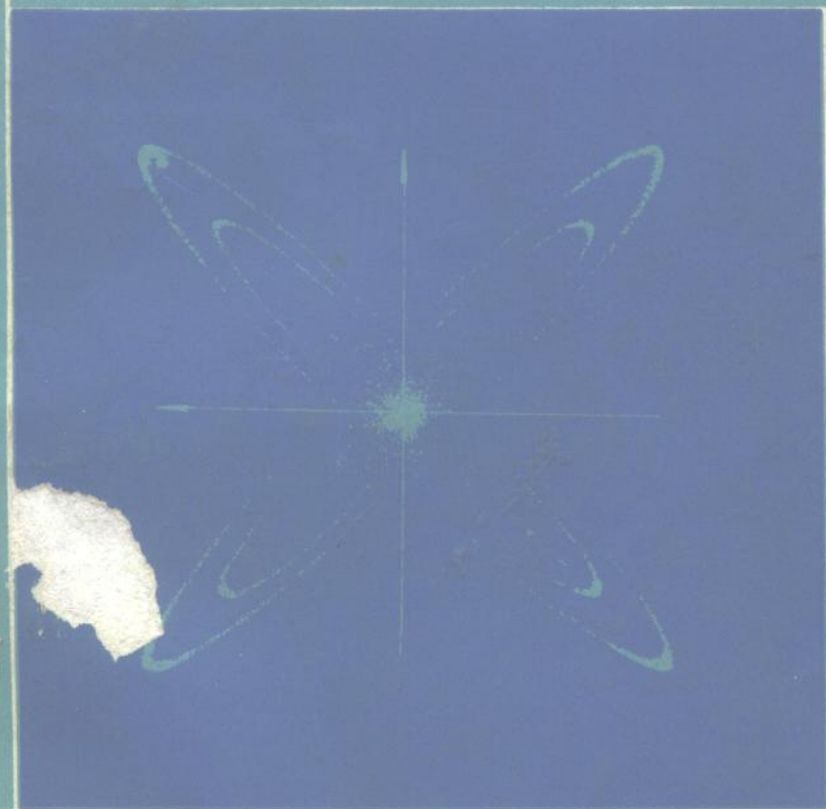


实验物理学丛书

声光器件的原理、 设计和应用

徐介平 著



科学出版社

实验物理学丛书

声光器件的原理、设计和应用

徐介平 著

科学出版社

1982

内 容 简 介

本书较系统全面地阐述体波和表面波声光器件的原理、设计和应用,尤其侧重于设计。全书共分三部分。原理部分介绍按参量互作用概念建立起来的声光互作用的统一理论;设计部分介绍各种类型声光器件的设计方法和设计数据,特别详细地讨论了如何提高正常和反常布拉格衍射的布拉格带宽以及压电换能器的换能器带宽;应用部分概括介绍了声光器件在各方面应用的工作原理、基本装置和一些主要关键。

本书可供从事应用物理、光电子学、激光技术和声表面波技术的科技人员以及大专院校有关专业师生参考。

实验物理学丛书 声光器件的原理、设计和应用

徐介平 著

责任编辑 赵惠芝

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982 年 12 月第 一 版 开本: 850×1163 1/32

1982 年 12 月第一次印刷 印张: 11 3/4

印数: 0001—5,050 字数: 305,000

统一书号: 13031·2087

本社书号: 2851·13—3

定 价: 2.20 元

《实验物理学丛书》编委会

主 编	钱临照					
副主编	王淦昌	王大珩	柯 俊	洪朝生	管惟炎	
编 委	王之江	王业宁	王守觉	王华馥	王祝翔	许顺生
	华中一	苟清泉	何寿安	吴自勤	张志三	汤定元
	杨 楨	杨顺华	项志遴	姜承烈	徐其昌	徐叙珩
	章 综	郭可信	龚祖同	黄兰友	梅镇岳	程晓伍
	薛鸣球	魏荣爵				

序 言

早在三十年代,就已发现各向同性介质内的声光互作用现象,这就是众所周知的“超声光栅”。然而,由于声光互作用引起的光的频率和方向的变化都很小,所以在激光问世以前,它没有多少实用价值,长期以来未受到重视。激光的问世改变了这种情况。由于激光的单色性和方向性好,亮度高,而且因具有相干性而使激光束能量可以全部聚焦成衍射限大小的光斑等特性,因此,利用声光互作用可以快速而有效地控制激光束的频率、方向和强度,大大扩展了激光的应用范围,从而推动了声光器件的发展。在六十年代中期到七十年代中期,声光器件的性能迅速地提高,而且无论控制激光束哪方面的特性,所用声光器件的工作原理、器件结构和制作工艺都是一样的,只要在设计上加以一定考虑,就可适应各种需要,甚至一个器件同时可起到多种功能。这是其它光电子器件(如电光器件、机械的光偏转器等)望尘莫及的。因此,进入七十年代后,声光器件的应用愈来愈广,在许多场合已取代其它器件,并发展了许多只有声光器件才能完成的应用,同时,声光器件本身也已开始系列化的生产。以上所说是体波声光器件的发展。在七十年代,由于光波导技术和声表面波技术的进展,发展了利用表面声波和导光波之间声光互作用的表面波声光器件。因为表面声波和导光波均集中在介质表面厚度为波长数量级的薄层内,能量非常集中,故表面波声光器件只需很小的驱动功率;同时,表面波声光器件是用平面工艺制作的,工艺比较简单灵活,很容易做出结构复杂的换能器,因而可以得到比体波器件更大的带宽。目前,表面波声光器件的性能已超过体波器件,它在光信号处理方面获得许多应用,在集成光通讯方面亦可望得到重要应用。

声光器件的发展主要有三个方面:首先是声光互作用理论

的发展,其中特别重要的是:1967年狄克逊(R.W. Dixon)发现,在各向异性介质内,声光互作用应分为正常和反常两大类:正常互作用的几何关系仍可用光栅(平面光栅或体光栅)衍射来说明,相应的理论可纳入各向同性介质的声光互作用理论,但反常互作用不能用以往的理论来解释。1976年张以拯(I.C. Chang)利用非线性光学中的参量互作用理论,建立了声光互作用的统一理论,并用动量(或位相)匹配和失配等概念进行讨论,从而对声光互作用有了更进一步的认识;林耕华(E. G. H. Lean)阐述了表面声波和导光波之间声光互作用的理论形式。其次是高性能声光互作用材料的开发,在可见光和近红外范围内,最著名的是钼酸铅和氧化碲单晶。最后是工作在100 MHz或更高频率的体波和表面波压电换能器理论和工艺的发展。正是由于这些理论、材料和工艺上的发展奠定了声光器件进入实用阶段的基础。

目前已建立起一门新兴的边缘学科——声光学(Acousto-Optics)。声光学中的概念、理论和实验方法来自许多邻近学科,包括非线性光学、微波超声学(体声波和表面声波)、压电学、激光学和集成光学、晶体学以及材料学。现在,声光学的宏观理论已基本成熟(本书将阐述这些理论),但其微观本质基本上还一无所知(事实上,有关非线性光学、压电和电光现象的微观本质都还不清楚)。

由于声光器件涉及到的理论问题比其它器件远为复杂,工艺也比较困难,发展也比较晚,因而迄今尚未有较为系统的专著。本书试图较系统地、全面地阐述声光器件的原理、设计和应用,尤其侧重于设计,希望能对从事光电子学、激光技术和声表面波技术的工作者有所裨益。第一章扼要阐述晶体光学和晶体声学,特别是与声光器件设计有关的内容,并为第五、六章作必要的准备。第二章阐述声光效应,并给出钼酸铅和氧化碲的声光性质和常用工作模式,再按参量互作用概念建立起声光互作用的统一理论,给出各种声光器件的工作原理和基本公式。第三章和第四章分别给出正常和反常布拉格衍射器件的设计方法和数据,特别着重讨论如何提高器件的布拉格带宽,并结合声光调制器和多频运用声光器件

的设计,介绍声光互作用理论中其它一些重要但未包含在第二章内的主要理论结果。第三章中用声光器件的特征长度来统一各种正常布拉格衍射器件的设计公式和对一级超声跟踪布拉格带宽进行系统计算。第四章中在入射光方向不变条件下阐述求解狄克逊方程的新原则和由此得到的关于反常声光偏转器的设计数据与所能达到的布拉格带宽,这些对于器件设计工作是很有帮助的。第五章讨论声光器件中压电换能器的设计和换能器带宽,在简洁地导出厚度驱动模式薄片换能器的玛森(W. P. Mason)等效电路后,给出了计算压电换能器频率响应的一般理论方法,并就铌酸锂-钽酸铅和铌酸锂-氧化碲这两种最常用的也是典型的声光器件,对其换能器带宽和参数选择作了系统研究,最后介绍换能器的设计方法、关键制作工艺和性能测试。第六章讨论表面波声光器件,它和前五章对体波声光器件的讨论是对应的。该章首先讨论导光波和表面声波的解法,并指出它们的主要特点,在此基础上阐明表面波声光互作用理论,然后阐述激发表面声波的叉指换能器理论。由于叉指换能器实际上是一个换能器阵列,因而它是第五章理论的进一步发展。最后讨论表面波声光器件的带宽问题和表面波器件的设计方法。我们将会看到,表面波声光器件的工作原理与设计方法和体波器件基本上是一样的,仅在个别地方具有一些新的特点。第七章讨论声光器件的应用,重点是在激光显示、激光记录和激光器谐振腔内的应用以及在光信号处理上的应用。书末给出十个附录。附录A, B和C讨论各种系数矩阵的坐标变换规则和点群对称性对它们的限制。附录D, E和F给出常用声光材料、常用压电换能器材料以及常用电极层和键合层材料的有关数据。附录A到F对于实际从事声光器件工作是必不可少的。附录G到J则是书内理论的一些补充,特别是附录G, I和J的内容,对于了解第六章的内容是很有帮助的。

阅读本书,除对张量概念及其运算规则需有初步了解外,不需要特别的准备知识,对一些较为特殊的知识,书内均已扼要然而充分地作了说明。本书承徐其昌同志、王佐卿同志审阅,提了不少宝

贵意见,特此致谢。由于著者水平有限,书中可能有不妥甚至错误之处,希望读者批评指正。

著 者

1980年1月

目 录

序言

第一章 晶体光学和晶体声学, 钼酸铅和氧化碲的光学和声学性质.....	1
1.1 晶体光学基本方程及其平面波解, 折射率曲面和折射率椭球	1
1.2 单轴晶体的本征模和折射率曲面	7
1.3 旋光性晶体的本征模和折射率曲面	9
1.4 钼酸铅和氧化碲的光学性质	16
1.5 晶体声学的基本方程及其平面波解	18
1.6 氧化碲和钼酸铅的声学性质	23
第二章 声光互作用, 正常和反常布拉格衍射.....	31
2.1 声光效应, 声光系数矩阵和声致非线性极化率.....	32
2.2 点群对称性对声光系数矩阵独立元素数目的限制, 钼酸铅和氧化碲声光器件的工作模式	35
2.3 参量互作用, 耦合波方程的一般形式, 动量失配 Δk_m	43
2.4 耦合波方程的解, 声光互作用的衍射效率.....	50
2.4.1 正常声光互作用的衍射效率	50
2.4.2 反常布拉格衍射的衍射效率	55
2.5 布拉格衍射的几何关系和衍射效率, 声光器件的工作原理...	56
2.5.1 正常布拉格衍射的几何关系, 布拉格方程, 正常声光偏转器 ...	57
2.5.2 反常布拉格衍射的几何关系, 狄克逊方程, 反常声光偏转器 ...	59
2.5.3 布拉格衍射的衍射效率, 声光调制器.....	63
2.6 位相失配 δ_m , 声光互作用的带宽问题	67
第三章 正常布拉格衍射器件的设计和布拉格带宽.....	73
3.1 声光偏转器的主要指标和设计方法	74
3.2 单片结构声光偏转器的布拉格带宽	77
3.3 超声跟踪, 多片结构声光偏转器的布拉格带宽.....	81

3.3.1 平面结构一级超声跟踪	82
3.3.2 阶梯结构一级超声跟踪	91
3.4 声光调制器的主要指标和设计方法	97
3.5 多功能声光器件和多频运用声光器件的设计方法	105
第四章 反常布拉格衍射器件的设计和布拉格带宽	112
4.1 氧化碲声光器件的特点,氧化碲声光偏转器的几何关系	112
4.2 沿轴型和离轴型氧化碲偏转器的比较, 离轴角 θ_a 的确定	118
4.3 离轴型氧化碲偏转器的设计和布拉格带宽, 氧化碲偏转器的扫描线性问题	124
4.4 可调谐滤光器的主要指标和设计方法	134
4.4.1 同向声光互作用的可调谐滤光器	136
4.4.2 非同向声光互作用的可调谐滤光器	141
第五章 压电换能器的设计和换能器带宽	153
5.1 厚度驱动模式压电换能器的玛森等效电路	153
5.1.1 准静电场近似, 压电效应的基本方程	154
5.1.2 压电换能器的网络矩阵, 厚度驱动模式的玛森等效电路	156
5.2 计算声光器件中压电换能器电输入阻抗和换能器频率响应的理论方法	166
5.3 声光器件中压电换能器的特性和一般公式	180
5.4 $36^\circ Y$ 切 LN/PM 和 X 切 LN/TcO_2 声光器件镀层厚度的确定, 换能器带宽和电输入阻抗的计算	190
5.4.1 $36^\circ Y$ 切 LN/PM 声光器件	191
5.4.2 X 切 LN/TcO_2 声光器件	195
5.5 声光器件中压电换能器的设计、关键工艺和性能测试	205
第六章 表面波声光器件	213
6.1 平面光波导中导光波的解法和特性	213
6.2 表面声波的解法和特性	224
6.2.1 表面声波的基本方程和解法	224
6.2.2 各向同性介质中的表面声波	230
6.2.3 各向异性和压电效应对表面声波特性的影响	236
6.3 表面波声光互作用	242
6.4 叉指换能器及其频率响应	254
6.5 表面波声光器件的设计和带宽问题	269

第七章 声光器件的应用.....	281
7.1 声光偏转器和调制器的工作方式,实际工作时的光学系统...	282
7.2 声光器件在激光显示、激光记录和计算机输出设备中的应 用	287
7.3 声光器件在激光器谐振腔内的应用,可控输出功率激光器, 声光调 Q ,锁模和腔倒空技术.....	294
7.4 声光器件在光信号处理中的应用	300
7.5 声光器件的其它应用	311
附录.....	321
A. 以简化下标表出的各物理量的坐标变换规则	321
B. 点群对称性对系数矩阵的限制和 32 点群的独立对称操作	326
C. 各晶类的声光系数、弹性劲度系数、压电系数和介电系数矩 阵	330
D. 重要声光互作用介质的性质和特征长度 L_0	337
E. 重要压电材料的性质和换能器设计数据	343
F. 重要电极层材料和键合层材料的声学性质	347
G. 布拉格衍射耦合波方程的直接推导	349
H. 可分辨判据和光束发散角 $\Delta\phi$	352
I. 窄带压电换能器的频率特性和 R, L, C 网络表示.....	355
J. 叉指换能器电输入导纳和传输系数的计算	359

第一章 晶体光学和晶体声学, 钼酸铅 和氧化碲的光学和声学性质

声光器件是通过在介质内传播的超声波和光波之间的相互作用来达到控制激光束的目的, 因此, 首先必须了解光波和声波在介质内传播的规律. 又因目前高性能声光器件所用的声光材料都是单晶材料, 故也必须了解光波和声波在各向异性介质内的传播规律. 本章将扼要阐述晶体光学和晶体声学的主要内容, 特别是与声光器件设计直接有关的内容, 并将给出钼酸铅和氧化碲这两种最重要声光材料的光学性质和声学性质.

为了解决介质内波的传播问题, 我们需要有两类方程. 一类是基本运动规律的方程, 光波方面是麦克斯韦方程组, 声波方面是连续介质中的牛顿第二定律. 此类方程与介质的具体性质无关. 另一类是描述介质性能的方程, 光波方面是联系电位移 $\mathbf{D}$ 和电场强度 $\mathbf{E}$ 的方程, 声波方面是联系应力 $\mathbf{T}$ 和应变 $\mathbf{S}$ 的方程. 此类方程与介质性能密切相关, 当介质为各向异性介质时, 此类方程将大大复杂化. 从上述两类方程可以得到确定介质内波传播规律的基本方程, 并解得相应的本征值和本征模.

1.1 晶体光学基本方程及其平面波解, 折射率曲面和折射率椭球^[1-4]

当介质为非磁性材料时, $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$, 且介质内无传导电流, 即 $\mathbf{j} = 0$ 时, 麦克斯韦方程组可写成

$$\dot{\mathbf{D}} = \nabla \times \mathbf{H}, \quad \dot{\mathbf{H}} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{E}. \quad (1.1)$$

(在本书中, 电磁量均取有理化实用单位制; 上方圆点“ $\cdot$ ”表示对时间 t 求导数.) 由此可得

$$\ddot{\mathbf{D}} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}). \quad (1.2)$$

为研究介质内体波的传播规律,只需考虑单色平面波解,因而诸量的时空变化规律均为¹⁾

$$e^{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} = e^{j\omega(t - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}}{c})} \quad (1.3)$$

此时存在下列对应关系:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} &\longleftrightarrow j\omega, \\ \nabla \times &\longleftrightarrow -j\mathbf{k} \times \text{ 或 } -j\frac{\omega}{c} \mathbf{n} \times. \end{aligned} \quad (1.4)$$

于是式(1.1)和(1.2)可写成(注意 $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$)

$$\mathbf{D} = -\frac{1}{c} \mathbf{n} \times \mathbf{H}, \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0 c} \mathbf{n} \times \mathbf{E}, \quad (1.5)$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} \mathbf{D} = -\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) = n^2 \mathbf{E} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{n}; \quad (1.6)$$

由式(1.5)可见, $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{n}$ 互相垂直,而且 $\mathbf{H} \perp \mathbf{E}$,但在各向异性介质中, $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ 的方向一般是不同的。光波的能量传播方向由坡印廷矢量

$$\mathbf{S} \equiv \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1.7)$$

决定,有关各场量的方向如图 1.1 所示($\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{k}$ 和 $\mathbf{S}$ 均在垂直于 $\mathbf{H}$ 的平面内)。

介质介电性能的性能方程为

$$\frac{1}{\epsilon_0} \mathbf{D} = [\epsilon] \mathbf{E}, \quad (1.8)$$

其中 $[\epsilon]$ 为介质的相对介电常数(或相对电容率),对于各向异性

1) 折射率矢量 $\mathbf{n}$ 的定义为 $\mathbf{n} \equiv \frac{1}{k_f} \mathbf{k}$, 其中 $k_f = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ 为真空中波矢量之

模(λ_0 为真空中波长),显然, $\mathbf{n}$ 的方向即为 $\mathbf{k}$ 的方向, $\mathbf{n}$ 的大小为 $n = \frac{c}{v}$,

即折射率。应该指出,各向异性介质中波传播的最大特点是波的相速 v 或折射率 n 是随波的传播方向和偏振状态而变化的。

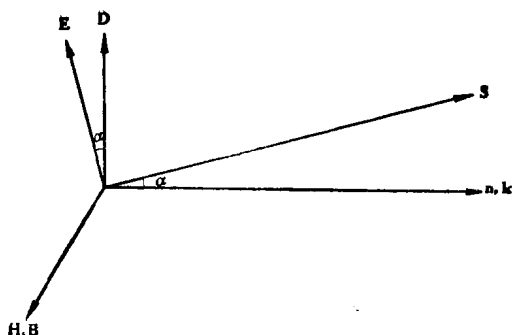


图 1.1 各向异性介质中各场量的方向

介质, $[\epsilon]$ 为对称二阶张量, 因而 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ 的方向一般是不同的. 将式 (1.8) 代入式 (1.6), 即得 $\mathbf{E}$ 的方程为

$$[\epsilon]\mathbf{E} = n^2\mathbf{E} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E})\mathbf{n}, \quad (1.9)$$

或在取坐标轴分量后即为

$$[\epsilon_{ij} + n_i n_j - n^2 \delta_{ij}] E_j = 0 \quad (1.10)$$

(重复下标表示对该下标求和), 它是一个齐次线性方程组, 由此可解出本征模的折射率(即本征值)和偏振方向. 但从方程 (1.10) 求本征模的偏振方向是很不方便的, 因为在各向异性介质中, 电磁波的横波条件表现为 $\mathbf{D} \perp \mathbf{k}$, 因而光的偏振方向总是指 $\mathbf{D}$ 的方向. 为此, 最好直接从 $\mathbf{D}$ 的方程来求本征模的偏振方向. 我们将式 (1.8) 写成

$$\epsilon_0 \mathbf{E} = [\epsilon]^{-1} \mathbf{D} = [\eta] \mathbf{D}. \quad (1.11)$$

将上式代入式 (1.6), 即可得到 $\mathbf{D}$ 的方程. 但在一般坐标系中写出它的坐标分量是很复杂的, 因此, 我们将只限于在一些特殊坐标系(其 Z 轴沿 $\mathbf{n}$ 方向的坐标系)中写出. 注意到在这些特殊坐标系内, $n_x = n_y = 0$ 和 $D_x = 0$, 故式 (1.6) 简化为

$$\frac{1}{n^2} D_x = \epsilon_0 E_x, \quad \frac{1}{n^2} D_y = \epsilon_0 E_y, \quad D_x = 0, \quad (1.12)$$

将式 (1.11) 代入上式, 即得

$$\left(\eta_{xx} - \frac{1}{n^2}\right)D_x + \eta_{xy}D_y = 0, \quad (1.13)$$

$$\eta_{yx}D_x + \left(\eta_{yy} - \frac{1}{n^2}\right)D_y = 0.$$

方程 (1.10) 或 (1.13) 即为晶体光学的基本方程。

当介质无吸收、无旋光性时，矩阵 $[\epsilon]$ 和 $[\eta]$ 均为实对称矩阵。事实上，电场能量体密度的变化 $dU = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{D} = E_i \epsilon_{ij} dE_j$ ，

故 $\frac{\partial U}{\partial E_j} = E_i \epsilon_{ij}$ ，从而 $\frac{\partial^2 U}{\partial E_i \partial E_j} = \epsilon_{ij}$ ；改变下标记法，即记 $dU =$

$E_j \epsilon_{ji} dE_i$ 可得 $\frac{\partial^2 U}{\partial E_i \partial E_j} = \epsilon_{ji}$ 。由于电场能量体密度为一全微分，

其两阶导数与求导次序无关，故有 $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$ 。实对称矩阵总可通过坐标变换使之对角化，称为主轴坐标系¹⁾。在主轴坐标系内，

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon^{(3)} \end{bmatrix}, \quad [\eta] = \begin{bmatrix} 1/\epsilon^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\epsilon^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\epsilon^{(3)} \end{bmatrix}. \quad (1.14)$$

将式 (1.14) 代入式 (1.10)，即得

$$[n^2 \delta_{ij} - n_i n_j - \epsilon^{(i)} \delta_{ij}] E_j = 0. \quad (1.15)$$

要使齐次线性方程组 (1.15) 具有非零解，其条件为

$$\begin{vmatrix} n^2 - n_1^2 - \epsilon^{(1)} & n_1 n_2 & n_1 n_3 \\ n_2 n_1 & n^2 - n_2^2 - \epsilon^{(2)} & n_2 n_3 \\ n_3 n_1 & n_3 n_2 & n^2 - n_3^2 - \epsilon^{(3)} \end{vmatrix} = 0.$$

将此行列式展开，并经过一些计算（计算时注意 $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = n^2$ ）后，可得下列菲涅耳方程：

$$\begin{aligned} &(\epsilon^{(1)} n_1^2 + \epsilon^{(2)} n_2^2 + \epsilon^{(3)} n_3^2) n^2 - [\epsilon^{(1)}(\epsilon^{(2)} + \epsilon^{(3)}) n_1^2 + \epsilon^{(2)}(\epsilon^{(1)} \\ &+ \epsilon^{(3)}) n_2^2 + \epsilon^{(3)}(\epsilon^{(1)} + \epsilon^{(2)}) n_3^2] + \epsilon^{(1)} \epsilon^{(2)} \epsilon^{(3)} = 0. \end{aligned} \quad (1.16)$$

1) 对于单轴晶体，主轴坐标系的一个坐标轴（常取为 Z 轴）沿晶体的 c 轴，另外两个坐标轴（X 和 Y 轴）则可在垂直于 c 轴的平面内任意选取。

对于每一个确定的 $\mathbf{n}$ 方向, 方程 (1.16) 是 n^2 的二次方程¹⁾, 因而对应于每一个 $\mathbf{n}$ 方向有两个本征值, 分别记作 n_{01} 和 n_{02} ; 将每一个本征值代回方程 (1.15), 求出 E_i 的非零解, 再结合式 (1.8), 即可确定相应本征模的偏振方向²⁾. 从几何上来看, 方程 (1.16) 表示 $\mathbf{n}$ 空间的一个四次曲面(如下节将证明, 对于单轴晶体, 此四次曲面分裂为两个二次曲面, 一个球面和一个迴转椭球面), 在三维空间内, 它和每一根从原点发出的射线总有二个交点, 它们到原点的距离即对应于此方向的两个本征值 n_{01} 和 n_{02} , 因而方程 (1.16) 称为折射率曲面, 注意到 $\mathbf{k}$ 和 $\mathbf{n}$ 只差一个常数 $k_f = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, 故也称为 $\mathbf{k}$ 曲面.

如上指出, 从方程 (1.13) 计算本征模的偏振方向更为直接, 首先由方程组 (1.13) 的非零解条件同样可求出两个本征值 n_{01} 和 n_{02} [当然, 它们和由式 (1.16) 求出的应该相同], 分别代回方程 (1.13), 即可直接求出相应本征模的偏振方向. 事实上, 在垂直于 $\mathbf{n}$ 的平面内的实对称矩阵 $\begin{bmatrix} \eta_{xx} & \eta_{xy} \\ \eta_{yx} & \eta_{yy} \end{bmatrix}$ 亦可通过坐标变换 (即绕 $\mathbf{n}$ 转动 X 轴和 Y 轴) 使之对角化, 而成为 $\begin{bmatrix} 1/n_{01}^2 & 0 \\ 0 & 1/n_{02}^2 \end{bmatrix}$ ³⁾, 因而, 在此特定坐

1) 通常用角度 θ 和 ϕ (极角和方位角) 来确定方向, 此时有 $n_1 = n \sin \theta \cos \phi$, $n_2 = n \sin \theta \sin \phi$ 和 $n_3 = n \cos \theta$. 注意, 在展开行列式时, n^6 的项总是抵消的, 这是横波条件的必然结果, 它导致只存在两个本征模而不是三个.

2) 本征模的物理意义如下: 在各向异性介质中, 只当光的偏振方向沿本征模的偏振方向时, 才有确定的折射率 (并等于相应的本征值) 和相速度, 而且在介质内传播时不改变其偏振状态; 否则, 必须把它按两个本征模进行分解, 但由于不同本征模有不同的折射率 (不同的相速度), 因而, 在传播过程中, 彼此间的相移不断改变, 导致光波的偏振状态不断改变. 因此, 在讨论各向异性介质中波的传播问题时, 首先必须确定两个本征模的折射率和偏振状态. 对于各向同性介质总有 $\epsilon^{(1)} = \epsilon^{(2)} = \epsilon^{(3)} = \epsilon$, 此时, 方程 (1.16) 简化为 $(n^2 - \epsilon)^2 = 0$, 只有一个本征值, 亦即本征模是退化的, 无论何种偏振状态 (也无论沿哪个方向传播) 均有相同的折射率 $n = \sqrt{\epsilon}$.

3) 方程 (1.13) 即矩阵 $\begin{bmatrix} \eta_{xx} & \eta_{xy} \\ \eta_{yx} & \eta_{yy} \end{bmatrix}$ 的本征值问题 $\begin{bmatrix} \eta_{xx} & \eta_{xy} \\ \eta_{yx} & \eta_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \end{bmatrix} = \frac{1}{n^2} \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \end{bmatrix}$, 作坐标变换使矩阵对角化后, 对角元素即 $\frac{1}{n^2}$ 的两个本征值 $\frac{1}{n_{01}^2}$ 和 $\frac{1}{n_{02}^2}$.

标系内,方程(1.13)可进一步简化为

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{n_{01}^2} - \frac{1}{n^2}\right) D_x &= 0, \\ \left(\frac{1}{n_{02}^2} - \frac{1}{n^2}\right) D_y &= 0. \end{aligned} \quad (1.17)$$

显然,当取本征值 n_{01} 时, D_y 必为零,故偏振方向沿 X 轴;而当取本征值 n_{02} 时, D_x 必为零,故偏振方向沿 Y 轴。总之,两个本征模的

偏振方向分别沿两维矩阵 $\begin{bmatrix} \eta_{xx} & \eta_{xy} \\ \eta_{yx} & \eta_{yy} \end{bmatrix}$ 的主轴方向。这样,我们

就得到下列确定本征模的折射率和偏振方向的普遍几何方法。首先画出由方程

$$\eta_{ij}x_i x_j = 1 \quad (1.18)$$

所表示的折射率椭球^①,为了求出沿 $\mathbf{n}$ 方向传播时的两个本征模,

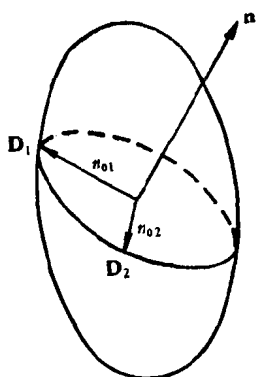


图 1.2 折射率椭球和确定本征模折射率和偏振方向的几何方法

过原点作垂直于 $\mathbf{n}$ 的平面,它和折射率椭球相交得一椭圆,此椭圆的两个主轴方向即两个本征模的偏振方向 $\mathbf{D}_1$ 和 $\mathbf{D}_2$,椭圆的两个半主轴长等于两个相应的本征值 n_{01} 和 n_{02} ,如图 1.2 所示。由于折射率椭球完全确定了晶体的光学性质,因而在讨论晶体的声光效应或电光效应时,常只需确定在应变或外电场作用下,折射率椭球方程(1.18)的系数矩阵 η_{ij} 如何变化。

最后证明,坡印廷矢量 $\mathbf{S}$ 常沿折射率曲面的法线方向,为此只需证明

- 1) 在主轴坐标系内,式(1.18)为 $\frac{x_1^2}{s^{(1)}} + \frac{x_2^2}{s^{(2)}} + \frac{x_3^2}{s^{(3)}} = 1$,显然它是一个椭球方程,且三个半主轴长分别为 $\sqrt{s^{(1)}}$, $\sqrt{s^{(2)}}$ 和 $\sqrt{s^{(3)}}$ 。又折射率椭球实际上是电场能量密度椭球 $w_e = \frac{1}{2} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{2\epsilon_0} \mathbf{D} \cdot [\boldsymbol{\eta}] \mathbf{D} = \frac{1}{2\epsilon_0} \eta_{ij} D_i D_j$ [由式(1.11)]的归一化表示。