效证明	(179)
第三节	量化论证之条件与间接验证	(183)
<b>第十章</b>	<b>现代形式逻辑的历史发展</b>	(187)
第一节	初创阶段	(187)
第二节	全面确立时期	(193)
第三节	理论的扩展、深化阶段	(195)
<b>后记</b>		(199)



# 第一章 导 论

## 第一节 什么是现代形式逻辑

逻辑是关于推论与推理的思维科学。

形式逻辑乃是从思维的形式结构研究有效推理的规律与规则的思维科学。

现代形式逻辑则是运用符号，借用数学方法以研究演绎推理和演绎证明等问题为主的思维科学。自然演绎、类演算、逻辑演算（命题演算与狭谓词演算）当为其基础部分。

相对于自然语言形态的古典逻辑，现代形式逻辑乃为人工语言形态的符号逻辑。本质地讲来，现代形式逻辑即符号逻辑。

符号是表示或代表一定观念或事物的外在物质形式。如词是观念的符号，语言是思想感情的符号。

符号在数学领域的进展最为显著，也最具代表性。如阿拉伯数码的应用固然是一大进步，但它仅代表数字，却未能代表事项。直到代数的产生，符号才在数学领域获得了飞跃的进展。X、Y、Z等虽是简单的拉丁字母，然而在运用到代数领域却被赋予一番新意。

逻辑学自亚里士多德就采用了一些字母符号，之后人们更习用S、P、M分别代表主项、谓项、中项。但实质上，

这仅只是缩写，只能代表语法上的意义，而未能体现符号的真正功能。况且古典的亚里士多德逻辑更很少采用符号。

应当指出，大量采用符号乃是现代形式逻辑的本质特征之一。现代形式逻辑不仅变项采用符号，而且作为逻辑联结词的常项也借用符号；不仅词项用符号表示，而且命题及推理形式也都用符号表述。

同时，采用符号也是现代形式逻辑进一步形式化发展之所必须。不借用符号，现代形式逻辑就不可能真正借用数学方法，就不可能把自然语言形态的推理转化为代数式的演算，就不可能建构形式化的公理体系。

如前所述，古典形式逻辑乃以自然语言为主要表述手段。但实践证明，自然语言却并非是表达思维的理想工具。无论中外文的字句，都有许多多义的、模糊的、含有导人误解的成语、比喻、寓意等富有感情色彩的成分，如同遮掩思想的烟幕，而使人困惑难解。

而现代形式逻辑之所以有必要借用大量符号作为主要表述手段，其主要目的之一即在于廓清自然语言的烟幕而精确地显示思想的本义。因为人工符号不会产生歧义，不带感情色彩，不易引起误解。这样，在进行推理时，就可把符号看作机械式的工具，只遵循符号体系本身的规则（形成规则、形变规则）而不必具体考虑符号原所代表的思想，而准确、简便、迅速地进行推论演算。正如《数学原理》的作者之一怀特海（Whitehead）所曾指出的：“借助符号的运用，我们可以单凭眼睛将种种命题作机械式的推论，否则就要运用我们头脑较高的智能了。根据这一观点，逻辑学并不发展思想的能力，而是发展种种的技术，使我们不必思考就能运用

它。”

由于符号逻辑只借符号本身，依据一定的规则研究其间的变化而将符号所可带有的含糊歧义，冗赘拖沓的语意解释以及可能牵涉的逻辑以外的影响（如语法特质、社会伦理、政治因素、文化传统、感情色彩、褒贬含意等）减到最小，就如同世界各国并立，语文分殊，但音乐的五线谱、化学的方程式却是超国界的。因之人们公认这样的逻辑符号才是理想的、普遍的、精密的、纯粹无染的、专业的逻辑语言。而符号逻辑作为一种最纯粹形态的逻辑，也自比古典逻辑更为精确、简明。为此，以符号形式代替所意谓的内容，以人工语言代替自然语言，也正是现代形式逻辑即符号逻辑与古典逻辑在表述形式上的实质差异。

就现代形式逻辑与古典形式逻辑的关系而论，现代形式逻辑是古典逻辑在近、现代发展的继续。其研究对象（有效推理的规律与规则）及基本规律都基本上与古典形式逻辑一致，而主要由借用符号，引入数学方法而使形式逻辑有更进一步形式化的发展。

至于现代形式逻辑与数理逻辑的关系，一般讲来，目前人们对数理逻辑的认识和理解有广义、狭义之分。狭义数理逻辑是指用数学方法研究数学中演绎思维和数学基础问题的学科，而广义数理逻辑则包括一切用特定表意符号和数学方法研究、处置演绎法则的理论。数理逻辑的发展表明，广义的数理逻辑一般说来即符号逻辑，即现代形式逻辑，而狭义的数理逻辑却日益发展为现代数学的一个分支。

一般认为数理逻辑分为五个部分，即逻辑演算、公理集合论、证明论、递归论和模型论。逻辑演算主要为关于命题逻辑

辑与谓词逻辑两个演算的公理化系统，是其它四大部分的理论基础；公理集合论主要为关于概念外延关系的逻辑理论，研究集合的性质及其运算等；证明论亦称元数学，是关于研究数学系统本身的相容性、完全性和判定问题等证明理论；递归论主要研究演绎推理的机械性问题，研究推理的机械性中的能行可计算的理论；模型论主要研究各种数学理论系统模型的建构、模型间的关系及模型与数学系统之间的关系等。

在上述构成数理逻辑的这五部分理论中，严格讲来只有逻辑演算部分是广义数理逻辑中纯逻辑的内容，是现代形式逻辑的固有内容之一，而其它四个部分则具有作为边缘科学的数学的逻辑即狭义数理逻辑的性质。而鉴于逻辑演算是其它各部分的理论基础，因之，在某种意义上，我们可以说狭义的数理逻辑乃现代形式逻辑（即广义的数理逻辑）在数学领域中的推广和运用。

至于现代形式逻辑的基本特征，我们知道，现代形式逻辑与古典逻辑的相同点是都从思维的形式结构方面研究演绎推理与证明；而与古典形式逻辑的不同点是，它同时还研究公理方法，并以公理方法为主要手段来建构和研究各种公理体系。而所谓公理方法，即从若干称为公理的未加证明、亦不必且不可能证明的初始命题出发，遵循特定的演绎规则，推导出称为定理的另一些命题从而构成称为公理系统的命题系统。至于数理逻辑，除一般的公理系统外，则着重研究数学的公理系统。

具体而言，现代形式逻辑的主要特征，一是在其理论的不同部分引入不同程度的数学方法，如代数方法、集合论

方法等；二是演算，即形式化的方法，正如数学演算那样，演算的规则仅只参涉符号的形状，而不参涉符号的含意，虽然其它逻辑特别是经院逻辑也用过形式化的方法，但只有现代形式逻辑才将之确立为逻辑方法的一般原则；三是与演算密切相关的形式体系的建构（如我们所知，古典逻辑乃借从普通语言的抽象概括出逻辑推理的规律与规则，而现代符号逻辑的进程则正相反，它首先建构纯粹的形式体系，而之后再寻求日常语言的解释，这种建构原则至少自布尔开始即为自觉的运用）；四是现代形式逻辑以特定的表意符号语言作为工具，而把公理系统变成形式化的理论体系，甚至常项也以人工符号表述，因之其表述手段的严密性、精确性自然是古典形式逻辑所远不能比拟的。而与以上几点密切相关，由于现代形式逻辑之非常形式化其公式（定理）之充实、丰多亦自必超过所有其它逻辑。①

据上述现代形式逻辑的基本特点，可见其实质之点在于仿效并借用数学方法。但应当指出，效法数学可有两种方式，一是逻辑学只采用数学的方法，而制定逻辑所特有的仿照数学样式的符号来表述概念和思维运算，并建立它的不依

---

①现代著名的逻辑学家路易斯(C·L·Lewis)亦曾列举过符号逻辑的三个特征：

第一，使用直接代表概念的表意文字或记号而取代直接代表声音、而间接代表概念的表音文字(例如“×”(乘号)，“?”(问号)是表记号，而一般文字“乘号”或“问号”却直接代表声音，而只间接代表意义)；

第二，演绎方法，以依据少数不证自明的公理(公设)，遵循少数规则推导出庞大的定理体系为其特色；

第三，使用具有一确定意义范围的变元。

赖于数学的系统；二是逻辑学直接地借用数学符号，而在建构逻辑系统时对于那些数学运算（如加法、乘法等）作相应的修改或给予新的解释。前者可称为严格意义的符号逻辑，似应为现代形式逻辑发展的主导方向；而后者，如布尔代数无宁为量代数在逻辑领域的运用。但在形式逻辑的发展史中，这两种方式却颇不易划分地密切交织在一起！

## 第二节 为什么要学习现代形式逻辑

我们之所以要学习现代形式逻辑，这乃是由古典形式逻辑的局限与现代形式逻辑的优越所直接决定的。

我们知道，现代形式逻辑乃是传统逻辑的内部矛盾发展与近、现代数学发展相结合的历史的必然产物！<sup>①</sup>

现代形式逻辑同其它各门科学一样，乃是适应社会实践的需要而产生，在科学新成就的推进下日臻完善而发展起来的。它的兴起主要来自两方面的推动：一是自近代以来，人们迫切感到古典逻辑的不足，迫切要求对古典的亚里士多德逻辑加以修正和改造；二是近代数学的发展，以及在对数学基础问题的研究中提出了大量与逻辑相关的问题，而对这些问题的解决客观上也必然促成现代形式逻辑的产生与发展。

首先，就古典形式逻辑的局限而论，我们知道，形式逻辑自亚里士多德奠基、创立后，经过古希腊亚里士多德学派，特别是斯多噶学派的补充，已成为独立的理论体系。但是，之

---

<sup>①</sup>参阅莫绍揆《数理逻辑初步》§1，上海人民出版社，1980年版。

后欧洲中世纪的宗教神学却又压抑禁锢了亚里士多德逻辑中寻求探索真理的活生生的内容而将之变成为经院哲学进行神学论证的工具。

当然，在这种意义下的古典逻辑在反映和表述实际思维推论方面早已不敷所用，其不足主要表现在以下几个方面：

第一，古典逻辑把命题都归结于直言主谓式语句。之后，再按质按量划分为A、E、I、O四种基本命题，而据以研究诸命题间及各种推理关系。因之，对于有两个或两个以上主项、谓项的关系语句，直言主—谓式语句不是无法表述就是表述得十分牵强。如“我爱祖国”被牵强地表述为“我是爱祖国的”，“甲大于乙”被表述为“甲是大于乙的”。而对于更为复杂的语句，当然就更无能为力。

第二，古典形式逻辑在归纳A、E、I、O四种命题间的真假关系时，不考虑存在问题。对于现实世界中不存在的理想事物和虚假事物都一概用直言式表述，并根据对当关系作出推理，而导致关于全称命题和特称命题在真假关系上的规律不能贯彻到底，下反对关系I、O同假和上反对关系A、E同真的谬误。

在逻辑史上，A、E、I、O之间所成立的对当关系乃建立在S类和P类都不空的假设上。如果S类和P类是空类，则问题就当别论。当S类是空类时，或者说当主项所反映的事物不存在时，SAP虽然可真，但SIP却不一定真。如“所有的独角兽都有一只角”真，但“有些独角兽有一只角”却为假。因之，当S类是空类时，SAP与SEP可以同真，且SIP与SOP可以同假。可见原有的对当关系除矛盾关系可依然存在，而上反对关系与下反对关系却都不能成立。

第三，古典逻辑把推理形式都局限于三段论，推崇三段论推理而忽视、贬低其它推理形式，特别是由忽视关系命题而忽略关系推理。

按照古典逻辑，每个三段论式必须有也只能有三个主谓式语句，其中两个为前提而一个为结论；同时，每个三段论必须有，也只能有三个名词，且结论句的主项叫作小项，结论句的谓项叫做大项，而只出现于两前提并在结论中消去的项叫中项。然而实践表明，这样的三段论式并不能包括日常所使用的各种推理形式。例如，我们经常进行如下推理：

a大于b，b大于c，所以a大于c。（甲）

在此，这三个语句都不是主谓式语句，而且可断定它不合三段论式的要求。因之它不是三段论式。

事实上，（甲）式的推理之为有效，乃是根据“大于”这个关系的“可传递性”，而并非借助于中项并根据古典三段论式的“曲全公理”（凡论谓全体者亦必论谓其部分）。

在逻辑史上，关系逻辑的奠基者德摩根(De Morgan)曾批评古典形式逻辑，认为全部亚里士多德逻辑不能证明，如果马是动物，则马的头是动物的头。虽然这一批评并不完全中肯，因为在亚里士多德逻辑中也确有一些关于关系逻辑的论述，但我们更应指出，德摩根的这一批评却也切中亚里士多德逻辑对于关系逻辑的忽视及三段论式推理之不足。因为，“如果马是动物，则马的头是动物的头”这一有效推论，的确是借三段论式所无法进行推断的。

第四，古典逻辑未从实质上研究量词。它虽曾对直言命题按量进行过分类而据此给量词以一定的地位，但古典逻辑



把单称命题在量上看作全称，对反映的对象是事物的一个类还是一个单独的分子不加区别。同时，由于古典逻辑仅限于主—谓式语句，且更由其实质上并无“变元”的概念，以致量词的作用受到极大的局限，大为减低而近于可有可无，从而只能认识量词的一些次要性质而不可能把握量词的实质。再者，古典逻辑对谓词的量化问题更完全忽略，从而也使推理的形式变换受到极大的限制（如限制换位等）。

第五，古典逻辑以自然语言为主要的表述推论的手段。而由自然语言所具有的如前所述的含糊、歧义、褒贬色彩等缺点，也自然使古典逻辑的推理难能达到理想的严密精确。

鉴于古典逻辑在上述几个主要方面的局限与不足，自然促使逻辑学家们迫切地希望革新古典逻辑，尤其是希冀借用更为严密精确的数学方法创立内容更为充实、更具普遍通用的符号逻辑，即现代形式逻辑。

至于现代形式逻辑之所以优越于古典逻辑的主要之点即在于：

第一，现代形式逻辑推理的范围较古典逻辑更为深广。现代形式逻辑能发古典逻辑之未发，能分析、判定、证明古典逻辑所不能解决的各种推理问题（如关系推理等）。

第二，现代形式逻辑由于采用表意符号，引用数学方法，因之，其分析、判定各种推理形式的手段较古典逻辑更为简捷，就如同初等代数远优于算术之解决四则应用问题一样。

第三，现代形式逻辑由其与现代科学特别是现代数学密切相关，而为现代科学的基础科学。它不仅是对现代哲学问