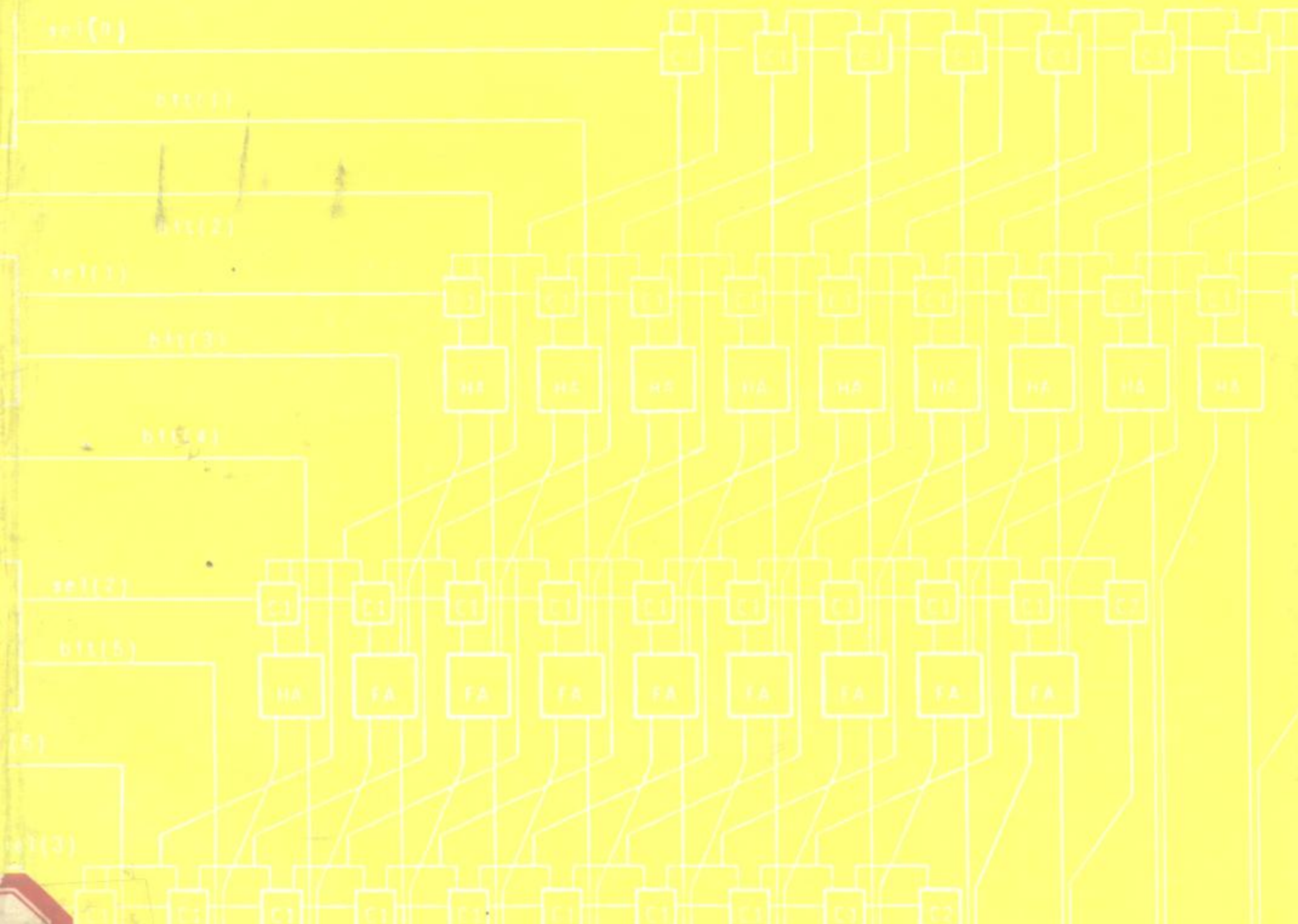
刘宝琴

数字电路与系统



清华大学出版社

数字电路与系统

刘宝琴

清华大学出版社

（京）新登字 158 号

内容提要

EA 5/12

本书围绕数字系统的设计，全面地介绍数字电路、脉冲电路和数字系统中其它电路的工作原理、分析和设计方法。全书共分十四章，主要内容包括逻辑代数、组合逻辑电路、时序逻辑电路、MOS 和双极型数字集成电路、运算电路、存储器、可编程器件、脉冲电路、数字和模拟信号的相互转换、数字系统设计。

本书物理概念阐述清楚，理论联系实际，深入浅出，便于自学。它可作为高等院校无线电技术、电子工程、计算机技术、自动控制等专业的技术基础课教材，亦可作为有关专业工程技术人员的参考书。

数字电路与系统
刘宝琴
☆
清华大学出版社出版
北京 清华园
北京顺义振华印刷厂印刷
新华书店总店科技发行所发行
☆
开本：787×1092 1/16 印张：26 字数：617 千字
1993 年 7 月第 1 版 1993 年 7 月第 1 次印刷
印数：0001—8000
ISBN 7-302-01189-3/TN・36
定价：12.30 元

前　言

本书根据高等理工院校电子类《脉冲数字电路》课程的教学大纲编写，与各院校的教学要求相一致。本书可作为高等院校的教材，亦可供有关专业的工程技术人员参考。

数字技术和微电子技术在飞速发展，各种通用的、专用的、用户可编程的器件不断涌现，目前已可以在一块芯片上集成几千万个元件构成的数字系统。设计集成电路器件和制作整机设备都必需具备逻辑设计和数字系统的知识，因此在本书中加强了这方面的内容，并命书名为《数字电路与系统》。

在选材上，本书注重基础知识，介绍今后相当长的一个时期内仍然行之有效的基本理论和方法；同时，又力求反映近几年来数字技术的新发展和新应用，介绍新器件和新技术。

数字电路与系统是一门重要的专业基础课。本书侧重于阐明基本物理概念、电路的工作原理和设计方法，尽量减少繁琐冗长的数学运算，力求做到深入浅出、便于自学。为了加深对概念的理解，学以致用，书中附有大量实例，并介绍了一些在工程中常用的分析和设计方法，以及实际应用中需要解决的各种问题。每章之后附有习题，以巩固所学的知识。

全书共分十四章。第一章论述了数字电路的特点和一些基础知识。第二章介绍二进制数和编码。第三章到第九章是本书的重点，讨论了分析和设计数字电路的一系列有关问题。第三章从正确运用逻辑代数的角度，介绍逻辑代数和逻辑函数的化简。第四章和第五章分别讨论了组合逻辑电路分析、设计的方法和四种常见的组合逻辑电路。第六章给出最基本的时序电路，即触发器的逻辑特性及其使用中应注意的问题。第七章介绍六种常见的时序电路，同时针对具体电路给出其分析和设计的方法。第八章介绍运算电路。第九章详细地阐述时序逻辑电路分析与设计的一般步骤及方法。第十章和第十一章介绍了晶体管的开关特性和各种系列的数字电路。第十二章讨论各种脉冲电路的实现。第十三章介绍数字和模拟信号之间的相互转换电路。第十四章讨论数字系统设计的基本问题，重点在中央处理单元的设计。

使用本书时，读者可按不同的章节顺序学习（或选学）有关的内容，书中带“*”标记的部分供参阅。例如，学习了第一、二、三章，便可阅读第六、十、十二章，此后再按第四、五、七、八、九、十一、十三、十四章顺序学习。通过本书的学习，读者可以掌握基本脉冲电路与数字电路的工作原理和分析方法，能对常见的小、中、大规模集成电路进行分析、设计和应用，并初步掌握数字系统的设计方法，为研究通用或专用数字系统、超大规模集成系统打下必要的基础。

本书基本上采用国家标准 GB4728.12-85《电气图用图形符号　二进制逻辑单元》所规定的逻辑符号。这种逻辑符号意义明确，不用（或少用）附加文字说明就可确切地描述电路的逻辑功能，它与国际电工委员会 IEC617-12(1983)的图形符号一致，正在国内外普及。为了便于读者熟悉和掌握各种常用的逻辑符号，本书在逻辑电路的分析和设计的有关章节中，结合电路实例，逐一给出其逻辑符号，并在附录二对逻辑符号的绘制原则做了简

单的介绍。

在编写本书过程中，陆大绘教授自始至终给予了热情支持与具体指导，提出了极其宝贵的建议和详尽的修改意见。钱淑英副教授精心审阅了全书，提出了很多有益的建议。在此一并表示衷心的感谢。本书原稿曾在清华大学和一些兄弟院校作为教材使用，又经多次改写，但仍难免有不妥之处，恳请读者批评指正。

作　者

1992年3月

目　录

第一章　绪论 ………… 1
§1.1　脉冲和脉冲电路 ………… 1
§1.2　数字信号和数字电路 ………… 3
第二章　数制与编码 ………… 5
§2.1　数制 ………… 5
§2.2　不同数制之间的相互转换 ………… 6
§2.3　用二进制表示的其它进制 ………… 9
§2.4　十进制代码 ………… 11
§2.5　格雷码 ………… 12
*§2.6　字符代码 ………… 13
小结 ………… 13
习题 ………… 13
第三章　逻辑代数 ………… 15
§3.1　逻辑变量和基本的逻辑运算 ………… 15
§3.2　常见的门电路 ………… 19
§3.3　逻辑代数的基本定律和规则 ………… 23
§3.4　若干常用公式 ………… 26
§3.5　逻辑函数的标准形式 ………… 27
§3.6　逻辑函数的代数化简法 ………… 30
§3.7　逻辑函数的卡诺图化简法 ………… 31
*§3.8　逻辑函数的表格化简法 ………… 38
小结 ………… 41
习题 ………… 42
第四章　组合逻辑电路的分析与设计 ………… 44
§4.1　组合逻辑电路的特点 ………… 44
§4.2　组合逻辑电路的分析 ………… 44
§4.3　组合逻辑电路的设计 ………… 46
§4.4　组合逻辑电路的竞争和险象 ………… 54
小结 ………… 59
习题 ………… 59
第五章　常见的组合逻辑电路 ………… 61
§5.1　编码器和优先编码器 ………… 61
§5.2　译码器 ………… 64
§5.3　多路选择器 ………… 72
§5.4　奇偶校验器 ………… 77
小结 ………… 80
习题 ………… 80
第六章　触发器 ………… 82
§6.1　时序逻辑电路的特点 ………… 82
§6.2　基本 R-S 触发器 ………… 84
§6.3　钟控 R-S 触发器 ………… 84
§6.4　锁存器 ………… 85
§6.5　主从型触发器 ………… 86
§6.6　边沿触发型触发器 ………… 90
§6.7　各类触发器的开关特性 ………… 92
§6.8　触发器的逻辑符号 ………… 93
§6.9　各类触发器的逻辑特性 ………… 95
小结 ………… 99
习题 ………… 99
第七章　常见的时序逻辑电路 ………… 101
§7.1　寄存器 ………… 101
§7.2　二进制计数器 ………… 102
§7.3　任意进制计数器 ………… 111
§7.4　移位寄存器 ………… 123
§7.5　移存型计数器 ………… 126
*§7.6　序列信号发生器 ………… 130
小结 ………… 131
习题 ………… 132
第八章　运算电路 ………… 134
§8.1　数字比较电路 ………… 134
§8.2　加法电路 ………… 138
§8.3　减法电路 ………… 140
§8.4　算术逻辑单元(ALU) ………… 145
§8.5　累加器 ………… 149
*§8.6　乘法电路 ………… 149
*§8.7　除法电路 ………… 151
*§8.8　8.4.2.1BCD 码加法电路 ………… 154
小结 ………… 156
习题 ………… 157
第九章　时序逻辑电路的分析与设计 ………… 159
§9.1　时序逻辑电路的分类 ………… 159
§9.2　同步时序逻辑电路的分析 ………… 161

§ 9.3　同步时序逻辑电路的设计 ……… 163
* § 9.4　脉冲型异步时序逻辑电路的分析与设计 ……… 184
* § 9.5　电位型异步时序逻辑电路的分析与设计 ……… 187
§ 9.6　时序逻辑电路的竞争和险象 …… 197
小结 ……… 198
习题 ……… 199
第十章　集成逻辑电路 ……… 203
§ 10.1　数字集成电路的特点和分类 … 203
§ 10.2　双极型晶体管开关特性 ……… 204
§ 10.3　晶体管-晶体管逻辑电路（TTL） ……… 210
§ 10.4　发射极耦合逻辑电路(ECL) … 225
§ 10.5　MOS 管开关特性 ……… 227
§ 10.6　NMOS 逻辑电路 ……… 231
§ 10.7　CMOS 逻辑电路 ……… 237
§ 10.8　不同逻辑系列的配合问题 …… 245
小结 ……… 246
习题 ……… 246
第十一章　存储器和可编程器件 ……… 250
§ 11.1　随机存取存储器(RAM) ……… 250
§ 11.2　只读存储器(ROM) ……… 263
§ 11.3　可编逻辑阵列(PLA) ……… 272
§ 11.4　可编阵列逻辑(PAL) ……… 278
§ 11.5　其它类型的存储器 ……… 284
小结 ……… 287
习题 ……… 287
第十二章　脉冲电路 ……… 288
§ 12.1　*RC* 电路 ……… 288
§ 12.2　运算放大器和 TTL 门的开关特性 ……… 293
§ 12.3　波形箝位电路 ……… 296
§ 12.4　限幅器和施密特触发器 ……… 299
§ 12.5　单稳态电路 ……… 304
§ 12.6　多谐振荡器 ……… 313
§ 12.7　锯齿电压发生器 ……… 319
* § 12.8　锯齿电流发生器 ……… 326
小结 ……… 330
习题 ……… 330
第十三章　数字-模拟转换器和模拟-数字转换器 ……… 335
§ 13.1　数字-模拟转换器的工作原理 ……… 335
§ 13.2　集成的数字-模拟转换器 ……… 347
§ 13.3　数字-模拟转换器的主要参数 ……… 350
§ 13.4　数字-模拟转换器应用举例 …… 353
§ 13.5　模拟-数字转换器的主要参数 ……… 354
§ 13.6　取样-保持电路和模拟多路选择器 ……… 356
§ 13.7　直接的模拟-数字转换器 ……… 360
§ 13.8　间接的模拟-数字转换器 ……… 368
小结 ……… 372
习题 ……… 372
第十四章　数字系统设计基础 ……… 374
§ 14.1　寄存器传送语言 ……… 374
§ 14.2　数据传送系统的实现 ……… 380
§ 14.3　控制器的条件响应 ……… 383
§ 14.4　简单计算机 ……… 385
* § 14.5　数字信号处理器的设计考虑 … 396
小结 ……… 397
习题 ……… 397
参考书目 ……… 400
附录一　我国集成电路型号命名规则 ……… 401
附录二　图形符号说明 ……… 402

第一章　绪　　论

§1.1　脉冲和脉冲电路

1.1.1　脉冲波形

脉冲(Pulse)这个词包含着脉动和短促的意思。在脉冲技术中，我们研究的是一些具有间断性和突发性特点的、短暂出现的周期或非周期的时间函数的电压或电流。图 1.1.1 示出了几种常见的脉冲波形：矩形波、尖顶波、锯齿波、钟形波、梯形波和阶梯波。下面举两个矩形脉冲的应用实例。

图 1.1.2(*a*)是一个发电报的简单装置，电键、电阻和电池串联。按下电键，电阻上电压 v_O 等于 E；不按电键，v_O 等于 0。每按一个电键就可以产生一个脉冲，根据电文内容，不断忽长忽短地按动电键，就可以得到一系列幅度为 E 而宽度不同的矩形脉冲(见图 1.1.2(*b*))。

图 1.1.3(*a*)示出了一个通用的商品条形代码标志。每一个数字由两个黑条和两个白条组成，利用线条宽度的不同来表示不同的数字。每一个数字的黑、白线条总宽为七个单位尺寸(见图 1.1.3(*b*))，即每个数字是由七个宽度为单位尺寸的黑、白窄条组合构成的。若把每个窄条的颜色用一个数码表示：0 表示白色；1 表示黑色，则通用商品代码的编

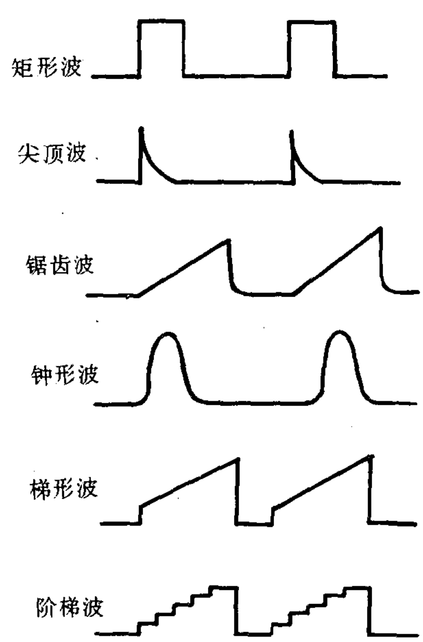


图 1.1.1　常见的脉冲波形

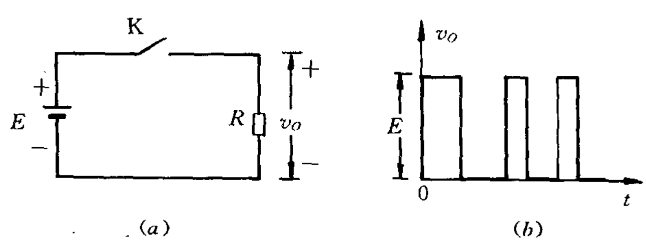


图 1.1.2　发报示意图

(*a*) 电路；(*b*) 所代表的电文

码规则如表 1.1.1 所示。在图 1.1.3(*a*)中，最左边和最右边的三条(黑-白-黑)为保护条组，中间的五条(白-黑-白-黑-白)也是保护条组。在中间保护条组左边的数字按表 1.1.1 中左部编码规则编码；右边的数字按 1.1.1 中右部编码规则编码。例如，图 1.1.3(*b*)示出了数字 7 按左部编码规则的黑白条纹。此外，最左边的数字和最右边的数字分别写在编码条纹的左侧和右侧(见图 1.1.3(*a*))。商品条形代码标志的黑白条纹经过读入机变成电信号。例如，白色对应低电位 0V，黑色对应高电位 $+E$，则宽窄不同的黑白条纹就变成类似图 1.1.2(*b*)的宽窄不同的矩形脉冲信号。

(*a*) (*b*)

图 1.1.3 通用的商品条形代码标志

(*a*) 条形代码标志实例； (*b*) 7 的条形代码

表 1.1.1 编码规则

数 字	左部编码	右部编码
0	0001101	1110010
1	0011001	1100110
2	0010011	1101100
3	0111101	1000010
4	0100011	1011100
5	0110001	1001110
6	0101111	1010000
7	0111011	1000100
8	0110111	1001000
9	0001011	1110100

1.1.2 矩形脉冲

矩形波是常用的脉冲波形。矩形脉冲具有两个固定电平，其电平转换时间与每个电平的持续时间相比可以忽略。图 1.1.4 示出一周期性的矩形脉冲的波形，其主要参数如下。

脉冲幅度 V_m：矩形脉冲的高电平和低电平之差，它反映了脉冲信号的大小。

脉宽 t_w(或称为脉冲持续期)：矩形脉冲起始和终了时刻之间的时间间隔。若将脉冲前、后沿上瞬时值为 $0.5V_m$ 的对应点之间的时间间隔定为脉宽，则称作平均脉宽。此外，还有顶部脉宽和底部脉宽。

重复周期 T：相邻两个脉冲对应点之间的时间间隔。重复周期的倒数称为重复频

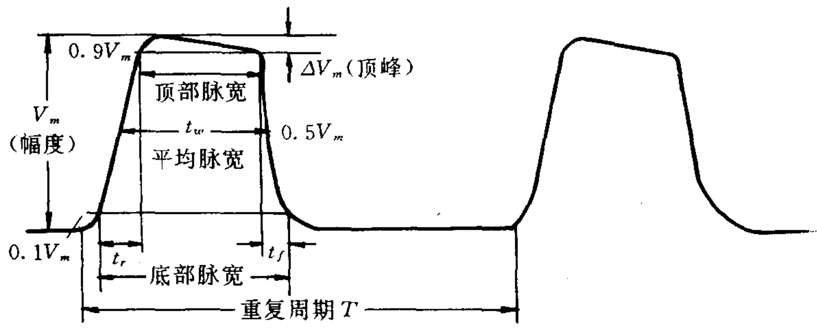


图 1.1.4 矩形脉冲的波形参数

率 f。

脉冲占空系数 Q^{-1}(或称脉冲工作比):脉宽 t_w 和重复周期 T 的比值。Q^{-1} 的倒数 Q 称为空度比。

上升沿 t_r:脉冲电压从 $0.1V_m$ 上升到 $0.9V_m$ 所需的时间。

下降沿 t_f:脉冲电压从 $0.9V_m$ 下降到 $0.1V_m$ 所需的时间。

理想的矩形脉冲的 t_r 和 t_f 等于 0。

脉冲电路是各种波形的脉冲的产生以及脉冲波形间相互变换的电路。脉冲技术是脉冲信号的产生、变换、测量和应用的技术。

§1.2 数字信号和数字电路

人们在现实生活中遇到的许多物理量,如温度、压力、距离、时间等,一般都具有连续变化的特点。它们可以在一定范围内取任意实数值,称这类物理量为模拟量。在工程应用中,为了测量、传递和处理这些物理量,常把它们通过传感器转换成与之成比例的电压(或电流)。这些电信号表示和模拟了实际的物理量,故称之为模拟信号,其电压值(或电流值)在一定范围内是连续的变量。模拟信号所传送的内容称为模拟信息。处理模拟信号的电路称为模拟电路(Analog Circuit)。

数字量是离散的,只能按有限个或可数的量化单位(又称为增量、量化层)取值。例如,某一实际距离的值为 2567.82326…km。若取量化单位为 1km,则代表此距离的数字量为 2568km;若取量化单位为 1m,则数字量为 2567823m。量化单位的选择,取决于我们所要求的精度。与数字量相对应的电信号称为数字信号。数字信号所传送的内容称为数字信息。处理数字信号的电路称为数字电路(Digital Circuit)。

在进行信息传递和处理时,数字方式和模拟方式相比有下述优点。

(一) 精度和可靠性高

同一物理量可以用连续的模拟信号表示,也可以用离散的数字信号表示。用数字信号进行信息传送和处理,容易达到高精度和高可靠性。例如,当温度信息用模拟信号传送时,模拟信号的电压值正比于温度值。若要求精度为千分之一,则必须要求传送途径上的干扰

电压低于所传送信号电压的千分之一。在干扰严重的地方，这样的要求往往难以实现。若利用数字信号传送就容易达到这一精度要求。数字信号传输时，常采用二进制，也就是把所传送的数字量按照一定的规则编成一组脉冲序列。数字量的精度取决于量化单位的大小，进而决定了二进制数码的位数，即每组脉冲序列所能容纳的脉冲个数。数字量的大小取决于每组脉冲序列中各个脉冲的有无。只有当传送途中遇到相当大的干扰时，才能改变信号中脉冲的有无，破坏信息的内容。因而，采用数字信号有较强的抗干扰能力，容易达到较高的精度。

（二）使用灵活，易于器件标准化

随着半导体工艺的发展，数字电路器件的体积越来越小，集成度越来越高。今天，可以在一块硅片上制造几千个、几万个甚至几千万个元件，并可制造单片和数字计算机、单片的信号处理器等功能很强的标准化的通用器件，也可以由使用者定制专用的芯片。这些器件的出现，使得数字系统的体积小、重量轻、耗电省，并且提高了工作的可靠性。目前，数字电路广泛应用在军事、工业、商业、企业管理、交通运输、医疗保键和文化教育等各个领域，同时已进入到人们的日常生活中。

顺便指出，脉冲电路先于数字电路出现，数字电路在脉冲电路的发展中分化出来，并逐步成为独立的体系。脉冲电路和数字电路的研究方法有很大的差异。严格讲，脉冲电路应属于模拟电路的范畴，但脉冲电路和数字电路又有紧密的联系。本书以数字电路为主，先介绍数字电路，最后再讨论脉冲电路。脉冲数字技术是一种实用技术，学习时应紧密结合实际。本书侧重于物理概念的阐述，避免冗长、繁琐的数学运算。书中采用了工程上使用的一些快速、简便的估算方法和图表法，它们都是十分重要的。一个最佳的电路设计，要求电气性能好，还要考虑经济、可靠、便于实现。

第二章　数制与编码

§2.1　数　　制

人们在日常生活中已习惯于十进制数。例如，7492 读做七千四百九十二。7 在千位上，读做七千；4 在百位上，读做四百；9 在十位上，读做九十；2 在个位上，读做二。这是一种位置记数法，即把千、百、十、个称为权，7，9，4，2 称为系数，每个系数所在的位置不同，则所对应的权值不同。于是有

$$(7492)_{10} = (7 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 2 \times 10^0)_{10}$$

式中的下角标 10 表示十进制，即以十为基数。十进制数一般形式为

$$\begin{aligned}(N)_{10} &= (a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0)_{10} \\ &= (a_{n-1} \times 10^{n-1} + a_{n-2} \times 10^{n-2} + \cdots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0)_{10}\end{aligned}$$

对于带小数的数写为

$$\begin{aligned}(N)_{10} &= (a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0.a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m})_{10} \\ &= (a_{n-1} \times 10^{n-1} + a_{n-2} \times 10^{n-2} + \cdots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0 \\ &\quad + a_{-1} \times 10^{-1} + a_{-2} \times 10^{-2} + \cdots + a_{-m} \times 10^{-m})_{10}\end{aligned}$$

式中 a_0 和 a_{-1} 之间的点称为小数点，n 和 m 分别是整数的位数和小数的位数。由上式看到十进制每位的权是 10 的幂。十进制中有十个数字：0，1，2，3，4，5，6，7，8，9。

在数字系统中常常采用二进制数，这是因为二进制数的基数为二，它只有 0 和 1 两个数字，运算规则简单，便于电路实现。二进制数也采用位置记数法，每位的权是 2 的幂（见表 2.1.1）。二进制数的一般形式为

$$\begin{aligned}(N)_2 &= (b_{n-1}b_{n-2}\cdots b_1b_0.b_{-1}b_{-2}\cdots b_{-m})_2 \\ &= (b_{n-1} \times 2^{n-1} + b_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0 \\ &\quad + b_{-1} \times 2^{-1} + b_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + b_{-m} \times 2^{-m})_{10}\end{aligned}$$

表 2.1.1　二进制各位的权

二进制位数	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
权（十进制表示）	2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

二进制位数	−1	−2	−3	−4	−5	−6
权（十进制表示）	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}
	0.5	0.25	0.125	0.0625	0.03125	0.015625

例 2.2.1

$$\begin{aligned}(11010.11)_2 &= (1\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+0\times2^0 \\ &\quad +1\times2^{-1}+1\times2^{-2})_{10} \\ &= (26.75)_{10}\end{aligned}$$

二进制数的缺点是：同一个数值用二进制数表示时，比十进制数表示时的位数要多。为解决二进制数位数较多的问题，常采用以 2 的幂为基数的八进制数、十六进制数[①]。八进制有八个数：0，1，2，3，4，5，6，7；十六进制有十六个数：0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，A，B，C，D，E，F（其中 A 为 10，B 为 11，C 为 12，D 为 13，E 为 14，F 为 15）。由此可知，以 r 为基数的 r 进制数有 r 个数。

§2.2　不同数制之间的相互转换

考虑到读者对十进制的运算规则最熟悉，下面只介绍借助于十进制运算实现的数制转换方法。

2.2.1　十进制和非十进制之间的互换

（一）由十进制转换成其它进制

(1) 整数的数制转换

十进制整数转换成 r 进制整数时，可采用基数除法，其步骤如下：

① 将给定的十进制数除以基数 r，余数便是等值的 r 进制数的最低位。

② 将上一步的商再除以基数 r，余数便是等值的 r 进制数的次低位。

③ 重复步骤②，直到最后所得的商等于 0 为止。各次除得的余数，便是 r 进制各位的数（最后一次的余数是最高位）。

例 2.2.1　$(41)_{10}=(101001)_2$

解

$$
\begin{array}{r|r|c|l}
 & & \text{余数} & \\
2 & 41 & 1 & \uparrow\ \text{低位} \\
2 & 20 & 0 & \\
2 & 10 & 0 & \\
2 & 5 & 1 & \\
2 & 2 & 0 & \\
2 & 1 & 1 & \text{高位} \\
 & 0 & &
\end{array}
$$

箭头表示由高位到低位的方向。

例 2.2.2　$(153)_{10}=(231)_8$

解

$$
\begin{array}{r|r|c|l}
 & & \text{余数} & \\
8 & 153 & 1 & \uparrow\ \text{低位} \\
8 & 19 & 3 & \\
8 & 2 & 2 & \text{高位} \\
 & 0 & &
\end{array}
$$

(2) 纯小数的数制转换

十进制纯小数转换成 r 进制纯小数可采用基数乘法，其步骤如下：

① 将给定的十进制纯小数乘以基数 r，其积的整数部分便是等值 r 进制纯小数的最高位。

---

① 二进制、八进制、十进制和十六进制常以 B、O、D 和 H 表示，它们是 Binary、Octal、Decimal 和 Hexadecimal 的字头。

② 将上一步乘积的小数部分再乘以基数 r，所得乘积的整数部分便是次高位。

③ 重复步骤②，直至乘积的小数部分为 0，或者达到要求的精度为止（舍入误差小于最低位对应的数值）。各次乘积的整数部分，便是 r 进制纯小数的各位（最后一次乘积的整数部分是最低位）。

例 2.2.3 $(0.39)_{10}=(0.01100011)_2$，舍入误差小于 $2^{-8}\approx4\times10^{-3}$。

解

$$\begin{array}{l|r}
 & 0.39 \\
 & \times\quad 2 \\ \hline
\text{高位} & (0).78 \\
 & \times\quad 2 \\ \hline
 & (1).56 \\
 & \times\quad 2 \\ \hline
 & (1).12 \\
 & \times\quad 2 \\ \hline
 & (0).24 \\
 & \times\quad 2 \\ \hline
 & (0).48 \\
 & \times\quad 2 \\ \hline
 & (0).96 \\
 & \times\quad 2 \\ \hline
 & (1).92 \\
 & \times\quad 2 \\ \hline
\text{低位}\downarrow & (1).84
\end{array}$$

箭头表示高位到低位的方向。

例 2.2.4 $(0.513)_{10}=(0.406517)_8$，舍入误差小于 8^{-6}。

解

$$\begin{array}{l|r}
 & 0.513 \\
 & \times\quad 8 \\ \hline
\text{高位} & (4).104 \\
 & \times\quad 8 \\ \hline
 & (0).832 \\
 & \times\quad 8 \\ \hline
 & (6).656 \\
 & \times\quad 8 \\ \hline
 & (5).248 \\
 & \times\quad 8 \\ \hline
 & (1).984 \\
 & \times\quad 8 \\ \hline
\text{低位}\downarrow & (7).872
\end{array}$$

(3) 带小数的数制转换

一个带有小数的十进制数转换成带有小数的 r 进制数时，将其整数部分和小数部分分开计算，整数部分用基数除法，小数部分用基数乘法。

例 2.2.5 $(54.39)_{10}$转换成十六进制数。

整数部分：

$$
\begin{array}{r|l}
16 & 54 \\ \hline
16 & 3 \\ \hline
 & 0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\text{余数} \\
6 \quad \text{低位} \\
3 \\
\uparrow \ \text{高位}
\end{array}
$$

即$(54)_{10}=(36)_{16}$。

小数部分：

$$
\begin{array}{l|r}
 & 0.39 \\
 & \times \quad 16 \\ \hline
\text{高位} & (6).24 \\
 & \times \quad 16 \\ \hline
 & (3).84 \\
 & \times \quad 16 \\ \hline
 & (13).44 \\
 & \times \quad 16 \\ \hline
\text{低位} \downarrow & (7).04
\end{array}
$$

即$(0.39)_{10}=(0.63D7)_{16}$，舍入误差小于 16^{-4}。

因此 $(54.39)_{10}=(36.63D7)_{10}$，舍入误差小于 16^{-4}。

(二) 由其它进制转换成十进制

由 r 进制转换成十进制可用下式直接求得：

$$
\begin{aligned}
(N)_r &= (k_{n-1}k_{n-2}\cdots k_1k_0.\,k_{-1}k_{-2}\cdots k_{-m})_r \\
&= (k_{n-1}\times r^{n-1}+k_{n-2}\times r^{n-2}+\cdots+k_1\times r^1+k_0\times r^0 \\
&\quad +k_{-1}\times r^{-1}+k_{-2}\times r^{-2}+\cdots+k_{-m}\times r^{-m})_{10}
\end{aligned}
$$

例 2.2.6 $(101001.1101)_2$

$$
\begin{aligned}
&=(1\times2^5+1\times2^3+1\times2^0+1\times2^{-1}+1\times2^{-2}+1\times2^{-4})_{10} \\
&=(32+8+1+0.5+0.25+0.0625)_{10} \\
&=(41.8125)_{10}
\end{aligned}
$$

例 2.2.7 $(B67F)_{16}$

$$
\begin{aligned}
&=11\times16^3+6\times16^2+7\times16^1+15\times16^0)_{10} \\
&=(46719)_{10}
\end{aligned}
$$

*2.2.2 非十进制之间的互换

不同数制转换时，可以先转换成十进制数，然后再将这个十进制数转换成新数制

的数。

例 2.2.8 把五进制数$(4321.2)_5$转换成二进制数。

先求出 $$(4321.2)_5=(586.4)_{10}$$

再求得 $$(586.4)_{10}=(1001001010.0110011)_2$$

其舍入误差小于 2^{-7}。

§2.3 用二进制表示的其它进制

2.3.1 二-八进制

八进制的基数是 2 的幂，因此二进制和八进制的互换是非常容易的。

(一) 二进制转换成八进制

二进制数由小数点开始分别向左和向右每三位分成一组，每组便是一位八进制数，这样的表示法叫二-八进制，即用二进制形式表示的八进制。不难看出，由二-八进制转换成八进制是很容易的。

例 2.3.1 二进制为 110011101.011，

其二-八进制为 110 011 101.011，

八进制为 635.3。

如果不能正好构成三位一组，则在二-八进制整数部分的高位上和小数部分的低位上，用补零来补足三位。

例 2.3.2 二进制为 10011101.01，

其二-八进制为 010 011 101.010，

八进制为 235.2。

(二) 八进制转换成二进制

八进制转换成二进制也是很容易的。先将八进制转换成二-八进制，再把二-八进制转换成二进制。

例 2.3.3 八进制为 345.1，

二-八进制为 011 100 101.001，

二进制为 11100101.001。

2.3.2 二-十六进制

十六进制的基数是 2 的幂，因此，与八进制类似，二进制和十六进制和互换也是很容易的。

(一) 二进制转换成十六进制

二进制数由小数点开始分别向左和向右每四位分成一组，每组便是一个十六进制数，这样的表示法叫二-十六进制，即用二进制形式表示的十六进制。由二-十六进制转换成十六进制也是非常容易的。

例 2.3.4 二进制为 111101000.011，

其二-十六进制为 0001 1110 1000.0110，

十六进制为　　$1E8.6$。

由此例看出，如果不能正好构成四位一组，则在二-十六进制的整数部分的高位上和小数部分的低位上，用补零来补足四位。

（二）十六进制转换成二进制

利用二-十六进制，很容易把十六进制数转换成二进制数。

例 2.3.5　十六进制为　$AF.26$，

其二-十六进制为　1010　1111.0010　0110，

二进制为　10101111.0010011。

2.3.3　二-十进制

以四位二进制数表示一位十进制数的数制叫二-十进制，如表 2.3.1 所示。在这种二-十进制中，每位的权是固定的，故是一种有权码。从左向右每位的权分别是 8，4，2，1，所以这种二-十进制称为自然二-十进制或 8.4.2.1 BCD 码①。

表 2.3.1　8.4.2.1 BCD 码

十进制	8.4.2.1　BCD 码			
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
权	8	4	2	1

由于四位二进制数可以表示十六个数，故在自然二-十进制中，有六个数是不用的，它们是 1010，1011，1100，1101，1110 和 1111。

自然二-十进制很容易和十进制互相转换。

例 2.3.6　二-十进制为　0011　1001　0101，

其十进制为　395。

例 2.3.7　十进制为　583，

其二-十进制为　0101　1000　0011。

① BCD 是 Binary Coded Decimal 的缩写。