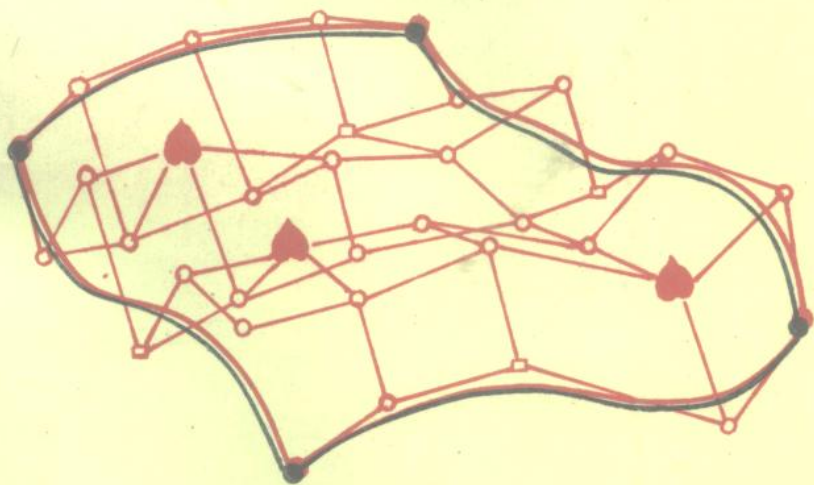


计算机辅助几何设计 与 非均匀有理B样条 (CAGD & NURBS)

施法中 编著



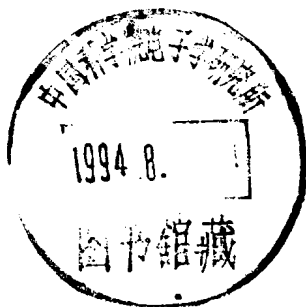
北京航空航天大学出版社

73.8721
368

计算机辅助几何设计 与 非均匀有理B样条 (CAGD & NURBS)

施法中 编著

国家自然科学基金资助项目



北京航空航天大学出版社

9410135

(京)新登字 166 号

内容简介

计算机辅助几何设计(CAGD)的核心问题是要解决工业产品几何形状的数学描述。本教材从形状数学描述的实际要求出发,以作为标准形式的参数曲线曲面基本理论为基础,重点介绍自八十年代中后期以来,在非有理贝齐尔方法与 B 样条方法基础上发展起来的,为 STEP 国际标准唯一采用的非均匀有理 B 样条(NURBS)方法,其中包括国际国内及作者的最新研究成果。本书特点是系统性、新颖性、强调几何与面向工程应用。本书可作为高等工科院校机机、CAD/CAM 专业研究生用教材,和供从事 CAD/CAM 及 CG 工作的广大科技人员参考

为便于本书教学,我社即将发行一套在 386 微机上运行的配合全书主要内容的教学表演软件。欲购者与北航出版社软件部联系。

- 书 名: 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条
(CAGD & NURBS)
- 编 者: 施法中
- 责任编辑: 韦秋虎
- 出 版 者: 北京航空航天大学出版社 北京市海淀区学院路 37 号
- 印 刷 者: 朝阳科普印刷厂
- 发 行 者: 新华书店总店科技发行所
- 经 售 者: 北京航空航天大学出版社发行科
全国各地新华书店
- 开 本: 850×1168 1/32
- 印 张: 16.75
- 字 数: 450 千字
- 印 数: 6000 册
- 版 次: 1994 年 2 月第 1 版
- 印 次: 1994 年 2 月第 1 次印刷
- 书 号: ISBN 7-81012-440-4/TP·098
- 定 价: 14.00 元

0110100

前 言

计算机辅助几何设计(英文缩写 CAGD)是一门迅速发展的新兴学科。自八十年代中期以后,国际上看准这一领域内最有发展前景的非均匀有理 B 样条(英文缩写 NURBS)方法。在对该方法的研究不断深入的同时,越来越多的商用 CAD/CAM 系统也在开发、扩充 NURBS 功能,迅速转化为现实生产力。国际标准组织(ISO)于 1991 年正式颁布了关于工业产品几何定义的 STEP 国际标准,把 NURBS 方法作为定义产品形状的唯一数学方法。

国际上对 NURBS 有突出贡献的皮克尔(Piegl)1991 年指出,“关于 NURBS 的出版物与基础研究落到了开发工作后面”。国内自苏步青与刘鼎元合著有影响的《计算几何》一书于 1981 年出版以来,尚缺乏能反映本学科十多年以来所取得的巨大进展,并适合工科院校使用的教材。出自工科院校机械 CAD/CAM 专业研究生教学需要,并以此带动本科生教学。同时,也为了满足公司、厂、所广大技术人员系统学习本学科特别是 NURBS 方法的需要。作者尝试编著并公开出版本教材。

考虑到入学研究生来源与基础有较大的差异,也考虑到作为本科生教学参考及公司、厂、所技术人员培训之用,本教材的编著力图做到以本科生为起点及具有研究生层次的深度与广度。

本教材主要介绍工业产品形状描述的数学方法。从主要面向工程应用出发,不以追求数学理论上严密完整为目的。为此,在选材中略去了所有繁琐的数学公式及其推导和证明,尽量提供读者既几何直观又简单实用的结果,便于掌握和推广应用。本教材作为多年来从事研究生的 CAGD 这门学位课的教学及对本学科学习与进行理论实际研究的总结,作者把它奉献给广大的读者,期望它能为本学科知识的传播普及、推广应用和发展起到一些推动作用。

吴骏恒教授引导我进入这一新领域,并放手让我承担本课程的教学与科研工作。主持开发以 NURBS 为数学基础的 PANDA 4 CAD/CAM 系统的唐荣锡教授给予作者许多指导及提出许多宝贵意见。本教材的编著也得到朱心雄教授和陈其明教授的热心鼓励、支持与帮助。清华大学杨小庆教授在百忙中认真审阅全书,肯定了本书具有系统性、先进性的特点,并提出宝贵的指正意见。应该特别提到的是,一些研究生敏锐地发现本课程教学内容中的某些错误与问题,使之得到及时更正与解决。作者借此机会向他们表示深深的谢意。

国家自然科学基金资助,如雪中送炭,为研究与出书提供了必不可少的条件。借此,向基金会致以由衷的感激。本教材得以正式出版,并以较快的速度和读者见面,这与北京航空航天大学与北航出版社的大力支持是分不开的。在此一并致谢。

由于作者阅历与水平有限,漏编一些重要内容及书中错误不妥之处,恐怕在所难免。敬请同行专家教授与广大读者不吝指正。

编著者 施法中
一九九三年十月

内容说明与教学实施

本教材是按作者现行的研究生该学位课教学大纲编著的。

绪论为本学科概貌与总纲介绍。第一章主要介绍必需的微分几何基础理论。第二、三章既作为独立方法介绍,对以后各章也带有一定的基础性质。第四—十一章介绍的贝齐尔—B样条—NURBS方法是本教材的主干与重点部分。其中穿插第五章几何连续性也是本学科内容的重要方面。第十二章孔斯曲面既有与NURBS不相容的成分,也有相容成分,是一种独特的构造曲面的方法。第十三章三边贝齐尔曲面片则是与NURBS完全不同的曲面定义方法,但又具有相当的实用价值。第十四章是NURBS曲线曲面到三参数实体的推广。每章末都附有复习思考与练习,可供读者复习参考用。

与一般基础课及本科生课程不同,在坚持必要的基础、突出重点与面向工程应用同时,应随时注意本学科领域迅速发展所取得的新进展。在教学过程中适时删略一些内容和增补有关新内容。

本课程一学年修完。教学全过程包括五个主要教学环节:讲课与双向交流的课堂讨论、自学、程序表演、大型作业与复习考试。由于本课程的特殊性,试图单纯依靠自学,会要付出加倍的代价。请学术造诣较深并对本课程教学有丰富经验的老师讲授,伴以课堂讨论和即时答疑,与自学相结合将会事半功倍。由于本课程实践性强,百闻不如一见,穿插于教学过程中大量的程序表演,将把理论与实际密切结合起来,是提高教学效果必不可少的有效手段。中期安排的大型程序作业,让您自己动手。书中介绍的一些程序有助于较快进入作业。凡经过认真完成大型作业的同学,都感受到巨大的收获。最后环节的复习考试将是对所学内容的全面总结、巩固与提高。

符号说明

$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{d}, \mathbf{p}, \rho$ 等小写黑体英文与希腊字母表示矢量。

\mathbf{ab} 表示两矢量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的数积。

$\overline{\mathbf{ab}}$ 一般地表示连接由两绝对矢量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 所表示两点的连线及长度, 特殊地还表示代数长。

A, B, AB 也依次表示 A 点, B 点, A 与 B 连线及长度。

在不致引起混淆的情况下, M, N, Φ 等表示矩阵, $\mathbf{T}, \mathbf{U}, \mathbf{V}$ 等表示节点矢量。

$\mathbf{p}(u), \mathbf{p}_-(u), \mathbf{p}_+(u)$ 分别表示参数 u 的矢函数及其左, 右极限。

$\dot{\mathbf{p}}(u), \ddot{\mathbf{p}}(u), \overset{(k)}{\mathbf{p}}(u)$ 分别表示曲线 $\mathbf{p}(u)$ 关于一般参数 u 的一, 二, k 阶导矢。

$\mathbf{p}'(s), \mathbf{p}''(s), \mathbf{p}^{(k)}(s)$ 分别表示曲线 $\mathbf{p}(s)$ 关于弧长参数 s 的一, 二, k 阶导矢。

$\mathbf{p}_u, \mathbf{p}_{uu}, \mathbf{p}_v, \mathbf{p}_{vv}, \mathbf{p}_{uv}$ 依次表示曲面 $\mathbf{p}(u, v)$ 关于参数 u 的一, 二阶偏导矢与关于参数 v 的一, 二阶偏导矢及混合偏导矢。高阶偏导矢符号仍按一般规定。

D_i, \mathbf{P} 分别表示矢量 \mathbf{d}_i, \mathbf{p} 的齐次坐标或带权矢量。

$\Delta u, \Delta \mathbf{p}$ 分别表示参数 u 和矢函数 \mathbf{p} 的增量。

$\Delta_i, \Delta_j, \Delta \mathbf{p}_i$ 分别表示 u, v 参数序列与矢量 \mathbf{p} 序列的一阶向前差分。即 $\Delta_i = u_{i+1} - u_i, \Delta_j = v_{j+1} - v_j, \Delta \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i$ 。

$\Delta^k \mathbf{p}_i$ 表示矢量 \mathbf{p} 序列的 k 阶向前差分。取递推定义, $\Delta^0 \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_i, \Delta^k \mathbf{p}_i = \Delta^{k-1} \mathbf{p}_{i+1} - \Delta^{k-1} \mathbf{p}_i$ 。

\triangleleft_u 关于参数 u 的一个分割 $u_0 < u_1 < \dots < u_n$ 。

目 录

前 言

内容说明与教学实施

符号说明

绪 论	(1)
§ 1 CAGD 的研究对象与核心问题	(1)
§ 2 形状数学描述的发展主线	(3)
§ 3 其它一些重要进展与趋向	(5)
§ 4 对于形状数学描述的要求	(7)
复习思考与练习	(11)

第一章 曲线和曲面的基本理论 (12)

§ 1 CAGD 中矢量若干问题	(12)
§ 2 曲线与曲面的参数表示	(14)
§ 3 曲线论	(17)
3.1 曲线的表示	(17)
3.2 曲线的切矢	(19)
3.3 切触阶的概念	(21)
3.4 曲线论的基本公式、曲率与挠率	(22)
3.5 曲线的几何特征	(25)
§ 4 曲面论	(27)
4.1 曲面的表示	(27)
4.2 直纹面与可展曲面	(28)
4.3 曲面上的曲线和曲面的度量性质	(29)
4.4 曲面的曲率性质	(30)
§ 5 曲线曲面表示的几何不变性	(33)
§ 6 参数化与参数变换	(36)
复习思考与练习	(40)

第二章 参数多项式插值与逼近	(44)
§ 1 基本概念	(44)
1.1 插值与逼近	(44)
1.2 多项式基	(45)
1.3 数据点的参数化	(45)
§ 2 多项式插值曲线	(50)
§ 3 最小二乘逼近	(53)
§ 4 弗格森参数三次曲线	(56)
4.1 参数三次曲线方程	(56)
4.2 参数三次曲线的几何特征	(59)
4.3 三次埃尔米特插值的域变换	(63)
§ 5 张量积曲面	(65)
§ 6 曲面数据点的参数化	(68)
§ 7 参数双三次曲面片	(71)
复习思考与练习	(74)

第三章 参数样条曲线曲面	(76)
§ 1 参数连续性	(76)
§ 2 C^1 分段三次埃尔米特插值	(77)
§ 3 参数三次样条曲线	(79)
3.1 参数三次样条曲线的提出	(79)
3.2 三切矢方程	(81)
3.3 边界条件	(82)
3.4 计算插值	(87)
3.5 样条曲线计算举例	(90)
3.6 参数三次样条曲线的类型划分	(92)
3.7 参数三次样条曲线的性质	(95)
§ 4 参数三次样条曲线的光顺性	(96)
4.1 曲线光顺性准则	(96)
4.2 光顺性分析	(98)
4.3 光顺问题处理	(102)
§ 5 弗格森样条曲面	(106)
§ 6 孔斯双三次样条曲面	(108)

§ 7 参数双三次样条曲面	(111)
7.1 参数双三次样条曲面方程	(111)
7.2 求解未知偏导矢	(111)
7.3 计算插值	(113)
7.4 参数样条曲面的光顺性	(116)
复习思考与练习	(118)
第四章 贝齐尔曲线曲面	(121)
§ 1 贝齐尔曲线及其性质	(122)
1.1 贝齐尔曲线方程	(122)
1.2 伯恩斯坦基函数的性质	(124)
1.3 贝齐尔曲线的性质	(126)
§ 2 贝齐尔曲线的线性运算	(128)
2.1 贝齐尔曲线的递推定义	(128)
2.2 贝齐尔曲线的导矢	(131)
2.3 贝齐尔曲线的分割	(133)
2.4 求点、导矢及分割的程序实现	(134)
2.5 贝齐尔曲线的任意分割	(136)
2.6 贝齐尔曲线的延拓	(137)
§ 3 贝齐尔曲线的升阶与降阶	(138)
3.1 贝齐尔曲线的升阶	(138)
3.2 贝齐尔曲线的降阶	(140)
§ 4 贝齐尔曲线的矩阵形式	(141)
§ 5 计算曲线上点串的增量方法	(144)
§ 6 贝齐尔曲线的几何特征	(147)
§ 7 张量积贝齐尔曲面	(151)
7.1 张量积方法	(151)
7.2 德卡斯特里奥方法	(153)
7.3 贝齐尔曲面的性质	(155)
7.4 偏导矢与法矢	(155)
7.5 退化曲面片与平移曲面	(157)
7.6 分割与升阶	(161)
7.7 贝齐尔曲面的矩阵形式	(163)

§ 8 贝齐尔多边形与贝齐尔网格的确定	(163)
8.1 一般的贝齐尔曲线拟合	(164)
8.2 特殊的贝齐尔曲线拟合	(165)
8.3 一般的贝齐尔曲面拟合	(168)
8.4 拟球面	(171)
复习思考与练习	(173)

第五章 几何连续性..... (177)

§ 1 参数连续的组合贝齐尔曲线	(178)
1.1 参数连续条件	(178)
1.2 C^1 二次与 C^2 三次样条曲线	(182)
1.3 参数连续性问题初析	(184)
§ 2 参数曲线的几何连续性	(185)
2.1 参数连续性问题再析与几何连续性的提出	(185)
2.2 几何连续的三次插值样条曲线	(188)
2.3 三次样条曲线光顾的新途径	(190)
2.4 参数曲线的几何连续性定义	(191)
§ 3 几何连续的组合贝齐尔曲线	(197)
3.1 两贝齐尔曲线 G^2 连续的几何关系	(197)
3.2 Gamma 样条曲线	(201)
3.3 组合贝齐尔曲线的 G^2 Beta 约束	(203)
3.4 Beta 样条曲线	(204)
3.5 挠率连续的组合贝齐尔曲线	(206)
§ 4 参数曲面的几何连续性	(211)
4.1 曲面的参数连续性及其问题	(211)
4.2 参数曲面的几何连续性定义	(213)
4.3 两贝齐尔曲面的 G^1 连接	(216)
4.4 带 n 面角点的贝齐尔曲面的 G^1 连接	(218)
4.5 两贝齐尔曲面的 G^2 连接	(223)
复习思考与练习	(226)

第六章 B 样条曲线曲面 I (228) |

§ 1 B 样条与 B 样条曲线的基本概念	(229)
-----------------------------	-------

1.1	B 样条曲线方程及其与贝齐尔曲线的比较	(229)
1.2	B 样条的递推定义及其性质	(230)
1.3	B 样条曲线的局部性质与定义域	(233)
1.4	B 样条曲线的其它一些性质	(237)
1.5	重节点对 B 样条与 B 样条曲线的影响	(238)
§ 2	B 样条曲线的类型划分	(241)
2.1	周期闭曲线与开曲线的统一表示	(241)
2.2	零次与一次 B 样条曲线	(244)
2.3	B 样条曲线按节点矢量分类	(245)
§ 3	均匀 B 样条曲线	(247)
3.1	均匀 B 样条基及矩阵表示	(247)
3.2	二次均匀 B 样条曲线	(249)
3.3	三次均匀 B 样条曲线	(251)
§ 4	准均匀 B 样条曲线	(253)
4.1	二次准均匀 B 样条曲线	(254)
4.2	三次准均匀 B 样条曲线	(255)
§ 5	分段贝齐尔曲线	(256)
§ 6	非均匀 B 样条曲线	(258)
6.1	节点矢量的确定	(258)
6.2	B 样条基及其导数计算	(264)
6.3	计算 B 样条曲线上点的德布尔算法	(265)
6.4	德布尔算法求 B 样条曲线的导矢	(270)
	复习思考与练习	(270)

第七章 B 样条曲线曲面 II (273)

§ 1	反算 B 样条插值曲线的控制顶点	(273)
1.1	曲线反算的一般过程	(273)
1.2	B 样条插值曲线节点矢量的确定	(274)
1.3	反算三次 B 样条插值曲线的控制顶点	(275)
1.4	与参数三次样条曲线的关系	(278)
§ 2	插入节点	(280)
2.1	插入一个节点	(280)
2.2	重复插入同一节点	(283)

2.3 进一步的结论	(284)
§ 3 B 样条曲线的升阶	(285)
3.1 问题所在	(286)
3.2 普劳茨方法	(287)
3.3 科恩—利切—舒马克方法	(289)
§ 4 B 样条曲线的节点消去与降阶	(292)
§ 5 B 样条曲线的分裂与组合	(293)
5.1 B 样条曲线的分裂	(293)
5.2 B 样条曲线的组合	(296)
§ 6 B 样条曲面及其正算	(298)
6.1 B 样条曲面方程及性质	(298)
6.2 B 样条曲面的正算	(300)
§ 7 B 样条曲面的反算	(302)
7.1 曲面反算的一般过程	(302)
7.2 双三次 B 样条插值曲面的反算	(305)
§ 8 蒙面法生成曲面	(307)
8.1 蒙面法设计 B 样条曲面	(308)
8.2 用投影曲线取代脊线的蒙面法	(311)
8.3 扫掠与摆转	(313)
复习思考与练习	(315)
CAGD 大型程序作业	(317)

第八章 有理 B 样条曲线曲面 I	(319)
§ 1 NURBS 方法的提出及优缺点	(319)
§ 2 三种等价的 NURBS 曲线方程	(323)
2.1 有理分式表示	(323)
2.2 有理基函数表示	(324)
2.3 齐次坐标表示	(325)
2.4 三种等价的 NURBS 曲线方程比较	(328)
§ 3 权因子对 NURBS 曲线形状的影响	(329)
3.1 投影变换中的交比	(329)
3.2 权因子的几何意义与影响	(330)
§ 4 二次曲线弧的有理贝齐尔表示	(332)

4.1	二次曲线的隐方程表示	(332)
4.2	二次曲线弧的有理贝齐尔形式的导出	(334)
4.3	权因子与参数化的关系	(336)
4.4	与权因子变换对参数化有同样影响的参数变换	(339)
4.5	有理二次贝齐尔曲线的递推定义与几何作图	(343)
4.6	有理二次贝齐尔曲线的形状分类	(344)
4.7	负权因子对有理二次贝齐尔曲线的影响	(347)
§ 5	反求标准型有理二次贝齐尔曲线的参数与权因子	(352)
§ 6	无限远控制顶点及其应用	(354)
	复习思考与练习	(357)
第九章 有理 B 样条曲线曲面 II		(359)
§ 1	各种圆弧的 NURBS 表示	(359)
1.1	对圆弧 NURBS 表示的要求	(360)
1.2	有理二次贝齐尔曲线的插入节点	(361)
1.3	$90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ 圆弧的二次 NURBS 表示	(363)
1.4	整圆 ($ \theta = 360^\circ$) 的二次 NURBS 表示	(366)
1.5	$180^\circ < \theta < 360^\circ$ 圆弧的二次 NURBS 表示	(368)
§ 2	各种二次曲线弧的 NURBS 表示	(371)
2.1	圆弧经仿射变换得到椭圆弧	(372)
2.2	有理二次贝齐尔曲线的固定切向分割	(375)
2.3	$180^\circ < \theta < 360^\circ$ 椭圆弧的二次 NURBS 表示	(378)
2.4	圆与椭圆的周期 NURBS 表示	(382)
§ 3	有理三次贝齐尔曲线	(384)
3.1	有理三次贝齐尔曲线的肩点与形状因子	(385)
3.2	有理三次贝齐尔曲线的渐近方向	(386)
3.3	有理三次贝齐尔曲线的特殊形式	(388)
§ 4	有理 n 次贝齐尔曲线	(391)
4.1	有理德卡斯特里奥算法	(392)
4.2	分割、插入节点与升阶	(395)
4.3	有理贝齐尔曲线的几何作图	(397)
4.4	从非标准型转换为标准型	(400)
4.5	导矢计算	(401)
	复习思考与练习	(402)

第十章 有理 B 样条曲线曲面 III	(405)
§ 1 有理参数曲线的连续性	(405)
1.1 有理参数连续性约束	(406)
1.2 有理几何连续性约束	(409)
1.3 弗朗内特标架连续性	(410)
1.4 有理弗朗内特标架连续性约束	(412)
§ 2 几何连续的可理样条曲线	(413)
2.1 曲率连续有理二次样条曲线	(413)
2.2 有理几何样条预备知识	(417)
2.3 曲率连续有理三次样条曲线	(420)
2.4 挠率连续有理四次样条曲线	(422)
§ 3 有理插值	(425)
3.1 整体有理插值	(425)
3.2 局部有理插值	(428)
§ 4 一般 NURBS 曲线及其计算	(431)
§ 5 NURBS 曲线的形状修改	(432)
5.1 重新定位控制顶点	(433)
5.2 反插节点	(434)
5.3 重新确定权因子	(436)
5.4 同时改变两个权因子的推拉	(438)
5.5 对界定曲线部分的修改	(439)
复习思考与练习	(440)

第十一章 有理 B 样条曲线曲面 IV	(443)
§ 1 NURBS 曲面方程及其性质	(443)
1.1 NURBS 曲面方程	(443)
1.2 NURBS 曲面的性质	(444)
1.3 曲面权因子的几何意义	(445)
§ 2 常用曲面的 NURBS 表示	(446)
2.1 一般柱面	(446)
2.2 平面、圆柱面和圆锥面	(447)
2.3 旋转面	(448)
§ 3 一般直纹面与蒙面法	(452)

§ 4	NURBS 曲面的计算	(456)
§ 5	NURBS 曲面的形状修改	(456)
5.1	NURBS 曲面形状修改的提出与要求	(456)
5.2	用于曲面的反插节点	(458)
5.3	重新确定 NURBS 曲面的权因子	(460)
5.4	重新定位曲面控制顶点	(461)
5.5	对界定曲面部分的修改	(461)
	复习思考与练习	(465)
第十二章 孔斯曲面 (466)		
§ 1	双线性混合孔斯曲面片	(467)
§ 2	局部双三次混合孔斯曲面片	(469)
§ 3	双三次混合孔斯曲面片	(470)
3.1	双三次混合孔斯曲面片的生成	(470)
3.2	扭矢估计	(472)
3.3	扭矢相容性	(472)
3.4	跨界切矢的确定	(474)
§ 4	孔斯曲面的控制网格	(475)
§ 5	戈登曲面	(476)
	复习思考与练习	(478)
第十三章 三边贝齐尔曲面片 (479)		
§ 1	三边贝齐尔曲面片的表示	(480)
1.1	重心坐标	(480)
1.2	三角域上的伯恩斯坦基	(482)
1.3	三边贝齐尔曲面片的方程	(483)
§ 2	德卡斯特里奥算法	(485)
2.1	递推算法与几何作图	(485)
2.2	曲面片的分割	(487)
§ 3	三边贝齐尔曲面片的升阶	(487)
§ 4	求方向导矢	(488)
§ 5	组合三边贝齐尔曲面片的连续性	(489)

5.1 参数连续性	(489)
5.2 几何连续性	(491)
§ 6 球面片的有理三边贝齐尔表示	(492)
复习思考与练习	(495)
第十四章 非均匀有理 B 样条实体与高维曲面	(497)
§ 1 三参数实体与高维曲面的提出	(497)
§ 2 正则实体与实体中的曲线曲面	(500)
§ 3 三参数 NURBS 实体	(501)
3.1 NURBS 实体方程	(501)
3.2 一些实体的 NURBS 表示	(503)
3.3 NURBS 实体的计算	(508)
复习思考与练习	(509)
参考文献	(510)