逻辑导论

〔美〕P·苏佩斯 著 宋文淦 等译

中国社会科学出版社

逻 辑 导 论

〔美〕P・苏佩斯　著
宋文淦　等译

中国社会科学出版社

逻 辑 导 论

中国社会科学出版社出版
新华书店北京发行所发行
中国铁道出版社印刷厂印刷

850×1168毫米 32开本 13印张 316千字
1984年7月第1版 1984年7月第1次印刷
印数 1—25,000册
统一书号：2190·065 定价：1.60元

·序　言·

本书当初是为用作现代逻辑初级教程的课本而写的。它不要求事先具备数学或哲学方面的背景知识。我的主要目标是想让读者掌握一门精确而完整的逻辑推理理论，并且说明这一理论可以怎样应用于数学和各门经验科学。由于现在通行的一些书籍都跟刚才所说的目的有密切联系，因此谈谈本书的一些主要的与众不同的特点也许是合适的。

第一编（前八章）论述的是推理和定义的形式原则。从第二章的语句推理理论开始，我们一直着重运用解释的方法来证明论证的无效性、前提的一致性或者一个理论的公理的独立性。我还从各个方面下功夫（第七章）把形式的推理理论同整个数学中通用的标准的非形式的证明联系起来。定义的理论（第八章）较之作者所知道的任何别的课本讲得都更为详尽；这里还讨论了关于证明初始概念独立性的帕多阿方法。

第二编（后四章）是专门论述初等直观集合论的，包括分别以集合、关系和函数为主题的几章。第十章广泛地论述了次序关系。第二编几乎是自足的，可以离开第一编单独来读。最后一章（第十二章）是关于公理方法的集合论基础的。把数学的某一分支公理化，最好的方法是定义出适当的集合论谓词。这一观点对现代的数学家来说并不陌生，而且确非作者所首创，这一观点给公理化方法提供了一个明确的逻辑基础，在近几年出版的一些优秀的现代数学基础课本中，都没有加以阐述。

从第四章开始，在讨论时以及在习题中引用了许多关于用公理方法表述的理论的实例。这些实例涉及的范围很广，从群论和实数的代数，直到初等概率论、古典质点力学和感觉强度的测度理论（阅读本书不需要数学预备知识，这是一般的说法，关于力学的那一节是个例外；为了完全弄懂这一节，即本书的最后一节，某些微积分知识是必要的）。本书中某些跟这些具体例子有关的习题，比初级逻辑课本中通常采用的那些习题要难些。这些习题的目的是想考考最优秀的学生。不过，有很大一部分外加的习题相对地说来比较简单，它们是作为例子用来充分说明本书所介绍的所有一般原则的。我们期望，第十二章中关于测度、概率和力学的材料能对某些科学哲学的课程有所裨益。

在第二、四和五章中展开的一阶谓词逻辑的推理系统是这样安排的：想使它尽可能地和作者关于最自然的、非形式证明的技巧的想法相适应。或许这一系统的最新奇的特点是借助“歧义名称”来处理存在量词的方法；这一处理方法的中心思想同希尔伯特的 $\in$ 符号有关。由于许多逻辑教师都有自己喜爱的处理带量词的推理的规则，应该指出，这里所引进的特殊规则只是在第四、五两章起很大的作用。

很多人对本书的逐步完善做出了贡献。我特别感谢罗伯特·麦克诺顿教授，他根据他对早先的讲稿的教学经验，给我提出了许多宝贵的批评和建议；还感谢赫尔曼·鲁宾教授，他在表述第二、四两章所介绍的自然推演系统方面有所贡献；要感谢戴纳·斯科特先生，他对第八章和第十二章提出许多宝贵建议。我还感谢斯坦福法学院的麦菲特·汉考克教授，感谢他在第二章和第四章的一些习题方面给予我的帮助。斯坦福的各位助教曾帮助我准备习题并提出许多有益的批评，特别是伦纳德·莱文先生，穆里尔·伍德·格洛克夫人，里纳·厄尔曼夫人。

本书最后的修订工作曾受益于许多人的评论和批评，他们

是：欧内斯特·亚当教授，赫尔曼·切尔诺夫教授，本森·马兹教授，约翰·迈歇尔教授，戴维·尼维森教授，小哈特利·罗杰斯教授，利奥·西蒙斯教授，罗伯特·沃特教授和理查德·鲁宾逊先生。沃特教授非常详细而有见地的批评是尤其宝贵的。佩吉·赖斯小姐和卡罗尔·瓦尔普莱达·沃尔什夫人在校对方面给了我不少帮助。另外，赖斯小姐认真而正确地打印了从1954年夏以来课堂上使用的一些初稿。

谨以本书献给J·C·C·麦克铿赛教授，以表纪念之情。原来曾计划和他共写此书，但是由于他1953年过早去世，他的手笔已经不太明显了。他写了本书的第九、十和十一这三章的初稿，但这些章已经修改了三次，而且第十章和第十一章的篇幅增加了一倍多。其它九章则完全由我单独负责。

帕特里克·苏佩斯

1957年 4 月于

加利福尼亚，斯坦福

·导 言·

我们平常对语言的使用是含糊的，我们日常的思维进程往往是混乱的。本书的主要目的之一，是向读者介绍一种能增强严谨性的思考方式。有不少办法可以学会如何精确地运用语言和思想。我们的方法是通过学习逻辑。在现代，逻辑已经变成一门深广的学科。开始，我们将集中于逻辑中跟正确推理的理论有关的那一部分，它又叫做逻辑推理的理论、证明的理论或者演绎理论。逻辑推理的原则在系统知识的每一分支中都得到普遍的应用。一般认为，对任何科学理论的最重要的决定性检验，是看它在现象还未被观察到之前，对于预言该现象是否有用和精确。任何这样的预言必然包含逻辑推理原则的应用。例如，如果我们知道哪些力作用在一个物体上，知道在一个给定的时间里物体在哪里以及它的速度如何，我们就可以运用力学理论、逻辑推理的规则和某些数学定理预言该物体在以后某一个时刻处在什么地方。

两千多年来数学家们一直在运用一套系统的和复杂的正确推理，而逻辑家和哲学家们则一直在分析有效论证的性质。因此，只是在最近三、四十年才发展了完全足够的形式的推理理论，这是有点令人奇怪的。在这个漫长的岁月里（从公元前四世纪的亚里士多德，到十七世纪的莱布尼兹），逻辑上很多重要的和有意义的东西已被古代的、中世纪的和中世纪以后的逻辑家发现了，但是在这一古典的传统里最重大的缺点是，没有把作为推理理论的逻辑同在数学中一直使用的那种演绎推论联系起来。

莱布尼兹有点觉察到这种结合的必要性，但是，直到十九世纪后半叶和二十世纪初，主要由于弗雷格、皮亚诺和罗素的工作才建立起逻辑和数学之间系统的联系。尽管他们的研究工作规模宏大，但只是最近几年才形成足以处理数学和经验科学中的演绎推论的一切范例的完全明确的推理理论。很多人在最近的这些发展中作出了贡献，不过最卓越的可能要算库尔特·哥德尔，戴维·希尔伯特，阿尔弗雷德·塔尔斯基。

然而，如果认为本书第一部分所阐述的推理理论只适用于科学范围，那就错了。这一理论可以同样适用于法庭诉讼或者对于永恒真理作哲学的分析。实际上，即使是说这一推理理论对于人们的每一个认真的思考都有关系，那也不算过分。

任何一项正确的推理，不论是数学中的，物理中的，或者平常交谈中的，都是由于它的逻辑形式而成为有效的。由于大多数论证是用日常语言加上一些属于所讨论的学科的专门符号表达出来的，因此论证的逻辑形式并不是一望而知的。幸好，这种逻辑结构可以通过分离出为数不多的象‘并且’、‘不’、‘每一’、‘有的’这样的关键性语词和词组而显露出来。为了确定这些中心语词，为了制定依赖于它们出现的、明确的推理规则，我们最先的进程之一将是为它们引进逻辑符号。借助于这些符号，就可以比较容易地陈述和使用有效推理的规则，这是前七章所要解决的课题。

为了使我们对思想分析具有逻辑上的精确性，光会构成有效的推理通常是不够的；因此，多少掌握用别的概念来精确地定义一个概念的方法，也是不可缺少的。在任何给定的科学或数学的分支中，最有效地消除概念含混不清的方法之一，就是分离出少数对于所讨论的主题来说是基本的概念，然后依据这组基本的概念来定义该学科领域的其他概念。第八章的目的就是给这样的定义制定一些精确的规则。情况表明，正确的定义象正确的推理一

样，主要依赖于逻辑形式问题。但是，在定义理论里出现某些微妙的关于存在的问题，而在推理理论里则没有类似的问题。

前八章构成第一编，专门论述推理和定义的一般原则。第二编，即后四章，是讨论初等集合论的。由于许多读者对集合论同逻辑密切联系的一些方面是不熟悉的，讲一讲为什么要包含这些内容也不无好处。

集合论（有时候又叫做类的一般理论）是数学的基本学科，因为除了少数罕有的例外，数学中研究和分析的那些实体都可以看作是客体的某些特定的集合或者类。我们将会看到，纯数学的某一分支如群论中所研究的客体，或者数学物理的某一分支如力学理论中所研究的客体，都可以作为某些集合加以刻划。正因为如此，数学的任何部分都可以说成是集合论的特殊分支。然而，由于这种说法将使集合论同整个数学等同起来，因而习惯上是把'集合论'这一术语用来指关于类或者集合的一般理论以及某些特定的论题，例如，把整数和实数作为集合来构造的问题，这一问题在历史上是和数学基础的研究紧密相关的。

第二编的开头一章是对任意集合之间的一些比较重要的关系作直观的说明。例如，有一些施于集合上的简单运算，它们相当于算术上的加法、乘法和减法运算。下一章（第十章）论述关系理论，它通过客体的有序偶这一概念而成为集合论的一个部分。这一章的重点放在一些次序关系上面，因为它们在数学和科学的许多分支中是重要的。第十一章谈的是函数，从集合论的观点来看，它们就是一些有特殊性质的关系。

如果说第二编前三章谈的是一般的集合论，那么最后一章（第十二章）则是讨论集合论同数学和哲学中某种方法论的或基础的问题之间的关系。这一章的中心目的在于说明如何将任一数学分支或任一科学理论在集合论中公理化。第十二章中详细阐明的观点是，将一种理论公理化的最好的方法是在集合论中定义出

一个适当的谓词。

本世纪初以来，哲学家们关于科学理论的结构问题写出了大量著作，但他们在各种特殊理论的详细结构方面则谈得极少。在集合论范围内把一个理论公理化乃是使它的结构既精确又明晰的首要一步。一旦提供出这样一种公理化，那么，就有可能提出现代数学所特有的那种“结构”问题。例如，某一理论的两个模型什么时候是同构的，就是说，它们什么时候恰好具有相同的结构？事实上，运用象同构这样的集合论的概念，那么把经验科学的某一分支化归为另一分支这类大家熟悉的哲学问题就可以弄明白了。第十二章还给出了将这些思想应用于纯数学和经验科学的实例。

第一编和第二编的目的，都是把逻辑当作数学和科学的一个部分来加以介绍，并且用大量的详细的实例来说明：逻辑是怎样对甚至象心理学这样的经验科学都是有关的。有鉴于此，可以认为，与其说本书强调把逻辑本身作为一门学科加以展开，不如说重点在于逻辑系统的使用和应用。

最后，应该说一下，本书并没有试图给出一个精确的逻辑定义。狭义地说，逻辑是关于有效论证的理论或者演绎推理的理论。在稍广一点的意义上，它包括定义的理论。在更广的意义上，还包括一般集合论。此外，定义的理论连同集合论一起为公理方法提供一个正确的基础，而大多数数学家则非正式地把公理方法的研究看作逻辑的一部分。

目　　录

第二编 直观集合论基础

第一编

推理和定义的原则

第一章

语句联结词

首先，我们要拟定一套词汇，它对于分析知识体系的问题和概念，既是精确的又是足够的。我们必须用模糊的语言来构造出一套精确的语言。乍看这似乎是愚蠢可笑的，其实不然，例如，象棋规则要比英语语法规则精确得多，但我们还得用由不精确的规则所支配的英语句子来陈述精确的象棋规则。事实上，我们最初的做法倒真象是搞一套游戏规则。我们要给某些关键性语词，例如‘不’、‘并且’、‘或’、‘如果…，那么…’、‘当且仅当’，规定详细的使用规则，这些词就叫做**语句联结词**。当然这些使用规则讲的不是随便一种游戏的规则。我们打算用这些规则清楚地说明这些词的主要的、系统的用法；这种系统的用法本身考虑到了这些词在普通的日常范围里的使用方式。然而每当我们有令人信服的理由摆脱这些通常的使用方式时，我们将毫不迟疑地这样去做。

§1.1 否定和合取

我们通过断定一个语句的否定（式）来否定该语句是真的。例如，如果我们认为语句‘糖引起龋齿’是假的，我们就断定语句‘糖不引起龋齿’。这个例子说明，断定一个简单句的否定，通常的方法是：将‘不’这个词加在这个语句的主要动词上。断定一个复合句的否定则较为复杂一些。例如，我们要否定语句‘糖引起

龋齿并且威士忌引起胃溃疡’，就要断定‘并非既是糖引起龋齿又是威士忌引起胃溃疡’。尽管这两个例子之间有明显的不同，但是在逻辑里采用某一单个符号来构成语句的否定则是适宜的。我们将使用‘¬’这个符号，[1] 要把它放在整个语句之前。这样，第一个例句的否定被写成：

¬(糖引起龋齿)。

第二个例句说明我们可以如何翻译‘¬’；我们总是可以把它译成‘并非’。

用单个符号‘¬’表示否定，主要的理由是，不管被否定的语句是简单的还是复合的，在这两种情况下，该符号的意义都是一样的。一个真语句的否定是假的，一个假语句的否定是真的。

我们用‘并且’这个词把两个语句联结为一个语句，我们把这叫做两个语句的合取（式）。例如，‘玛丽爱约翰并且约翰爱玛丽’，就是语句‘玛丽爱约翰’和语句‘约翰爱玛丽’的合取。我们将用符号‘&’表示合取。这样，任意的两个语句 P和Q 的合取被写成：

P&Q。

符号‘&’的使用规则跟平常的用法极其一致。[2] 两个语句的合取是真的，当且仅当两个语句是真的。请注意，在逻辑中我们可以把任意两个语句联结起来构成一个合取。这里并不要求这两个语句在内容上或者在题材上有联系。任何合取，不管多么离奇，都是可容许的。当然，我们对‘约翰爱玛丽并且4能被2整除’这样的语句通常是不感兴趣的。尽管看来需要有一条附加的规则，规定我们只能联接两个有共同题材的语句，然而一旦我们考虑到‘共同题材’这个概念的模糊性，这样一条规则便显然是不可取的。

---

[1] 原文为符号‘—’，为醒目起见，译文改为‘¬’。

[2] 在英语中‘&’代表‘and（并且）’。