● 微电脑在建筑企业管理中的应用丛书

● 凌崇光 主编

● 郑连庆 编著

微电脑用于线性规划

中国建筑工业出版社

微电脑在建筑企业管理中的应用丛书

凌 崇 光 主编

微电脑用于线性规划

郑 连 庆 编著

中国建筑工业出版社

本书是《微电脑在建筑企业管理中的应用》丛书之一。书中着重介绍了线性规划中的单纯形法和灵敏度分析部分；分析了主要程序段的内容、设计方法和程序的使用说明；最后给出了用本程序求解一个工业区规划的实例。

本书供建筑及有关企业的软件工作者、技术人员和管理人员阅读，也可作大专院校有关课程的参考书。

本书稿经中国建筑技术发展中心魏绥臣高级工程师审阅。

微电脑在建筑企业管理中的应用丛书
凌崇光 主编
微电脑用于线性规划
郑连庆 编著
·
中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)
新华书店经销
中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)
·
开本：850×1168毫米 1/32 印张：$2^7/_8$ 字数：77 千字
1991年 5 月第一版 1991年 5 月第一次印刷
印数：1— 1,260 册 定价：2.25元
ISBN7—112—01245—7/F·91

(6294)

丛书前言——我们的希望

和全世界的形势一样，新的技术革命高潮今天正在我国各行各业中兴起。电子计算机，特别是微型电子计算机（即微电脑）技术的应用，是其中一个重要环节。近年来，国家领导同志也一再强调应用微电脑的问题。

解放以来，我国建筑工程在技术方面发展得很快，许多方面已接近或达到世界先进国家的水平。但是，在管理方面，则差距还是较大的，除应用电子计算机编制设计预算在若干省、市推广较好之外，其他方面见效不大。这种情况，大大落后于国外水平❶。

十年来，适用于管理工作(也可以用于科学计算)的微电脑，在国外发展很快。美国1980年就拥有一千万台各种型号的微电脑，而且每年以一百万台的速度递增。我国近年来已能自行生产各种型号的微电脑，并决定在最近一段时期把微电脑及其软件的开发放在计算机行业发展的首位。

今天，一套设备齐全，有汉字处理功能的微电脑，国内售价仅数千元至二、三万元，不少建筑企业已经决定，甚至已经自行购买了微电脑，开始进行本企业的各种管理工作。

在这种大好形势下，我们感到有必要编写一套《微电脑在建筑企业管理中的应用》丛书来迎接这一新局面，以推动这方面的工作。本丛书由有关大专院校及科研、生产单位的同志根据我国具体情况编写。第一分册《微电脑——建筑企业的好助手》是科普性的，以后各分册将分别按建筑企业各项业务的管理(如预算、

---

❶ 在一些发达国家，各种电子计算机使用的“机·时”中，管理约占3/4，科学计算及控制约占1/4。

网络分析、成本核算、人员管理……），具体介绍如何编写程序，并附有参考的程序性或程序段以及实例。

我们希望，这一套丛书能在我国建筑企业管理现代化的进程中，起一点应有的推动作用，鉴于国内外建筑管理的科研成果层出不穷，我们的水平及掌握的情况有限，难免会有错误及遗漏。不足之处，热诚希望广大读者提出宝贵意见及批评，以便在今后修订时逐步补充完善。

凌崇光　执笔

目　录

线性规划是运筹学的一个重要分支，和运筹学其他内容相比是发展得最迅速，也是最成熟的一门学科。线性规划主要研究的内容是在一定的技术经济条件限制下，使某项指标成为最大或最小，也就是技术经济上的优化问题。在管理工作中，线性规划主要用来解决生产规划、原料配比、运输调配、任务分配、合理下料、生产布局等问题。从应用范围来看，小到队组、车间、企业，大到地区、部门，甚至国民经济计划的优化也都可以求助于它。正因为如此，国家经委早已把它作为18种现代化管理方法之一向全国推广。微电脑的普遍应用，为求解线性规划问题提供了极为有利的条件，从而也将使这门学科在实现我国社会主义四个现代化的进程中，发挥其应有的作用。

第一章　线性规划简介

第一节　应用问题举例

线性规划的本质是提供解决问题的最优方案。作为一种方法，只要问题符合后边提出的组成线性规划模型的条件，都可以应用它来求解。下面举出一些建筑行业的实例及其初始数学模型，以说明其应用情况。

1.生产规划问题

某建筑公司下年度有工业、民用和农业建筑工程可以承包，除民用建筑最多只能承担7000m²的施工任务外，其他两类建筑均无限制。明年材料供应，水泥只有1050吨，红砖只有189万块，其他材料不成问题。三类建筑物单位建筑面积的水泥、红砖消耗量和预算单价和表1-1。试问该公司在三类建筑中应各承建多少建筑面积才能使年度工作量最多？

表 1-1

材料消耗	工程种类			
	工业	民用	农业	限制
水泥(kg/m²)	105	70	100	1050000kg
红砖(块/m²)	140	210	200	1890000块
单价(元/m²)	240	220	200	

假定工业、民用、农业三类建筑的承包量分别为x_1、x_2、x_3m²。根据题意可列出如下数学模型。

水泥用量限制：

$$105x_1+70x_2+100x_3\leqslant 1050000 \qquad (1)$$

红砖用量限制：

$$140x_1+210x_2+200x_3\leqslant 1890000 \qquad (2)$$

民用建筑承包量的限制：

$$x_2\leqslant 7000 \qquad (3)$$

公司的要求是在以上条件下，使下年度的承包工作量最多。设Z为工作量，则可得下式：

使：$$Z=240x_1+220x_2+200x_3 \quad 最大 \qquad (4)$$

这就是该问题的初始数学模型。其中x_1、x_2、x_3称为决策变量，式（1）、（2）、（3）为约束条件，式（4）为目标函数。

按后边所述方法求解，该问题的最优方案是：

$$x_1=7200,\quad x_2=4200,\quad x_3=0$$

$$Z_{max}=2652000$$

即工业与民用建筑分别承建7200m²和4200m²；农业建筑预算单价较低，故不应承建。这样有最大的年度工作量2652000元。

2.下料问题

某建筑工程需要ϕ20、长度分别为2.9m、2.1m和1.5m的钢筋各120根。原条钢筋长度为7.4m。下料后每根原条钢筋的余

料最多不得超过0.3m。问如何下料才能使钢筋用量最省（假定余下的钢筋作为废料）？

这类问题的求解，首先要拟定下料方式，然后才能建立初始数学模型。

拟定的下料方法有五种，每根原条钢筋所截取三种长度钢筋的根数及余料如表1-2：

表 1-2

下料方法	钢筋规格				
	2.9m（根）	2.1m（根）	1.5m（根）	用量（m）	余料（m）
第一种方法	2		1	7.3	0.1
第二种方法	1	2		7.1	0.3
第三种方法	1		3	7.4	0
第四种方法		2	2	7.2	0.2
第五种方法	1	1	1	6.5	0.9
需要量（根）	120	120	120		

下料方法还可以有很多，但从表1-2看，满足条件的只有前四种方法。假设用第一种方法截取原条钢筋的根数为x_1，第二种方法为x_2，第三种方法为x_3，第四种方法为x_4，则该问题的初始数学模型为：

2.9m钢筋　　$2x_1+x_2+x_3=120$　　（1）

2.1m钢筋　　$2x_2+2x_4=120$　　（2）

1.5m钢筋　　$x_1+3x_3+2x_4=120$　　（3）

使余料　$Z=0.1x_1+0.3x_2+0.1x_3+0.2x_4$最少　　（4）

其中式（1）、（2）、（3）为约束条件，（4）为目标函数，x_1、x_2、x_3、x_4为决策变量。

该问题最优解是：

$$x_1=12,\ x_2=60,\ x_3=36,\ x_4=0,\ Z_{min}=19.2$$

即采用第一、二、三种方法截取原条钢筋分别为12根、60根、36根；而第四种方法则不采用。此时钢筋余料最少，$Z_{min}=$

19.2m。

后边将看到，该题还有其他组合的下料方式。

3.运输问题

某建筑公司有两个水泥仓库，三个工地，每个仓库的水泥库存量和每个工地的水泥需要量以及它们之间运距如表1-3：

表 1-3

	工 地 Ⅰ	工 地 Ⅱ	工 地 Ⅲ	库存量(t)
	运距(km) / 运量 x_{ij}			
仓 库 A	$\frac{4}{x_{11}}$	$\frac{6}{x_{12}}$	$\frac{2}{x_{13}}$	130
仓 库 B	$\frac{2}{x_{21}}$	$\frac{5}{x_{22}}$	$\frac{4}{x_{23}}$	100
需要量(t)	80	90	60	230

问如何调配才能使运输吨公里数最小?

假定从仓库A、B运往工地Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ的水泥量分别为：

$$x_{11}、x_{12}、x_{13}；x_{21}、x_{22}、x_{33}$$

则该问题的初始数学模型为：

约束条件：

仓库A的运出量

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}\leqslant 130 \qquad (1)$$

仓库B的运出量：

$$x_{21}+x_{22}+x_{23}\leqslant 100 \qquad (2)$$

工地Ⅰ的运进量：

$$x_{11}+x_{21}\geqslant 80 \qquad (3)$$

工地Ⅱ的运进量：

$$x_{12}+x_{22}\geqslant 90 \qquad (4)$$

工地Ⅲ的运进量：

$$x_{13}+x_{23}\geqslant 60 \qquad (5)$$

目标函数：

使：$Z=4x_{11}+6x_{12}+2x_{13}+2x_{21}+5x_{22}+4x_{23}$最小　　（6）

运输问题常用表上作业法求解（本书未作介绍）。当用后面给出的方法求解时，因一般物资的总供应量和总需要量相等，这样就会有一个非独立的方程式。如本例，（1）与（2）式之和等于（3）式、（4）式、（5）式之和。利用这一关系，任何一个方程式都可以由其他方程式求解，所以在求解时可省去一个约束条件。

本例的最优运输方案是：

$$x_{11}=0,\ x_{12}=70,\ x_{13}=60$$

$$x_{21}=80,\ x_{22}=20,\ x_{23}=0$$

$$Z_{\min}=800$$

即仓库A给工地Ⅱ、Ⅲ分别供应水泥70t、60t；仓库B给工地Ⅰ，Ⅱ分别供应水泥80t，20t。工地Ⅰ的水泥不宜由A仓库供应。同样工地Ⅲ的水泥也不宜由B仓库供应。如此调配，总吨公里将为最小，等于800吨公里。

4.原料配比问题

化工厂有A、B两种废液，经化验可以用来配制混凝土的减水剂。每桶A液含亲水物质5kg，憎水物质4kg；每桶B液含亲水物质2kg，憎水物质8kg。A液的单价为3元/桶，B液为4元/桶。施工时每吨水泥最少用亲水物质1.2kg，憎水物质1.6kg。问如何搭配这两种废液的用量，既能提高混凝土的强度及和易性，又能使费用最省?

设每吨水泥中：

A液的用量为x_1桶；

B液的用量为x_2桶。

则约束条件：

亲水物质：　　$5x_1+2x_2\geqslant 1.2$　　（1）

憎水物质：　　$4x_1+8x_2\geqslant 1.6$　　（2）

使目标函数： $Z=3x_1+4x_2$ 最小　　　　　　（3）

经计算得最优解为：

$$x_1=0.2,\ x_2=0.1,\ Z_{min}=1$$

即最优的配比是每吨水泥用A液0.2桶，B液0.1桶，所需费用为1元。

还可以举出其他方面的应用问题实例。总之，只要把需要解决的实际问题，化为不相矛盾的约束条件和目标函数的线性（未知数均为一次）方程组——数学模型，形成线性规划问题，用后面提出的方法或程序求解，就能给出基本答案。（像前面的示例那样），此外，还可以获得有关“物资”的影子价格和“产品”的调整费，并指出以下特殊情况：“无解”——表明数学模型中的约束条件互相矛盾，计算无法进行；“无界”——指出“物资”供应毫无限制，产品产量可以无止境的增加，收益可无限地多；“可择最优解”——告诉你这时实现目标函数最优，但产品的组合不止一种，有可供选择的余地。最后，程序还会提出价值系数、资源系数变化对产品组合影响——灵敏度分析——的信息。

第二节　单纯形法简介

用线性规划解决实际问题，早在40年代初期就有人开始研究了，但直到1947年美国人乔治·丹泽提出了“单纯形法”之后，线性规划在理论上才趋向成熟，在实际应用上才日益广泛和深入。至今，单纯形法仍然是求解线性规划问题的主要方法之一。

用线性规划来解决实际问题，如前所述，首先要根据问题的性质，找出有关的经济技术数据，然后按照线性规划解题的要求建立数学模型。如果在初始数学模型中只含有两个决策变量，可以采用图解法求解。图解法方法简单，直观，在分析问题时便于理解。当决策变量有3个或3个以上时，一般要用单纯形法求解。现以前面所述生产规划问题为例来介绍这一方法。为了便于分析、理解，例中暂不考虑农业建筑。

一、建立初始数学模型

由前可知，当不考虑农业建筑时，问题的初始数学模型为：

满足约束条件：

水泥用量：

$$105x_1+70x_2\leqslant 1050000 \qquad (1)'$$

红砖用量：

$$140x_1+210x_2\leqslant 1890000 \qquad (2)'$$

民用建筑建造量：

$$x_2\leqslant 7000 \qquad (3)'$$

目标函数：

使 $$Z=240x_1+220x_2 \quad 最大 \qquad (4)'$$

在线性规划中，一般还需要指出各变量对符号的要求，如"非负"，即其值必须是大于或等于零的值；"自由符号"，即其值可以是正数也可以是负数。结合本例来说，则要求：

$$x_1\geqslant 0,\quad x_2\geqslant 0$$

也就是x_1和x_2必须满足非负约束条件。

从以上方程组可以概括出如下线性规划问题的一般性数学模型：

满足约束条件：

$$\left.\begin{array}{l}
a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1j}x_j+\cdots+a_{1n}x_n\leqslant b_1\\
a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2j}x_j+\cdots+a_{2n}x_n\leqslant b_2\\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
a_{i1}x_1+a_{i2}x_2+\cdots+a_{ij}x_j+\cdots+a_{in}x_n\leqslant b_i\\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
a_{(m-1),1}x_1+a_{(m-1),2}x_2+\cdots+a_{m-1,j}x_j+\cdots\\
\qquad\qquad +a_{m-1,n}x_n\leqslant b_{m-1}\\
a_{m,1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mj}x_j+\cdots+a_{mn}x_n\leqslant b_m
\end{array}\right\} \qquad (1\text{-}1)$$

使目标函数：

$$c_1x_1+c_2x_2+\cdots+c_jx_j+\cdots+c_nx_n=Z_{\max(或\min)} \qquad (1\text{-}2)$$

同时满足：

$$x_1 \geqslant 0,\ x_2 \geqslant 0,\ x_3 \geqslant 0 \cdots x_m \geqslant 0 \qquad (1\text{-}3)$$

式中 a_{ij}——结构系数；

b_i——资源系数或称右端值；

c_j——为价值系数；

$i=1,\ 2,\ 3\cdots m$；$j=1,\ 2,\ 3\cdots n$。

总括上述可知：

（1）每个实际问题中的数据关系为线性时，都可以用一组决策变量（如x_1，x_2，…）来表示该问题的数学模型，它们的解就组成一个具体方案；

（2）有一个用线性方程组表示的限制条件（如1-1式）；

（3）有一个用线性函数表示的所追求的目标（如1-2式）；

（4）通常要求决策变量为非负。

二、建立标准数学模型

为了使计算方法统一和运算方便，还要将以上初始数学模型化为标准数学模型。标准数学模型的特征是：

（1）约束条件必须为等式；

（2）所有变量必须满足非负要求；

（3）资源系数（b_i值）必须为非负值；

（4）在每一约束条件的方程式中，都必须有一个变量，其结构系数（a_{ij}值）为$+1$，而在其他方程式中（包括目标函数）该变量的结构系数则为零。具有这一特征的变量称为基变量，它们的集合简称为“基”。其余的变量则称为非基变量。

为了符合上述四个特征，应根据题意和解题的要求，在初始数学模型中适当地增加一些变量。如本例的初始数学模型，在式（1）′、（2）′、（3）′中分别加入变量u_1、u_2和u_3，则此三式就变为等式约束，同时也就得到如下的标准数学模型：

满足约束条件：

$$105x_1+70x_2+u_1=1050000 \qquad (1)$$

$$140x_1+210x_2+u_2=1890000 \qquad (2)$$

$$x_2+u_3=7000 \qquad (3)$$

使目标函数：

$$240x_1 + 220x_2 = Z \quad 最大 \tag{4}$$

同时满足：

$$x_1 \geqslant 0, \ x_2 \geqslant 0$$

$$u_1 \geqslant 0, \ u_2 \geqslant 0, \ u_3 \geqslant 0$$

其中u_1、u_2、u_3称为松弛变量，它使不等式成为等式。可以看出，u_1，u_2的经济含义是水泥和红砖使用后的剩余量；u_3则是民用建筑计划承包量与最高限量之差。

如前所述，在标准数学模型中各变量都必须是非负的。当客观上某一变量x为自由变量（指可取正值或负值的变量，如材料仓库一定时期内某种物资的增减量）时，为了满足非负要求，可用两个非负变量之差，即$x = x' - x''$代入数学模型中，最终求得x'、x''后再按上式计算x值。其中x'、x''分别为该种物资在该时期内的总进库量和总出库量。当$x' > x''$时，该种物资增加，x有正值；反之，该种物资减少，x有负值。

根据标准数学模型的特征可知，在这个标准模型中，u_1、u_2、u_3为基变量，其余的均为非基变量。

线性规划问题都是未知数(n)多于约束条件数(m)，即$n > m$。如本例$n = 5$，$m = 3$。求解这类问题一般都是令多出的$n - m$个未知数为已知，再求m个未知数的解。解线性规划的单纯形法，在把数学模型化为标准型后，令$n - m$个非基变量为零，则各个约束方程式中基变量的解就等于该方程式等号右边的常数项即b_i值。以后将会看到，每一个标准数学模型就代表该线性规划问题的一组解。

本例的标准型中共有3个基变量，$5 - 3 = 2$个非基变量，因此，这时的解是：

非基变量$x_1 = 0$，$x_2 = 0$；

基变量$u_1 = 1050000$，$u_2 = 1890000$，$u_3 = 7000$。

由于x_1、x_2均为零，即两类建筑物都没有承建，故$Z = 0$，即年度工作量也为零，而所有的“物资材料”原封未动。这当然

不是问题所要求的。

线性规划初始模型的方程式中，如果只有两个决策变量，作为等式，例如本例（1）′式$105x_1+70x_2=1050000$，在平面直角坐标系中就是一条直线，（见图1-1中的AD'线），其不等式，例如（1）′式$105x_1+70x_2<1050000$，就是该直线下方的半无限平面，可以用垂直该直线的箭头表示（见图1-1）；满足该约束方程和$x_1\geqslant0$及$x_2\geqslant0$的范围，就是第一象限内被坐标轴和该直线所包围的一个三角形平面$AD'O$。当有三个决策变量时，同样作为等式，在直角坐标系中就是一个平面；考虑到原来不等号因素及$x_1\geqslant0$、$x_2\geqslant0$、$x_3\geqslant0$的约束条件，满足该方程的范围就是

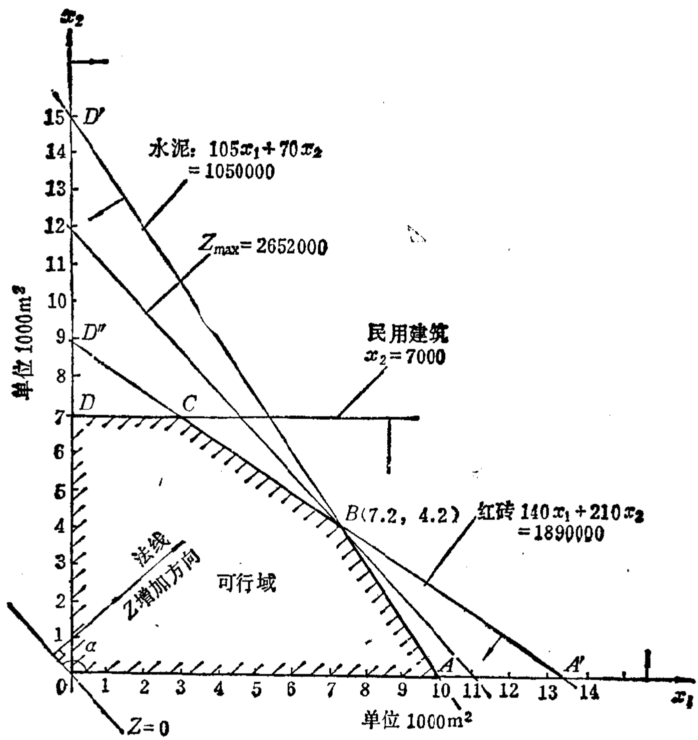

图 1-1　线性规划实例模型的图解法

该平面与$x_1=0$、$x_2=0$、$x_3=0$三个直角坐标平面所包围的一个多面体。如本例（1）′式解的集合为图1-1中的$AD'O$平面，（2）′式解的集合为$A'D''O$平面，（3）′式解的集合是在$x_2=7000$直线以下，以$x_1=x_2=0$为界的无限大的长方形平面。同时满足这三个约束条件以及$x_1\geqslant0$，$x_2\geqslant0$非负条件的范围是凸多边形$ABCDO$。线性规划的术语称该范围为该线性规划问题的"可行域"。当有三个或更多个决策变量时，可行域就是一个凸形多面体或多维欧氏空间点集。平面内每一个点的坐标值就是该问题的一组"可行解"，而每一角点的坐标值就是它的一组"基本可行解"，使目标函数最优的角点坐标值则是它的"最优基本可行解"。目标函数Z可以有不同的值。不同的Z值就表示一组平行的直线。本例$Z=0$就是过图中O点的一条目标函数直线$Z=240x_1+220x_2=0$。当Z沿其法线向Z值增加的方向移动，跨过可行域，最后只和可行域的一个角点或一边相交时，Z将有最大值，这一点就是图中的B点。

三、判别目标函数最优准则

设有如下目标函数：

1．$Z_1=Z_0-10x_1-20x_2$

2．$Z_2=Z_0+10x_1+20x_2$

3．$Z_3=Z_0+10x_1-20x_2$

且满足：$x_1\geqslant0$，$x_2\geqslant0$

Z_0为常量，现取$Z_0=100$。

以上三个目标函数中变量x_1和x_2的价值系数c_j的绝对值相等，只是符号不同。若对变量x_1、x_2取不同的非负值，则各目标函数有如下结果见表（1-4）：

可以看出，不论x_1、x_2取什么非负值，对目标函数Z_1来说（其价值系数c_j均为负号，即$c_j\leqslant0$），常量Z_0是其最大值，即$Z_{1\max}=Z_0=100$；

对目标函数Z_2来说（其价值系数c_j均为正号，即$c_j\geqslant0$），常量Z_0是其最小值，即$Z_{2\min}=Z_0=100$；而目标函数Z_3（其c_j符号