

理論物理学导引

第四卷 光 学

M. 普朗克著

高等教育出版社

本书系根据德国来比錫希澤耳 (S. Hirzel) 出版社出版的普朗克 (M. Planck, 1858—1947) 所著的“理論物理学导引” (Einführung in die Theoretische Physik) 第四卷“光学” (Theoretische Optik) 的 1931 年版譯出。原书是世界上有名的物理学經典著作之一, 不仅可供物理学研究者参考, 还可作为高等学校物理专业的教学参考书。

全书共五卷, 本卷内容主要应用麦克斯韦电磁場方程式来说明各向同性的均匀体的光学、晶体的光学及各向同性体的光学。

理論物理学导引

第四卷 光 学

M. 普朗克著
鍾 問 譯

高等教育出版社出版 北京宣武門內承恩寺 7 号

(北京市书刊出版业营业許可証出字第 054 号)

民族印刷厂印裝 新华书店发行

统一书号 17010.712 开本 850×1168¹/₃₂ 印张 5¹¹/₁₆
字数 30 000 印数 0001—5,000 定价 (6) 年 0.65
1955.4.12 月第 1 版 1955.4.12 月北京第 1 次印刷

第一版的原序

本书的編写計劃，与这部导論中前三卷的編写計劃，恰好是遵循着同样的路綫，其目的是要使理論物理学有一部各方面都考慮到的导引。由于理論光学在現在所涉及的范围很广，因此我們只能在可以利用的极丰富材料中，作精簡的选择。这次所以这样选择，首先是想使本书的討論着重經典波动理論应用于空間中連續分布的物体时所應該有的基础。这样，对于定理的有系統編写和发展，我能够尽比較大的努力，对于定理与理論物理学中其余部門的联系，我也能够尽較大的努力。因为这个緣故，所以本书中有許多地方参考了这部导引的前三卷，并用羅馬数字Ⅰ表示第一卷普通力学，用Ⅱ表示第二卷柔体力学，用Ⅲ表示第三卷电磁学。

物質有絕對連續的性質这个假定虽然在前三卷中可以維持，但在本书中討論色散問題时我觉得必須放弃这个假定。因为講解理論光学时，决不能略去色散現象，所以在本书中的最后一部分，我对原子观念作了初步介紹，也趁此机会講述原子观念与量子力学之間的自然联系。把經典理論作适当的推广，就极容易使之接近于量子力学及相对論，这种情况似乎不只从教学观点上显露出来，也从表达調和的考慮上显露出来。

定义和定理的索引都附在书末。

M. 普朗克于柏林格魯瓦耳德

1927年7月

第二版的原序

新版与旧版不同的地方，只在修改少数次要的地方及增加了少数新的材料。

普朗克于柏林格魯瓦耳德

1930年12月

目 录

第一版的原序	iv
第二版的原序	v
緒論	1

第一篇 各向同性的均匀体的光学

第一章 反射和折射	3
第二章 光譜分解·干涉·偏振	28
第三章 几何光学	50
第四章 衍射	64

第二篇 晶体的光学

第一章 平面波	99
第二章 波面	114
第三章 正入射	122
第四章 斜入射	127

第三篇 各向同性体的色散

第一章 基本方程式	143
第二章 平面波	149
第三章 不均匀体的几何光学·量子力学的方程式	163
索引	175

緒 論

§ 1. 物理光学是电动力学的一个特别部分，其中包括了迅速变更的电磁场的定律。特别有意义的是这一部分物理学可以用最精密的量度，结果，使我们可以最深入了解物理现象的详细情形。同时，由于科学研究的进步，各门物理学都离开了原来的出发点——即特别有关的感官印象——而使物理概念建立在较客观的基础上；关于这一点，也以光学表现得最清楚。因为最重要的光学概念，即光和色，原来是由于眼中的印象推出来的，而在近日的物理学中，与视觉毫不发生直接关系，只与电磁波和振动周期联系在一起——这个转变的正确性，可以从其所产生的许多结果看出来。

§ 2. 我们利用静止物体中电磁场的麦克斯韦广义方程式组，尤其是利用透明的非磁质中的麦克斯韦狭义方程式组，最容易取得进展，因为如果物体透明，电磁能不会在其中变成热能，所以一切透明体都是电绝缘体，电通量矢量 $\mathbf{J}$ 在其中各处都为零，并且永远为零。而导体不是这样，强磁性体也不是这样，我们只就透明体和非磁性体来讲，可以使磁感应 $\mathbf{B}$ 与磁场强度 $\mathbf{H}$ 相同，不致引起明显的误差。于是由 III (31)，电磁场方程式简化为：

$$\mathbf{D} = c \operatorname{curl} \mathbf{H}, \quad \dot{\mathbf{H}} = -c \operatorname{curl} \mathbf{E}. \quad (1)$$

补充方程式 III (49) 和 (51) 简化为：

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \quad (2)$$

式中， $\mathbf{E}$ 表示电场强度， $\mathbf{H}$ 表示磁场强度， $\mathbf{D}$ 表示电感应， c 表示临界速度，这些量都是用所谓高斯系单位 (III, § 7)。

以上这组方程式，包含了一切透明质的光学。但其中所含的变数，只占在辅助量的地位，因为这些变数不是直接量度的。有一

个量是所有光学量度所欲测定的目标，计算这个量是每一种光学理论所应该有的工作。这个量是电磁能通量矢量：

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}, \mathbf{H}], \quad (3)$$

由此可推定辐射的强度以及辐射强度的方向[参看Ⅲ(26)]。

我们以后讨论这些方程式时，必须提及一个特殊关系，这个关系使电场强度矢量 $\mathbf{E}$ 与电感应矢量 $\mathbf{D}$ 相联系，也使物质各具有它所特有的光学行为。因此，我们觉得把材料分成三部分比较合适，以便顺次讨论各向同性的均匀体的光学、晶体的光学、不均匀体的光学，在这几门光学中，包括色散现象和吸收现象。

第一篇 各向同性的均匀体的光学

第一章 反射和折射

§ 3. 在各向同性的均匀的物体中, 电感应和电场强度的关系可用方程式 III(28)表示出来:

$$\mathbf{D} = \epsilon \cdot \mathbf{E}, \quad (4)$$

式中, ϵ 表示介电常数。于是电磁场方程式(1)化成:

$$\epsilon \dot{\mathbf{E}} = c \operatorname{curl} \mathbf{H}, \quad \dot{\mathbf{H}} = -c \operatorname{curl} \mathbf{E}. \quad (5)$$

现在讨论这些微分方程的一个最简单的特解。设有一平面波沿着坐标系的一个方向——例如 x 轴的正方向——传播, 则所有的电磁场分量都不随 y 和 z 而改变, 并且因为光学问题中不涉及静止的场, 我们从(5)和(2)推得:

$$E_x = 0, \quad H_x = 0;$$

对于其余的场分量可适用下列微分方程式:

$$\begin{aligned} \epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} &= -c \frac{\partial H_z}{\partial x}, & \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} &= c \frac{\partial H_y}{\partial x}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} &= c \frac{\partial E_z}{\partial x}, & \frac{\partial H_z}{\partial t} &= -c \frac{\partial E_y}{\partial x}. \end{aligned}$$

因此, 这四个电磁场分量分成两对有关系的量, 即 E_y 与 H_z 有关系, E_z 与 H_y 有关系, 同样的微分方程式适用于每一个单独的场分量, 就是:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\epsilon} \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}. \quad (6)$$

因此, 如果我们令

$$\frac{c^2}{\epsilon} = q^2, \quad (7)$$

那末, 仿照 II § 35 已推出的一般积分, 从微分方程式(6), 推得在一种各向同性的均匀的媒质中、沿着 x 轴的正方向传播的一个平面波的最普遍的表达式为:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= 0, & H_x &= 0, \\ E_y &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} f\left(t - \frac{x}{q}\right), & H_y &= -g\left(t - \frac{x}{q}\right), \\ E_z &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} g\left(t - \frac{x}{q}\right), & H_z &= f\left(t - \frac{x}{q}\right), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中, f 和 g 各表示具有一个宗数的任意函数。

由此可知, 两种场强度都与传播方向垂直; 因此, 这种波叫作“横波”。我们可沿着坐标轴的方向把这种波分成两个分波, 这两个分波一般是互相独立的。每个分波的电场强度和磁场强度互成比例; 它们的正负号由如下的定理决定: 电场强度方向、磁场强度方向以及传播方向组成右手系。

§ 4. 我们现在提出下列的问题: 对电磁波来说应该测量的是什么? 以及根据量得的结果可以客观地确定电磁波的哪些性质? 这个问题的答案是: 在电磁波中应该测量的是能量辐射的矢量(3), 在现在的情形下, 只测量得它的 x 分量如下:

$$S_x = \frac{c}{4\pi} (E_y H_z - E_z H_y) = \frac{q}{4\pi} (f^2 + g^2).$$

因此, 在一个各向同性的物体中, 能量辐射的方向与波法线 x 的方向相重合, 在时间 dt 内, 在波平面中的一个面 F 所辐射的能量的值为:

$$S_x \cdot F \cdot dt = \frac{q}{4\pi} (f^2 + g^2) F dt. \quad (9)$$

因此, 通常总需要有限的时间辐射才发生可估计的效应, 所

以，我們永远不是測量輻射矢量 S_x 的本身，只是測度 S_x 在足够长的時間 T 內的時間积分或平均值。因此，如果我們用下列省号表示平均值：

$$\frac{1}{T} \int_0^T f^2 dt = \bar{f}^2, \quad \frac{1}{T} \int_0^T g^2 dt = \bar{g}^2, \quad (10)$$

那末，在单位時間內經過面 F 所輻射的能量的值是：

$$\frac{g}{4\pi} (\bar{f}^2 + \bar{g}^2) \cdot F. \quad (11)$$

凡是可以完全接收輻射能量的、并且足够灵敏的仪器（輻射热計、輻射計、温差电堆）都可用来纪录上述能量。

在波的总輻射已被測定以后，就进一步分析两个問題：第一，我們必須使 $\bar{f}^2$ 和 $\bar{g}^2$ 这两个被加数互相分开；第二，我們必須从長時間內的平均值推出函数本身，也就是說我們必須研究波函数 f 和 g 的正确形状。为此，我們就需要用特殊的光学上的方法，我們准备在后文中导出这种方法的理論和作用。在現在的情形下，一点都不能談。尤其是沒有理由来确定 f 和 g 这两个函数有何种周期性。其实，在数学意义上，光学中的波沒有明显的确定的周期，不象声学中的波那样。所以，我們現在最好是不談波的形状問題，只在真正必要时，才考虑它。在开始时，我們只可以作一个假定，即 f 和 g 的時間平均值为零，也就是：

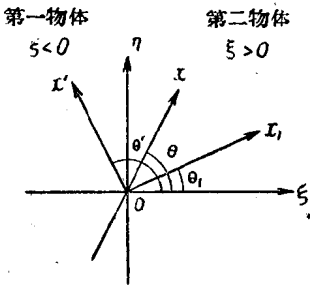
$$\bar{f} = 0 \text{ 和 } \bar{g} = 0. \quad (12)$$

如果一个波函数有一个不为零的平均值，那么，我們可假想这波为另一个波所代替，后一个波为满足条件(12)的波和一个静止場所合成，这静止的場所由不等于零的平均值来标志。这静止場所的存在，可以由它对于試驗用带电体（电子）所施的有质动力来显示，所以可以把这静止場所与真实的光学波分开。

§5. 当然，截面无限大的平面波决不能在自然界中实现。显

然如此，我們能制造与平面波的特征相当近似的波。我們假想有一个点状的光源在一定的时刻——例如 $t=0$ 时——开始发射光。我們既然已假定了周圍的媒質是均匀的和各向同性的，因而，光会向各个方向均匀地傳播。在一定的時間間隔以后，光所达到的界面叫作波面。因此，与每一个时刻对应就有一个波面，周圍的整个空間为一組順次的波面所填滿，这些波面一个圍繞一个。在現在的情形中，这些波面显然都是以光源为球心的球面，所以，在一定的近似程度上，可以把一个够大球面的一小部分当作一个波平面，波平面的法綫就是球的一条相对应的半徑，輻射矢量 S 就指在这个方向。

§ 6. 我們現在研究：当平面波(8)落在第二个各向同性体的平坦界面上时所发生的現象。我們把这个界面的法綫，即所謂入射法綫当作一个新坐标系的 ξ 軸，这个 ξ 軸向着第二个物体的内部，而 xyz 系的原点 O 与 $\xi\eta\zeta$ 系的原点重合。我們可以令 y 軸和 η 軸都在 x 和 ξ 所决定的平面(所謂入射平面)内，——这样作并不影响討論的普遍性，同时，就把这平面当作第 1 图的平面。图中，凡 $\xi < 0$ 的点属于第一物体(左侧)，波(8)来自第一物体；凡 $\xi > 0$ 的点属于第二物体(右侧)；凡 $\xi = 0$ 的点(η 軸)組成界面。来自第一物体的射綫沿着 x 軸从左至右与入射法綫 ξ 成 θ 角。 y 軸表示入射綫的波平面；波平面垂直于图的平面，与界面也成 θ 角。为了尽量不画不必要的軸綫，图上沒有画出 y 軸， z 軸跟 ζ 軸重合，从图面指向讀者。



第 1 图

我們根据这样的想法，即凡滿足两个物体内部的微分方程以及边界条件的每系波，都代表自然界中可发生的过程，来解决当前

的問題。

为了要在第二物体内满足微分方程式，我們假想在第二物体內也有一个用方程式(8)所表示的平面波。其射綫方向 x_1 (看第1图)与 ξ 軸成 θ_1 角，其波平面是 $y_1 z_1$ ，这里，我們再假設 z_1 与 z 和 ζ 都重合。于是，方程式(8)适用于六个場分量 E_{x_1} 、 E_{y_1} 、 E_{z_1} 、 H_{x_1} 、 H_{y_1} 和 H_{z_1} ，不过方程式右边的坐标 x 現在为 x_1 所代替，波函数 f 和 g 为 f_1 和 g_1 所代替，常数 ϵ 和 q 为介电常数 ϵ_1 和 q_1 所代替，并且从(7)式求得在第二物体內的傳播速度是：

$$q_1 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_1}} = q \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_1}}. \quad (13)$$

但这个假定还不够用。因为从 III § 6，边界条件要求在 $\xi=0$ 时切向場分量的数值——即 E_η 、 E_ζ 、 H_η 、 H_ζ 等量——在两个物体內是一致的。这使我們有四个方程式将这些波函数联系起来；由于函数 f 和 g 是最初給定的，我們只能使 f_1 和 g_1 两个函数来满足这四个方程式。所以，欲使前面的假定更普遍化，我們可假定在第一物体內还有一个波；当然，这波也用方程式(8)表示，不过这波有不同的射綫方向 x' 和波平面 $y'z'$ ，我們假定 x' 与 ξ 軸成 θ' 角(第1图)以及 $z'=z$ 。如果我們在方程式(8)中代入波函数 f' 和 g' 及坐标 x' ，常数 ϵ 和 q 不变，那末，六个場分量 $E_{x'}$ 、 $E_{y'}$ 、 $E_{z'}$ 、 $H_{x'}$ 、 $H_{y'}$ 和 $H_{z'}$ 可用方程式(8)来表示。

我們已使对于两物体内部所作的假定大致普遍化了，現在可以来建立边界条件。在第一物体內，有一个电磁場由我們假定过的两个平面波所迭合而成。因此，应用場分量 E_x 、 H_x 、 $E_{x'}$ 和 $H_{x'}$ 为零，我們就得到在第一物体($\xi < 0$)中的、使我們发生兴趣的場分量为：

$$E_\eta = E_y \cos \theta + E_{y'} \cos \theta' = \frac{\cos \theta}{\sqrt{\epsilon}} \cdot f + \frac{\cos \theta'}{\sqrt{\epsilon}} \cdot f',$$

$$E_t = E_z + E_{z'} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \cdot g + \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \cdot g',$$

$$H_y = H_y \cos \theta + H_{y'} \cos \theta' = -\cos \theta \cdot g - \cos \theta' \cdot g',$$

$$H_t = H_z + H_{z'} = f + f'.$$

在另一方面, 考虑到场分量 E_x 和 H_x 为零, 我們对于第二物体 ($\xi > 0$) 就推得:

$$E_y = E_{y_1} \cos \theta_1 = \frac{\cos \theta_1}{\sqrt{\epsilon_1}} f_1,$$

$$E_t = E_{z_1} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_1}} g_1,$$

$$H_y = H_{y_1} \cdot \cos \theta_1 = -\cos \theta_1 \cdot g_1,$$

$$H_t = H_{z_1} = f_1.$$

因此, 如果用下列省号:

$$\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon}} = \frac{q}{q_1} = n, \quad (14)$$

那末, 对于界面 $\xi = 0$ 来说, 下面的式子必定成立:

$$\cos \theta \cdot f + \cos \theta' \cdot f' = \frac{\cos \theta_1}{n} \cdot f_1,$$

$$g + g' = \frac{g_1}{n},$$

$$\cos \theta \cdot g + \cos \theta' \cdot g' = \cos \theta_1 \cdot g_1,$$

$$f + f' = f_1.$$

这四个方程式包含反射和折射理論的一切詳細情形。我們可以看出, 这四个方程式分成兩組, 其中一組只包含 f 波, 而另一組則只包含 g 波。因此, 这两种波的行为互相完全独立, 每种波只服从它自己的定律。

§ 7. 我們先利用上述四个方程式, 从已知的波函数 f 和 g , 計算未知的波函数 f' 、 f_1 、 g' 和 g_1 。因此,

$$f' = \frac{n \cos \theta - \cos \theta_1}{\cos \theta_1 - n \cos \theta} \cdot f = \mu \cdot f, \quad (15)$$

$$f_1 = \frac{n(\cos \theta - \cos \theta')}{\cos \theta_1 - n \cos \theta'} \cdot f = \mu_1 \cdot f, \quad (16)$$

$$g' = \frac{\cos \theta - n \cos \theta_1}{n \cos \theta_1 - \cos \theta'} \cdot g = \sigma \cdot g, \quad (17)$$

$$g_1 = \frac{n(\cos \theta - \cos \theta')}{n \cos \theta_1 - \cos \theta'} \cdot g = \sigma_1 \cdot g. \quad (18)$$

至于这些函数的宗数, 我們得到:

$$\text{在 } f \text{ 和 } g \text{ 中是 } t - \frac{x}{q},$$

$$\text{在 } f_1 \text{ 和 } g_1 \text{ 中是 } t - \frac{x_1}{q_1},$$

$$\text{在 } f' \text{ 和 } g' \text{ 中是 } t - \frac{x'}{q}.$$

因为在界面上各处都有 $\xi=0$, 故变换成 ξ, η, ζ 这些坐标时, 就有:

$$x = \eta \sin \theta, \quad x_1 = \eta \sin \theta_1, \quad x' = \eta \sin \theta'.$$

这就使各个宗数有下列值:

$$t - \frac{\eta \sin \theta}{q}, \quad t - \frac{\eta \sin \theta_1}{q_1}, \quad t - \frac{\eta \sin \theta'}{q}.$$

在任何时刻 t 、界面上的一切点 η 都必须满足(15)到(18)各个函数式, 由此可知, 这三个宗数是相等的——如果我们先对 t 、然后对 η 来求任一函数式的偏微分, 然后将这样得出的两个新函数式相除, 就可以直接明白这个事实。于是我們便得到

$$\frac{\sin \theta}{q} = \frac{\sin \theta_1}{q_1} = \frac{\sin \theta'}{q}, \quad (19)$$

因而导出折射定律:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta_1} = \frac{q}{q_1} = n = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon}} \quad (20)$$

和反射定律:

$$\theta' = \pi - \theta. \quad (21)$$

如果我们把反射射线与反向的入射线所成的角叫做反射角,那末,反射角等于入射角。

§ 8. 斯涅耳折射定律(20)表示: 入射角 θ 的正弦与折射角 θ_1 的正弦之比值等于第二物体对第一物体的折射率 n 或等于传播速度 q 与 q_1 的比值,无数的实验已证实这定律是正确的。一种物质的折射率通常是指把空气当作第一物质而说的。这样,水的折射率等于 1.3,玻璃的折射率等于 1.5。于是,我们可从两种物质对空气的折射率,推得其中一种物质对另一种物质的折射率。如果我们互换两种物质的位置,那末折射率变成前一值的倒数。因此,一种物质对真空的折射率——所谓“绝对”折射率——是它对空气的折射率与空气的绝对折射率(即 1.0003)之乘积;我们知道,在大多数情形下,其值与通常折射率相差极微。

如果使入射角 θ 从 0 (法线入射)变到 $\frac{\pi}{2}$ (掠入射),那末,折射角 θ_1 从 0 增到 $\sin^{-1} \frac{1}{n}$ (极限角)。但有很重要的一点是不可忽视。即只有在 $n > 1$ 时,换句话说,在光学的意义上只有第二物质比第一物质密时,极限角才是实数。这时,折射角 θ_1 恒小于入射角 θ ,也就是折射使射线折向入射线;极限角表示在该种折射率下折射角所能得到的最大值。但 $n < 1$ 时——也就是我们互换两种物质的位置时——入射角和折射角也交换位置,折射角反比入射角大了;只有在入射角达到极限角时,折射角才是 $\frac{\pi}{2}$ 。假使入射角超过极限角,那末,从(20)推出的折射角是虚数值,这时,所得出的折射问题的解答,就没有物理意义了。由于没有什么东西阻止入射角取 0 到 $\frac{\pi}{2}$ 间的任何值,这就引起了一个特殊的问题,但我们要等以后有机会再来讨论它 (§ 12); 目前我们只限于讨论从折射

定律可以推得实的折射角 θ_1 的那些情形。

§ 9. 光折射的电磁理论不只是指出折射率与入射角无关，并且还给出折射率的值。由(20)式有：折射率等于两个介电常数的比值的平方根，若用绝对折射率作为讨论的根据，则：

$$n = \sqrt{\epsilon_1}. \quad (22)$$

如果我们把这个方程式与所观测的事实比较，那末我们一般发现有极不相符合的地方。例如，水的 $n=1.3$ ；但 $\epsilon_1=80$ 。除此以外，介电常数 ϵ 在定义上是与波函数 f 和 g 的形状无关的，但一切物质的折射率 n 多少总与光波的形状有关，也就是与光的颜色有关。这种种事实使我们不能普遍地应用(22)。如果要承认麦克斯韦学说，那末，色散这种现象就成为严重的阻碍。如果我们要用上述的理论来适当地说明色散现象，那只能这样说：本章开首对均匀的各向同性体的光学上的电磁场方程式所介绍的基本假定——也就是表示电感应与电场强度成比例的方程式(4)——一般不适合于光学上迅速振动的实际情形。所以要得到更满意的色散理论，就必须用一个更普遍的关系式来代替方程式(4)。这将在本书第三篇中讨论，在第三篇中将要导出：欲使方程式(4)更普遍化，必须考虑到在自然界中精细的光学现象的情形下物质是绝对连续的和均匀的那个假定不再是正确的，这就必须计及特别构造所呈现的性质来修改这假定到一定程度。

如果这个观念是正确的，那么，方程式(22)还是保存有很重要的意义——即它是一条极限定律，所呈现的色散越小满足这条定律就越好。如果我们在这方面做一个测验，就会确切地证实这个方程式。因为在各种物质中，色散最不厉害的是气体，L. 玻耳兹曼所作的最早的实验就已在这种情形下证实公式(22)是正确的。有一个特点值得特别注意，即在各种气体的情形中，折射率与压强有关，而介电常数也与压强有关，这两个关系在数量上恰好是互相

平行,这已由方程式(22)表示出来。因此,参考这个方程式我們确可以说,在可允许的应用范围内,电磁理论得到了很深刻的证明。

§ 9a. 除了给出反射线和折射线方向以外,这个理论又给出反射波和折射波的波函数应该与对应的入射波的波函数成比例;由此也可推出反射波的形状和折射波的形状。若应用(20),用 θ 和 θ_1 两角代替(15)到(18)各公式中的 n , 又用 $(\pi - \theta)$ 代替 θ' , 那末,各个比例常数化成下列各值:

就反射波(f', g')来说,

$$\mu = \frac{\operatorname{tg}(\theta - \theta_1)}{\operatorname{tg}(\theta + \theta_1)}, \quad \sigma = \frac{\sin(\theta - \theta_1)}{\sin(\theta + \theta_1)}, \quad (23)$$

就折射波(f_1, g_1)来说,

$$\mu_1 = \frac{\sin 2\theta}{\sin(\theta + \theta_1) \cos(\theta - \theta_1)}, \quad \sigma_1 = \frac{\sin 2\theta}{\sin(\theta + \theta_1)}. \quad (24)$$

根据这些公式(所谓菲涅耳公式),波函数 f 和 g 之间有基本的差异。 f 和 g 是与下列物理现象相对应的,即依照(8), f 波的电场强度是在入射平面上, g 波的电场强度垂直于入射平面。系数 μ 对应于前者,系数 σ 对应于后者。

要验证这个理论,必须测量辐射能。我们先来讨论反射波。由方程式(11),利用(15)和(17),我们推出反射波的辐射强度与入射波的辐射强度之比值,即“反射系数”是:

$$\frac{\bar{f}'^2 + \bar{g}'^2}{\bar{f}^2 + \bar{g}^2} = \rho = \frac{\mu^2 \bar{f}^2 + \sigma^2 \bar{g}^2}{\bar{f}^2 + \bar{g}^2}.$$

由此可知,当 f 和 g 这两个波中有一个波小到可略去不计时,反射系数 ρ 的极限值不是 μ^2 就是 σ^2 , ρ 的各值必定在 μ^2 和 σ^2 之间。我们一般测量 ρ 得出 f 和 g 这两个波的辐射强度之比值是:

$$\bar{f}^2 : \bar{g}^2 = \frac{\sigma^2 - \rho}{\rho - \mu^2}. \quad (25)$$

测量一定的入射波(f, g)在不同入射角 θ 的反射系数 ρ 就可