

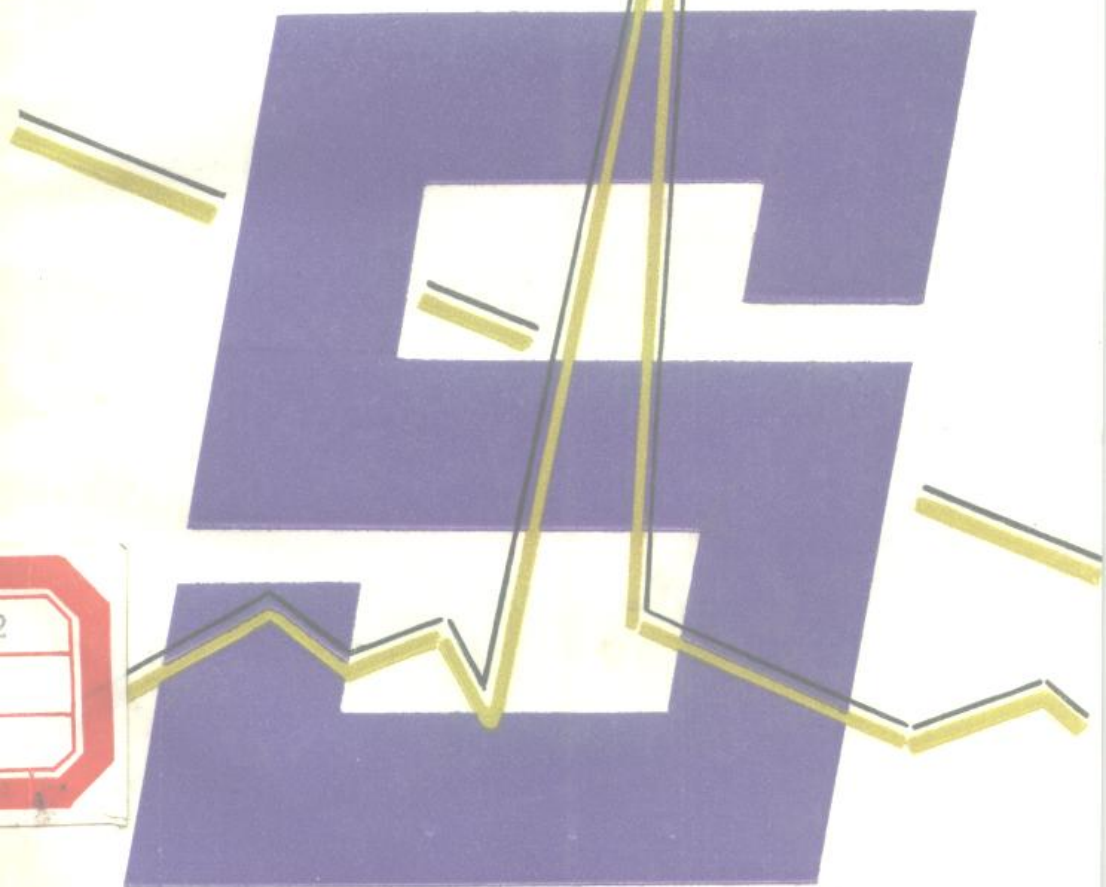
系统与信号

〔美〕 N.LEVAN 著

刁式华 译

叶绍华 校

中国计量出版社



系 统 与 信 号

英文
【美】 N.LEVAN 著

刁式华 译

叶绍华 校



中国计量出版社

9110010

0732/08
内 容 提 要

本书是美国加利福尼亚大学初级水平工程技术课程的教科书，简明扼要地讲述了系统的基本概念、冲激响应函数的特征和线性系统时域分析方法、拉普拉斯变换的线性动态系统 s 域分析，以及傅里叶变换分析。

本书还提供了丰富的习题和复习题。

本书可供无线电通信、遙控遙测、信号处理、电子工程，以及有关专业的学生、初中级科研和工程技术人员参考。

SYSTEMS & SIGNALS

N. LEVAN

Optimization Software, Inc. 1983

系 统 与 信 号

〔美〕 N. LEVAN 著

刁式华 译

叶绍华 校

责任编辑 刘宝兰

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲2号

中国计量出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

—*—

开本 787×1092/32 印张 4.375 字数 98 千字

1990年5月第1版 1990年5月第1次印刷

印数 1—2500

ISBN 7-5026-0330-1/TB·272

定价 8.50 元

010011e

译 者 的 话

本书是美国加利福尼亚大学初级水平工程技术课程的教科书。内容少而精。本书的显著特点是在书中提供了丰富的习题，每一章用包含有本章内容的习题来小结，在附录中，编目了 100 个复习题供练习使用。

本书可作为无线电通信、雷达、导航、遥控遥测、信号处理、电子工程，以及其它非电类专业的学生、科研和工程技术人员参考书。

前 言

本书是为初级水平工程技术课程编写的教科书。本书已经在洛杉矶加利福尼亚大学，培养大学生的工程技术教学计划中使用了6年，并且进行过多次修改。

学习这门课的先决条件是进行两年微积分包括微分方程和两年的物理学，其中包括电学的学习。

本书有五章，它可在一个季度里（10个星期或大约40个学时）以比较合理的而且轻松的进度来完成。第一章开始于系统的基本概念及其输入-输出的描述。同时，很快地就进入系统的输入-输出变换的主要特性。第二章描绘冲激响应函数的特征和它在线性系统时域分析中的规律。在第三章中，介绍拉普拉斯变换作为线性动态系统 s 域分析的一个工具。在第四章中，我们开始转向用傅里叶级数来分析信号。这里一个有价值的术语是均方近似，我们通过正交原理来介绍。在第五章中，涉及到更新的课题，即傅里叶变换和有限带宽信号的采样定理。

在本书中提供了丰富的习题。每一章都以与本章内容有关的习题来小结。此外，在附录中还列举了100个复习题。

Nhan I evan

写于洛杉矶

1983年3月

目 录

第一章 系统：输入-输出的描述	(1)
一、系统：模型和数学模型	(1)
二、输入-输出变换的特性	(4)
三、习题	(8)
第二章 线性系统：时域分析	(10)
一、狄拉克 δ (或冲激) 函数	(10)
二、单位阶跃函数	(13)
三、线性系统的冲激响应函数	(14)
四、线性系统的输入-输出关系	(16)
五、级联系统的冲激响应函数	(20)
六、习题	(21)
第三章 线性时-不变系统和因果系统：拉普 拉斯变换分析	(27)
一、拉普拉斯变换	(27)
二、一些重要的变换	(29)
三、基本特性	(29)
四、拉普拉斯反变换：给定 $F(s)$ $= \mathcal{L}_s[f(t)]$ ，求 $f(t)$	(33)
五、线性常系数微分方程的应用	(36)
六、用拉普拉斯变换法分析线性时-不变 和因果系统	(37)
七、卷积积分和线性时-不变及因果系统的	

系统函数的拉普拉斯变换·····	(37)
八、用微分方程描述系统的系统函数·····	(40)
九、习题·····	(41)
第四章 信号：傅里叶级数分析·····	(49)
一、信号的正交分解·····	(49)
二、周期信号和傅里叶级数·····	(51)
三、离散频谱：振幅和相位，实信号·····	(53)
四、均方（或最小二乘方）近似·····	(56)
五、均方差·····	(59)
六、习题·····	(61)
第五章 线性时-不变系统：傅里叶变换分析·····	(68)
一、傅里叶变换·····	(68)
二、特性·····	(70)
三、线性时-不变系统的分析：频率（响 应）函数·····	(72)
四、有限带宽信号：采样定理·····	(75)
五、习题·····	(78)
六、提示·····	(82)
附录：复习题·····	(85)

第一章 系统：输入-输出的描述

这一章用输入-输出描述来讨论系统的基本特性，输入和输出（或信号）通常采用时间的确定函数。

一、系统：模型和数学模型

人们通常不是很严谨的使用系统这个术语。虽然精确的定义是很复杂的，但根据我们的目的，我们可以把系统看作以输入（激励）和输出（响应）为特征。

为了研究一个系统，人们通常用组成它的模型开始。模型是系统的一种理想化的形式，当然不必是唯一的。换句话说，一个系统可以允许一个以上的模型，这取决于使用的设想。这里我们仅对用数学术语描述的模型感兴趣。这样一种描述通常叫系统的数学模型。

根据我们的目的，一个系统用带有几个抽头的闭合方块来表示，如图 1.1 所示。端子可分为两类：输入端子和输出端子。在输入端，把输入加到系统而在输出端观察（或测量）输出。



图 1.1

输入和输出（或信号）采取时间函数，也就是说，时间变量 t 的数值函数，分别记为 $x(\cdot)$ 和 $y(\cdot)$ 。此外，它们也是确定函数，意味着对时间变量 t 的每个值，它们的函数值 $x(t)$ 和 $y(t)$ 完全确定。

令 $x(\cdot)$ 和 $y(\cdot)$ 为系统的输入输出，则函数对 $\{x(\cdot), y(\cdot)\}$ 叫做输入输出对，假如函数 x 和 y 被认为输入-输出族，则系统完全是以输入-输出数据，即这个族 $\{x(\cdot), y(\cdot)\}$ ， $x(\cdot)$ 在 x 中， $y(\cdot)$ 在 y 中为特征。这是系统最一般的描述。注意，一般情况，“输出”并不是由“输入”唯一确定的，同一个输入可以有几个输出，都属于这个 $\{x(\cdot), y(\cdot)\}$ 族。

假如一个系统的输出能够完全用相应的输入来表达，也就是说，对于每一个 $x(\cdot)$ 只有一个 $y(\cdot)$ ，这个系统就叫做有输入-输出描述。这种描述表达了一个概念，就是输出由输入引起的。系统将每一个输入变换成唯一相应的输出。因此，对于有输入-输出描述的系统，我们可以用一个抽象的变换函数 $T(\cdot)$ 来表示它的作用，即加上 $x(\cdot)$ ，给出一个唯一的输出 $y(\cdot)$ ：

$$y(\cdot) = T[x(\cdot)]$$

$$x(\cdot) \text{ (在 } x \text{ 中)} \quad y(\cdot) \text{ (在 } y \text{ 中)} \quad (1.1)$$

$T(\cdot)$ 称为输入-输出变换。

例子

讨论图 1.2 所示的电路，令 $x(\cdot)$ 和 $y(\cdot)$ 分别表示输入电压和输出电压，则对于这个系统的数学模型是微分方程：

$$RC \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t), \quad t_0 < t < \infty$$

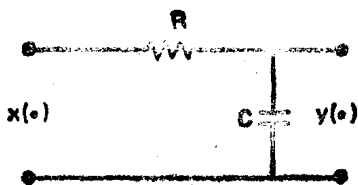


图 1.2

式中输入电压是在某一起始时间 t_0 加入的. 在这种情况下, 为了确定输入-输出变换, 我们必需对 $y(\cdot)$ 的微分方程求解. 将方程的两边用 e^{at} 乘, 其中 $a = \frac{1}{RC}$, 我们求得:

$$\frac{d}{dt}[e^{at}y(t)] = a e^{at}x(t), \quad t \geq t_0$$

因此,

$$y(t) = ke^{-at} + \int_{t_0}^t a e^{-a(t-\sigma)} x(\sigma) d\sigma, \quad t \geq t_0$$

式中 k 是待定常数. 代入 $t = t_0$, 我们得到:

$$y(t_0) = ke^{-at_0}$$

则, $k = e^{-a(t_0 - t_0)} y(t_0)$. 输出电压为:

$$y(t) = e^{-a(t-t_0)} y(t_0) + \int_{t_0}^t a e^{-a(t-\sigma)} x(\sigma) d\sigma, \quad t \geq t_0$$

显然由这个关系式可见, 输出电压取决于输入电压 $x(\cdot)$ 和起始条件 $y(t_0)$, $y(t_0)$ 是在 $t = t_0$ 时, 电容 C 两端的电压. 因此, 同一输入 $x(\cdot)$ 产生许多输出 $y(\cdot)$, 它取决于 $y(t_0)$ 的不同值. 现在, 如果我们选 $y(t_0) = 0$, 那么, 对

于 $t \geq t_0$ ，显然是：

$$y(t) = \int_{t_0}^t a e^{-a(t-\sigma)} x(\sigma) d\sigma$$

现在我们可以说，电路把每个输入电压 $x(\cdot)$ 变换成唯一相应的输出电压 $y(\cdot) = T[x(\cdot)]$ ，如果对系统加上输入电压时，电容器两端无电压（相当于无电荷），我们写成：

$$y(\cdot) = T[x(\cdot)], \quad y(t) = \int_{t_0}^t a e^{-a(t-\sigma)} x(\sigma) d\sigma \quad t \geq t_0$$

最后，对于同样电路，如果输入是电流 $i(\cdot)$ ，则数学模型是简单的：

$$y(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\sigma) d\sigma + y(t_0), \quad t \geq t_0$$

因此，如同在上述情况下，设 $y(t_0) = 0$ ，则输入-输出变换为：

$$y(\cdot) = T[i(\cdot)], \quad y(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\sigma) d\sigma, \quad t \geq t_0$$

二、输入-输出变换的特性

通过这些系统的输入-输出变换，我们来研究它的特性。

首先我们加以定义。

定义

具有输入-输出变换的系统， $y(\cdot) = T[x(\cdot)]$ 称为线性系统。如果

(i) 对于任何标量 k 和在 x 中的任何 $x(\cdot)$

$$T[kx(\cdot)] = kT[x(\cdot)]$$

(ii) 对于在 x 中的任何 $x_1(\cdot)$ 和 $x_2(\cdot)$, 则有

$$T[x_1(\cdot) + x_2(\cdot)] = T[x_1(\cdot)] + T[x_2(\cdot)]$$

显然, 对于 x 中的任何标量 k_1 、 k_2 和任何 $x_1(\cdot)$ 、 $x_2(\cdot)$, (i) 与 (ii) 可以合并成一个条件为:

$$T[k_1 x_1(\cdot) + k_2 x_2(\cdot)] = k_1 T[x_1(\cdot)] + k_2 T[x_2(\cdot)] \quad (1.2)$$

必须指出, 上述讨论我们假设 $kx(\cdot)$ 和 $x_1(\cdot) + x_2(\cdot)$ 对于每个 k 和在 x 中的任何 $x(\cdot)$, $x_1(\cdot)$ 与 $x_2(\cdot)$ 是在 x 中。这同样可以说, x 是线性域, 同样 y 也是线性域。而这个定义意味着 $T[\cdot]$ 是从 x 到 y 的线性变换。

从式 (1.2) 立即可知 $T[0] = 0$ 。因此线性系统 (在上面定义的意义) 必须是 (零输入 ($x=0$), 导致零输出 ($y=0$)). 这就意味着我们仅研究这类系统, 它们是静止系统。也就是说: 将输入加到系统上的时候, 零输入导致零输出。

当系统不具有线性输入-输出变换时, 就被称为非线性

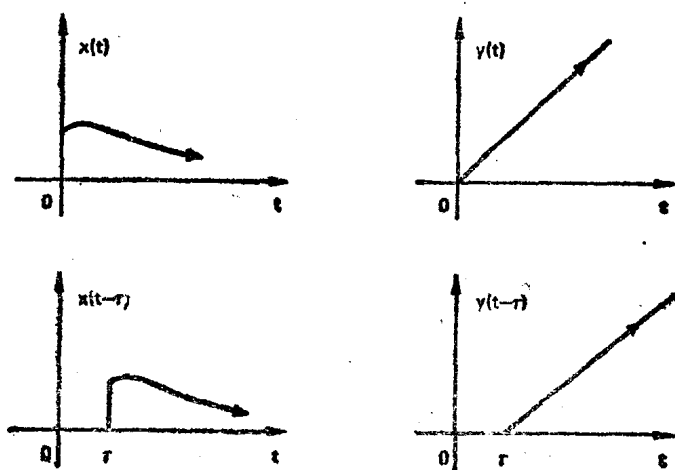


图 1.3

系统。

下一个重要特性是时-不变（或固定，或稳定）的系统。进一步说，如果输入沿时间轴移动一个 τ ，系统是时不变的，那么相应的输出也移动同样的数值 τ 如图 1.3 所示。显然，对于 $\tau > 0$ （反之， $\tau < 0$ ） $x(t - \tau)$ 恰好是 $x(t)$ 向右（反之，向左）移动 τ 。因此我们得到下面定义。

定义

假如对于任何 t 和 τ ：

$$y(t) = T[x(t)]$$

$$\text{和 } z(t) = T[x(t - \tau)]$$

则

$$z(t) = y(t - \tau)$$

则具有输入-输出变换的系统 $y(\cdot) = T[x(\cdot)]$ 是时-不变系统。

例子

讨论

$$y(\cdot) = T[x(\cdot)], \quad y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (t - \sigma)x(\sigma) d\sigma, \\ -\infty < t < \infty$$

我们有

$$T[x(t - \tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} (t - \sigma)x(\sigma - \tau) d\sigma = z(t)$$

以及

$$y(t - \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} (t - \tau - \sigma)x(\sigma) d\sigma$$

因此 $z(t) = y(t - \tau)$ ，并且这个系统是时-不变系统。

如果一个系统不是时-不变系统，则称为时-变系统。

应该强调指出，对时-不变系统，沿时间轴移动输入，不会改变相应输出的形状。因此对于时-不变系统来说，时

间的原点通常可取零。换句话说, 如果 $x(\cdot)$ 是在某时间 $t_0 (\neq 0)$ 被加到时-不变系统的, 那么我们可以移动它到原点并取加到系统的输入时间为零。从而, 我们可以对于 $t < 0$ 时取 $x(t)$ 为零。

下一个重要的概念是因果系统或物理可实现系统。如果输出 $y(\cdot)$ 在任何时间 t 的 $y(t)$ 的值仅取决于对应这个时间 t 的输入 $x(\cdot)$ 的值 (即对于每个 $\sigma \leq t$ 的 $x(\sigma)$ 值), 则这个系统称为因果系统。因此, 如果我们把 t 看作为当前时间 (即“现在”), 则对于因果系统来说, 输出的当前值仅取决于引起输出的过去和当前值, 而它不依赖输入的将来值。

如果是一个因果系统, 对任意时间 t , $y(t)$ 仅取决于 $x(t)$, 也就是说, 输出的当前值仅决定于输入的当前值, 则这个系统称为瞬时的或无记忆 (或零记忆) 系统。反之, 这个系统叫做记忆系统。

例子

具有下面输入-输出变换的系统

$$y(\cdot) = T[x(\cdot)], \quad y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\sigma) d\sigma, \quad -\infty < t < \infty$$

是因果的, 并且是有记忆的系统。

当 $y(t) = \int_0^{\infty} e^{-(t-\sigma)} x(\sigma) d\sigma, \quad -\infty < t < \infty$ 时这个系统不是因果系统。

用 $y(\cdot) = T[x(\cdot)], \quad y(t) = 4x(t) + 2$ 定义的系统是无记忆系统。

最后, 如果输入和输出信号的时间变量 t , 取一个区间中的所有值 (有限的或无限的), 则这个系统称连续时间系

统。如果 t 仅取离散值, 则这个系统叫 离散时间系统。

三、习 题

1. 鉴别下面的输入-输出变换哪一个是线性, 非线性, 时-不变, 时-变, 因果, 非因果, 或无记忆:

$$y(t) = tx(t) \quad 0 \leq t \leq 5$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{-(t-\sigma)} x(\sigma) d\sigma, \quad -\infty < t < \infty$$

$$y(t) = x(t) + \int_0^t (t-\tau)x(\tau) d\tau, \quad t \geq 0$$

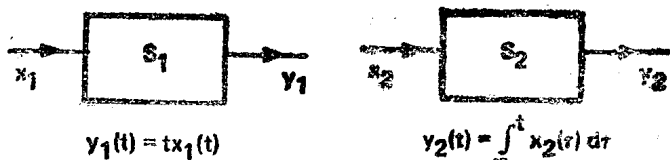
$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} - \int_1^{\infty} t\tau^2 x(\tau) d\tau, \quad t > 0$$

$$y(t) = 4x(t)^2$$

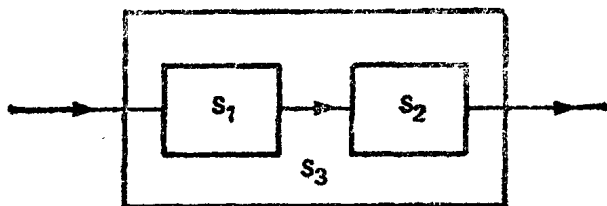
$$y(t) = x(t-5)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} t\sigma x(\sigma) d\sigma \quad -\infty < t < \infty$$

2. (i) 对于所示的 s_1 和 s_2 系统, 证明它们是: 线性系统, 时-变系统和因果系统。

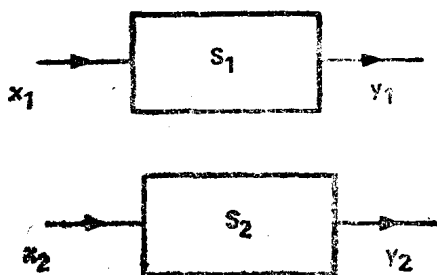


(ii) 对于图中所示用 s_1 和 s_2 级联形式的 s_3 系统, 求 s_3 的输入-输出关系。



3. 在习题 2 (ii) 中, 如果 s_1 和 s_2 交换位置, 这样产生的系统是否与系统 s_3 一样?

4. (i) 对于下面的系统 s_1 和 s_2 , 证明它们是否是: 线性系统或非线性系统, 时-不变或时-变系统.

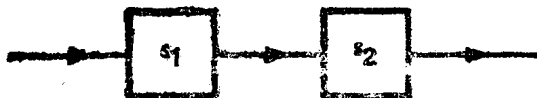


$$y_1(t) = \int_0^t \sigma x_1(\sigma) d\sigma, t \geq 0$$

$$y_2(t) = \int_0^t x_2(\sigma) d\sigma, t \geq 0$$

(注意对于 $t < 0$, $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 二者取值为零)

(ii) 如下所示, 用 s_1 和 s_2 级联得到的系统, 对该系统的输入-输出进行描述.



第二章 线性系统：时域分析

在这一章，将对线性系统进行分析，给出一个用理论上的输入-输出变换 $y(\cdot) = T[x(\cdot)]$ 描述的系统。这里我们主要关心的是：假定 $T[\cdot]$ 是线性的，去求输入和它相应的输出之间的确切关系。换句话说，给定一个线性系统，要分析的问题就成为当该系统加给定输入时，求系统的输出。这里关键的概念是线性系统的冲激响应函数的概念。

一、狄拉克 δ （或冲激）函数

狄拉克 δ 函数用 $\delta(\cdot)$ 表示，定义为：

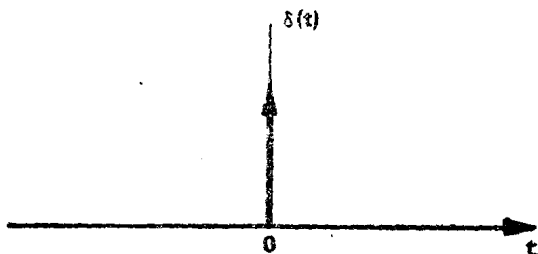


图 2.1

$$\begin{cases} \delta(t) = 0 & \text{对于每一个 } t \neq 0 \\ \delta(0) = \infty \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases}$$