線性代數

習題詳解

弗里德伯格　斯彭斯　等原著
顏仁鴻　鞠鴻飛　譯著

曉園出版社
世界圖書出版公司

线性代数习题详解（第2版）
弗里德伯格、斯彭斯等　原著
颜仁鸿、鞠鸿飞　译著
*
晓园出版社出版
世界图书出版公司北京公司重印
北京朝阳门内大街137号
北京中西印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售
*
1994年8月第　一　版　　开本：711×1245 1/24
1994年8月第一次印刷　　印张：20.5
印数：0001－1.000　　字数：41.9万字
ISBN: 7－5062－1904－2/O・123
定价：25.80元（W_B9402/5）

前　　言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與舖路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精徵的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

Friedberg 線性代數習題詳解

(目　　錄)

第一章　向量空間

1.1 簡　介

1. 下列諸向量均從原點出發，試決定那幾對互相平行？

   (a) $(3,1,2),(6,4,2)$

   (b) $(-3,1,7),(9,-3,-21)$

   (c) $(5,-6,-7),(-5,6,-7)$

   (d) $(2,0,-5),(5,0,-2)$

解 A，B若有 $A=kB$　$k\neq 0$　則A，B爲平行

(b)中　$(9,-3,-21)=-3(-3,1,7)$

(c)中　$(5,-6,-7)=-1(-5,6,7)$

故僅(b)(c)滿足平行關係。

2. 找出過下列兩點之直線。

   (a) $(3,-2,4),(-5,7,1)$

   (b) $(2,4,0),(-3,-6,0)$

   (c) $(3,7,2),(3,7,-8)$

   (d) $(-2,-1,5),(3,9,7)$

解 過 $(x_1,y_1,z_1)(x_2,y_2,z_2)$ 之直線爲

$L:(x_1,y_1,z_1)+t(x_2-x_1,y_2-y_1,z_2-z_1)$

故

(a) $(3,-2,4)+t(-8,9,-3)$

(b) $(2,4,0)+t(-5,-10,0)$

(c) $(3,7,2)+t(0,0,-10)$

(d) $(-2,-1,5)+t(5,10,2)$

3. 找出下列各組中，包含各點的平面方程：

   (a) $(2,-5,-1),(0,4,6),(-3,7,1)$

   (b) $(3,-6,7),(-2,0,-4),(5,-9,-2)$

(c) $(-8,2,0),(1,3,0),(6,-5,0)$

(d) $(1,1,1),(5,5,5),(-6,4,2)$

解 包含 $(x_1,y_1,z_1)(x_2,y_2,z_2)(x_3,y_3,z_3)$ 之平面方程爲：

$$E:(x_1,y_1,z_1)+t_1(x_2-x_1,y_2-y_1,z_2-z_1)$$
$$+t_2(x_3-x_1,y_3-y_1,z_3-z_1)$$

故

(a) $(2,-5,-1)+t_1(-2,9,7)+t_2(-5,12,2)$

(b) $(3,-6,7)+t_1(-5,6,-11)+t_2(2,-3,-9)$

(c) $(-8,2,0)+t_1(9,1,0)+t_2(14,-7,0)$

(d) $(1,1,1)+t_1(4,4,4)+t_2(-7,3,1)$

4. 在 *Euclidean* 平面上滿足課本第3頁第3個性質的 0 向量的坐標爲何？請證明這個坐標的確具有該特性。

解 0 向量爲 $(0,0)$

在平面上任取一向量 $X=(x_1,x_2)$

由於 $X+0=(x_1,x_2)+(0,0)=(x_1,x_2)=X$

所以 $(0,0)$ 滿足該特性的要求。

5. 若向量 X 由 *Euclidean* 平面之原點出發以 (a_1,a_2) 爲終點，試證向量 tX 由原點出發而以 (ta_1,ta_2) 爲終點。

解 設 $Y=(0,0)+kX$ 則 Y 向量爲過 $(0,0)$ 與 (a_1,a_2) 之直線上任一點之表式

當 $k=1$ 時

$$Y_1=(0,0)+X=(a_1,a_2) \quad \therefore X=(a_1,a_2)-(0,0)$$

當 $k=t$ 時

$$\begin{aligned} Y_t=(0,0)+tX &=(0,0)+t[(a_1,a_2)-(0,0)] \\ &=(0,0)-t(0,0)+(ta_1,ta_2) \\ &=(0,0)+(ta_1,ta_2) \\ &=(ta_1,ta_2) \end{aligned}$$

所以 tX 爲 $(ta_1,ta_2)-(0,0)$ 爲從 $(0,0)$ 出發到 (ta_1,ta_2) 之向量。

6. 證明連接兩點(a, b)，(c, d)之線段中點為$\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)$。

解　兩點$A(a, b)$，$B(c, d)$

令$C(x, y)$為$\overline{AB}$中點滿足$\overline{AC}=\overline{CB}$

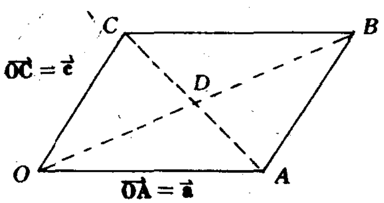
$\Rightarrow (x-a, y-b)=(c-x, d-y)$

$$\begin{cases} x-a=c-x & x=\dfrac{a+c}{2} \\ y-b=d-y & y=\dfrac{b+d}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow$中點$C\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)$

7. 試證平行四邊形兩對角線互相平分。

解



設D為交點　$\frac{AD}{AC}=k$

$$\begin{aligned} \mathbf{AD} &= k\mathbf{AC} \\ &= k(\mathbf{OC}-\mathbf{OA}) \\ &= k(\mathbf{c}-\mathbf{a}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{OD}=\mathbf{OA}+\mathbf{AD} &= \mathbf{a}+k(\mathbf{c}-\mathbf{a}) \\ &= (1-k)\mathbf{a}+k\mathbf{c} \end{aligned}$$

又$\mathbf{OB}=\mathbf{a}+\mathbf{c}$　　$\because \mathbf{OB} /\!/ \mathbf{OD}$

$\therefore \mathbf{OD}=t\mathbf{OB}$

$(1-k)\mathbf{a}+k\mathbf{c}=t(\mathbf{a}+\mathbf{c})=t\mathbf{a}+t\mathbf{c}$

$(1-k-t)\mathbf{a}=(t-k)\mathbf{c}$

若$t-k\neq 0$

$$\mathbf{c}=\frac{1-k-t}{t-k}\mathbf{a}$$

又$1-k-t\neq 0$，否則$\mathbf{c}=0$

所以$\mathbf{c} /\!/ \mathbf{a}$不合，故而$t-k=0$，$1-k-t=0$

$\therefore 1-2k=0$　$k=\frac{1}{2}$　故得證

1.2　向量空間

1　試判斷下列各項敍述的眞假：

(a) 每一向量空間均有零向量。

(b) 一個向量空間的零向量可以不只一個。

(c) 任何向量空間中 $a\mathbf{x}=b\mathbf{x}$ 意味 $a=b$。

(d) 任何向量空間中 $a\mathbf{x}=a\mathbf{y}$ 意味 $\mathbf{x}=\mathbf{y}$。

(e) F^n 中之元素可視爲 $M_{n\times 1}(F)$ 之元素。

(f) $m\times n$ 矩陣中有 m 行，n 列。

(g) 在 P(F) 中，具有相同次數的多項式才可以互加。

(h) 若 f 及 g 均爲 n 次多項式，那麼 $f+g$ 仍爲 n 次。

(i) 若 f 爲 n 次多項式，c 爲非零之純量則 cf 爲 n 次多項式。

(j) F 中的非零元素可視爲 P(F) 中之零次元素。

(k) $\mathcal{F}(S,F)$ 中兩個函數相等時 $\Longleftrightarrow$ 他們對所有 S 中之點均有相同值。

解 (a)(e)(i)(j)(k)爲眞，其餘爲假，理由如下

(b)零向量爲惟一。

(c)必須 $x\neq 0$。

(d)必須 $a\neq 0$。

(f) m 列，n 行。

(g)無此限制。

(h) $f+g$ 之次數不大於 n。

2 寫出 $M_{3\times 4}(F)$ 之零向量。

解

$$O_{3\times 4}=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$$

3 $M=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}$ M_{13}，M_{21}，M_{22} 各爲何？

解

$$M=\begin{pmatrix}M_{11}&M_{12}&M_{13}\\M_{21}&M_{22}&M_{23}\end{pmatrix}$$

$M_{13}=3$

$M_{21}=4$

$M_{22}=5$

4. 執行下列各運算

(a) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 1 & 0 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -2 & 5 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} -6 & 4 \\ 3 & -2 \\ 1 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ 0 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

(c) $4\begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

(d) $-5\begin{pmatrix} -6 & 4 \\ 3 & -2 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$

(e) $(2x^4-7x^3+4x+3)+(8x^3+2x^2-6x+7)$

(f) $(-3x^3+7x^2+8x-6)+(2x^3-8x+10)$

(g) $5(2x^7-6x^4+8x^2-3x)$

(h) $3(x^5-2x^3+4x+2)$

解

(a) $\begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 \\ -4 & 3 & 9 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -5 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 8 & 20 & -12 \\ 4 & 0 & 28 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 30 & -20 \\ -15 & 10 \\ -5 & -40 \end{pmatrix}$

(e) $(2x^4+x^3+2x^2-2x+10)$

(f) $(-x^3+7x^2+4)$

(g) $(10x^7-30x^4+40x^2-15x)$

(h) $(3x^5-6x^3+12x+6)$

習題５，６說明矩陣加法和純量乘法的定義（如例題２者）是合宜的。

5. Richard Gard（見野生管理期刊，25 期，221 ～ 242 頁，加州 Sagehen 溪流中水狸對鱒魚的影響）報告Sagehen 溪中穿過水狸壩的鱒魚數：

逆流穿過	秋 天	春 天	夏 天
河 鱒	8	3	1
虹 鱒	3	0	0
棕 鱒	3	0	0

順流穿過	秋 天	春 天	夏 天
河 鱒	9	1	4
虹 鱒	3	0	0
棕 鱒	1	1	0

將這兩項資料表爲 3 × 3 矩陣，並驗證矩陣和即爲相對應季節下穿壩的該種鱒魚數：

解

$$\begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

如秋天河鱒順流 9，逆流 8，共有 17，即爲和矩陣之 M_{11} 項，餘類推。

6. 下列爲某一傢俱店五月底的庫存清單：

	早期美國型	西班牙型	地中海型	丹麥型
客廳組	4	2	1	3
臥室組	5	1	1	4
飯廳組	3	1	2	6

將其表爲 3 × 4 矩陣M. 爲了準備六月的銷售，該店決定將各項庫存增加一倍，假設貨到達前均未售出，驗證應有 2 M 的庫存，若六月底之庫存清單爲

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

解釋 $2M-A$ 之意，並請問在六月間賣了幾組傢俱？

解

$$2M=\begin{pmatrix} 8 & 4 & 2 & 6 \\ 10 & 2 & 2 & 8 \\ 6 & 2 & 4 & 12 \end{pmatrix}$$

六月各項賣出：

$$2M-A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

共賣了：$3+4+5+1+0+2+1+1+1+4+3+9=34$ 組

7. $S=\{0, 1\}$　$F=R$（實數體）在 $\mathfrak{F}(S, R)$ 中，證明

$f=g$　$f+g=h$　其中 $f(x)=2x+1$

$g(x)=1+4x-2x^2$

$h(x)=5^x+1$

解　$x=0$　$f(0)=1$　$g(0)=1+0-0=1$

$h(0)=5^0+1=2$

$x=1$　$f(1)=3$　$g(1)=1+4-2=3$

$h(1)=6$

$\therefore f=g$　$f+g=h$

8. V 為任意向量空間，試證 $(a+b)(x+y)=ax+ay+bx+by$，其中 $a, b\in F$. $x, y\in$ V.

解　$(a+b)(x+y)=a(x+y)+b(x+y)$　（VS 8）

$=ax+ay+bx+by$　（VS 7）

9. 證明命題 1.1 的系 1 及 2 和命題 1.2 (c)。

解　①設有另一個零向量 $0'\in$ V

則　$0'+0=0'$　（VS 3）

但　$0'+0=0+0'$　（VS 1）

又　$0'$ 為零向量

所以 $0+0'=0$ (VS 3)

得 $0'+0=0'$

$=0+0'=0$

故 $0'=0$

② 設另有一 y' $x+y'=0$

$y=y+0$ (VS 3)

$=y+(x+y')$

$=(y+x)+y'$ (VS 2)

$=(x+y)+y'$ (VS 1)

$=0+y'$

$=y'+0$ (VS 1)

$=y'$

③ $ax+a0=a(x+0)=ax$ $\forall a\ x\in V$

$\forall y\in V$，都可令 $y=a(\frac{1}{a}.y)$ if $a\neq 0$

($a=0$，已在命題1.2(a) 證明)

所以得證。

10. V表所有可微之實函數所成之集合，試證在例題3所定義的加法及純量乘法之意義下，V為一向量空間。

解 此種函數由 $R\to R$ $V\subset \mathfrak{F}(R,R)$

① 若 $f\in V$ $g\in V$ 則由微積分基本概念知 $f+g$ 亦可微即 $f+g\in V$ 且 $f'+g'=(f+g)'$

② 當然若 $k\in F$ $f\in V$

則 kf 亦可微，$kf\in V$ 且 $kf'=(kf)'$

③ $0\in V$，因0為可微函數

(VS1) ～ (VS8) 可很直接獲得故V為一向量空間。

11. $V=\{0\}$ 僅有一元素向量0，並定義 $0+0=0$，$c\cdot 0=0$ $\forall c\in F$ 試證V對 F 為一向量空間(稱為零向量空間)。

解 (VS 1) $0+0=0+0$

(VS 2)　$(0+0)+0=0+(0+0)$

(VS 3)　$0+0=0$

(VS 4)　$0+0=0$　0之反元素即爲0

(VS 5)　$1\cdot 0=0$

(VS 6)　$(ab)\cdot 0=a(b\cdot 0)=0$

(VS 7)　$a(0+0)=a\cdot 0+a\cdot 0=0$

(VS 8)　$(a+b)0=a\cdot 0+b\cdot 0=0$

12. $f(x)$ 爲定義在實軸之實函數，若 $f(x)=f(-x)$，則稱 $f(x)$ 爲偶函數，求證在例題3之定義下，所有偶函數的集合爲一向量空間。

解　$h(x)$，$f(x)$，$g(x)\in V=\{$ 所有偶函數所成之集合 $\}$

a，$b\in F=R$

(VS 1)　$f(x)+g(x)=g(x)+f(x)$

(VS 2)　$(f(x)+g(x))+h(x)=f(x)+(g(x)+h(x))$

(VS 3)　$f(x)+0=f(x)$

若 $k(x)=0$　則 $k(-x)=0=k(x)$

故0爲偶函數 $\in V$

(VS 4)　$f(x)+g(x)=0$，$g(x)=-f(x)$

$f(x)=f(-x)$　$\therefore g(-x)=-f(-x)=-f(x)$

$=g(x)\in V$

(VS 5)　$1\cdot f(x)=f(x)$

(VS 6)　$(ab)f(x)=a(bf(x))=a(bf(-x))$

$=(ab)f(-x)$

(VS 7)　$a(f(x)+g(x))=af(x)+ag(x)$

$f(-x)+g(-x)=f(x)+g(x)$

$=(f+g)(x)$

$(f+g)(-x)$　$\therefore f+g\in V$

(VS 8)　$(a+b)f(x)=af(x)+bf(x)$

13. V爲一有序對所成的集合，若(a_1,a_2)，$(b_1,b_2)\in V$，且$c\in F$定義

$$(a_1,a_2)+(b_1,b_2)=(a_1+b_1,\ a_2b_2)$$
$$c(a_1,a_2)=(ca_1,a_2)$$

問：在這些運算下V是否爲一向量空間？說明你的理由。

解 不是。

$x\in V$，$y\in V\Rightarrow x+y\in V$　　$x=(x_1,x_2)$　$y=(y_1,y_2)$

$x\in V$，$cy\in V$

(VS 1)　$x+y=(x_1+y_1,\ x_2y_2)$

$y+x=(y_1+x_1,\ y_2x_2)=(x_1+y_1,\ x_2y_2)$

(VS 2)　$(x+y)+z=(x_1+y_1,\ x_2y_2)+(z_1,\ z_2)$

$=(x_1+y_1+z_1,\ x_2y_2z_2)$

$x+(y+z)=(x_1,\ x_2)+(y_1+z_1,\ y_2z_2)$

$=(x_1+y_1+z_1,\ x_2y_2z_2)$

(VS 3)　$(x_1,\ x_2)+(0_1,\ 0_2)=(x_1+0_1,\ x_20_2)=(x_1,x_2)$

$\therefore 0_1=0$

$0_2=1$　取$0=(0,1)$

(VS 4)　$(x_1,\ x_2)+(y_1,\ y_2)=(0,\ 1)$

$=(x_1+y_1,\ x_2y_2)$

$\therefore x_1+y_1=0$　　$y_1=-x_1$

$x_2y_2=1$　　$y_2=\dfrac{1}{x_2}$

當$x_2=0$時y_2無解

即$(x_1,0)$這一類的向量無反元素，故V非向量空間。

14. $V=\{(a_1,a_2,\cdots\cdots,a_n):a_i\in C,\ i=1,2,\cdots\cdots,n\}$。問：在具坐標性(coordinatewise)加法及乘法運算之實數體上，V是否爲一向量空間？

解 是。

$a_i\in C$，故每一個a_i均可視爲定義在實數上的二元向量。

因此V可視爲$2n$維的坐標向量，每一坐標元素均定義在實軸上，故爲一向量空間。

15. $V=\{(a_1\cdots\cdots a_n):a_i\in R,\ i=1,2,\cdots\cdots n\}$。問：在具坐標性(coordinatewise)加法及乘法運算之複數體上，V是否爲一向量空間？

解　不是。

這樣一來若 $v\in V$ 則 kv 可能 $\notin V$，$k\in C$，因爲 kv 並非每一個坐標都必爲實數，有違定義。

16. V 表示實數所形成之 $m\times n$ 矩陣，令 F 爲有理數體，則 V 在 F 上的一般矩陣加法及純量乘法時，是否爲一向量空間。

解　是的。

$\because \forall\ a,b\in Q,\ x,y\in V$

$ax\in V$

且 $(ab)x=a(bx)$

$a(x+y)=ax+ay$

$(a+b)x=ax+bx$

17. $V=\{(a_1,a_2):a_1,a_2\in R\}$，$(a_1,a_2),(b_1,b_2)\in V$，$c\in R$

定義

$$(a_1,a_2)+(b_1,b_2)=(a_1+b_1,\ a_2+b_2)$$

$$c(a_1,a_2)=\begin{cases}(0,0) & c=0\\ \left(ca_1,\ \dfrac{a_2}{c}\right) & c\neq 0\end{cases}$$

問：在這些運算下V是否爲一向量空間？說明你的理由。

解　不是。

(VS 8)　設 $a+b\neq 0$

$$(a+b)(a_1,a_2)=\left((a+b)a_1,\ \frac{a_2}{a+b}\right)$$

$$a(a_1,a_2)+b(a_1,a_2)=\left(aa_1,\ \frac{a_2}{a}\right)+\left(ba_1,\ \frac{a_2}{b}\right)$$

$$=\left((a+b)a_1,\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)a_2\right)$$

故不合。

18. $V=\{(a_1,a_2):a_1,a_2\in C\}$ $(a_1,a_2),(b_1,b_2)\in V$，$c\in C$

定義

$$(a_1, a_2)+(b_1, b_2)=(a_1+2b_1, a_2+3b_2)$$
$$c(a_1, a_2)=(ca_1, ca_2)$$

問：在這些運算下V是否爲一向量空間？說明你的理由。

解　不是。

(VS 1)　$(a_1, a_2)+(b_1, b_2)=(a_1+2b_1, a_2+3b_2)$

$(b_1, b_2)+(a_1, a_2)=(b_1+2a_1, b_2+3a_2)$

並不相同。

19. $V=\{(a_1, a_2): a_1, a_2 \in F\}$ F爲一任意體，定義V中之加法爲坐標性(coordinatewise) $c \in F$, $(a_1, a_2) \in V$

定義

$$c(a_1, a_2)=(a_1, 0)$$

問：在這些運算下V是否爲一向量空間？說明你的理由。

解　不是。

$(a_1, a_2) \in V$, $a_2 \neq 0$

(VS 5)　$1(a_1, a_2)=(a_1, 0) \neq (a_1, a_2)$　故不合。

20. 向量空間$M_{m\times n}(Z_2)$中，共多少個元素？

解　參照課本P. 486之定義

$Z_2=\{0, 1\}$

故$m \times n$之矩陣，共$m \times n$個元素中，每個均可爲0或1，

⇒共有$2^{m\times n}$種組合方式

1.3　子空間

1. 判斷下列各敍述的眞假：

(a)　V爲向量空間，W爲V之子集合，則W爲V之子空間。

(b)　空集合爲任一向量空間之子空間。

(c)　V爲向量空間且非零向量空間，則V包含一子空間W，而W≠V。

(d)　V的任二子集合之和爲V之子空間。

(e)　一個$n \times n$的對角(diagonal)矩陣，不能有多於n個非零的元(entries)。

(f) 一個方陣的跡數（trace）爲對角線上各元之乘積。

解 (a)假。W必須滿足定理1.3。

(b)假。一個集合至少要有0元素才可能爲一向量（子）空間。

(c)眞。如{0}。

(d)假。理由同(a)。

(e)眞。因爲對角線只有n個元。

(f)假。爲對角線各元之和而非其積。

2 寫下列諸矩陣之轉置矩陣，若爲方陣再求其跡數：

(a) $\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$　(b) $\begin{pmatrix} 0 & 8 & -6 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 0 & -2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$　(d) $\begin{pmatrix} 10 & 0 & -8 \\ 2 & -4 & 3 \\ -5 & 7 & 6 \end{pmatrix}$

(e) $(1, -1, 3, 5)$　(f) $\begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 & 4 \\ 7 & 0 & 1 & -6 \end{pmatrix}$

(g) $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$　(h) $\begin{pmatrix} -4 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & -3 \\ 6 & -3 & 5 \end{pmatrix}$

解 (a) $\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$，trace $=-5$　(b) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 8 & 4 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 6 \\ 9 & -2 & 1 \end{pmatrix}$　(d) $\begin{pmatrix} 10 & 2 & -5 \\ 0 & -4 & 7 \\ -8 & 3 & 6 \end{pmatrix}$，trace$=12$

(e) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$　(f) $\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 5 & 0 \\ 1 & 1 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$