



齿轮基础几何

石凤山 刘恩惠 编著

科学出版社

齿 轮 基 础 几 何

石凤山 刘恩惠 编著

科 学 医 学 出 版 社

1978

内 容 简 介

本书以循序渐进的方式,利用参考平面、齿距关系图和较多的立体关系图,介绍了有关轮齿齿形、圆柱齿轮、圆锥齿轮及双曲面齿轮的基本几何关系。图文并茂、通俗易懂、容易记忆。

本书可供齿轮设计与制造方面的工人、技术人员及机械专业的师生参考。

2490/17

齿 轮 基 础 几 何

石凤山 刘恩惠 编著

*

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中 国 科 学 院 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1978 年 12 月 第 一 版

开本: 787×1092 1/32

1978 年 12 月 第 一 次 印 刷

印张: 4 1/8

印数: 0001—120,700

字数: 79,000

统一书号: 15031·203

本社书号: 1261·15—3

定 价: 0.30 元

前 言

在英明领袖华主席“抓纲治国”的战略决策指引下,全国上下正在蓬蓬勃勃地开展“工业学大庆”、“农业学大寨”的群众运动。科研工作为赶超世界先进水平正呈现出令人兴奋的局面。向四个现代化进军,在本世纪末把我国建设成为社会主义现代化强国是全国人民的共同心愿。

我国的齿轮专业生产有了很大的发展,今后对齿轮质量和产量将提出更高的要求。生产实践表明,对于从事齿轮设计与加工方面的工人和技术人员,应该对圆柱齿轮和圆锥齿轮的几何关系和运动关系有个基本的理解,这是处理有关齿轮的设计、制造、调整以及检验时所不可少的。为此,我们结合实践中的体会,编写了这本《齿轮基础几何》,以供从事齿轮方面工作的同志参考。

为了对齿轮各要素之间的几何关系及一些运动关系有个基本的了解,这里采用循序渐进的方式进行介绍。在一般有关齿轮术语及几何关系的书籍中,大部分的内容都是在回转平面内的,也就是只涉及到平面几何学。本书利用参考平面(回转平面、轴向平面、节平面、切向平面……以及作用平面等)在三度空间内,立体地并且直观易懂地介绍了有关圆柱齿轮和圆锥齿轮的各种齿距、螺旋角和压力角(齿形角)间的几何关系。“齿距关系图”把各个螺旋角、压力角和各齿距的关系,综合概括地表示出来。这样就容易理解各参数间的关系,又可减少对于公式及数表的依赖。

双曲面齿轮从其外形及加工设备看,一般都属于锥齿轮

一类,但其运动关系和几何关系是与锥齿轮有所不同的。这里做了些初步介绍。介绍中提到的一些向量公式,只做为概括提示用,不作重点介绍。

对于目前齿轮书籍中已较为普遍介绍的内容,限于篇幅关系,仅从简介绍。

我们希望这本书能对从事齿轮设计与制造的同志们有所帮助。由于我们的水平不高,书中会有错误和不当之处,热诚欢迎提出批评和意见,以便改进。

编 者

目 录

前言	i
第一章 概述	1
一、齿轮的分类	1
二、对于齿形曲线的要求	2
三、渐开线的特点	3
四、渐开线齿形的应用	6
五、圆弧齿轮的特点	10
第二章 圆柱齿轮的基本几何关系	12
一、术语和定义	12
二、齿轮的主要参考平面	17
三、齿轮的各齿距	23
四、压力角和齿形角	26
五、螺旋角和导程角	27
六、“齿距图”——诸齿距和诸角度间关系	28
七、齿轮测量中常见的几种几何计算	38
八、标准圆柱齿轮的几何计算	47
九、变位齿轮	50
第三章 圆锥齿轮的基本几何关系	54
一、圆锥齿轮的基本概念	54
二、圆锥齿轮常用术语和定义	55
三、圆锥齿轮的主要参考平面	64
四、圆锥齿轮的齿面节线特点和螺旋角	68
五、圆锥齿轮的几何计算	77
第四章 双曲面齿轮的基本几何关系	81
一、双曲面齿轮的基本概念	81

原
书
缺
页

第一章 概 述

齿轮在机械方面有着广泛的应用,它主要用于减速机构,用它的轮齿传递运动和动力。齿轮也常用于分度机构中。随着科学技术的发展,齿轮的设计与制造技术也不断地发展。从事齿轮设计、制造和测量等工作,对于齿轮的运动关系及基本几何关系需要有个明确的理解,这是很必要的。

本章主要介绍齿轮的分类;对于齿形曲线的要求;渐开线的特点及其应用。

一、齿轮的分类

齿轮的分类方法很多,有按用途分类的,也有按外形、齿形、轴线间相对位置关系、齿向或齿面节线等特点来分类的。

从外形来分,一般都将齿轮分为圆柱齿轮和圆锥齿轮两大类。实际上,齿轮的加工方法及相应的切齿机床,也是按齿轮的外形分为圆柱齿轮和圆锥齿轮两大类别的。

具体的齿轮类别的选用,要根据齿轮的工作条件及加工条件来确定。齿轮的简单分类见表 1-1。

表 1-1 齿轮的简单分类表

轴线间相对位置关系	节面	齿 向	齿 轮 名 称
平 行 轴 线	圆柱面	与轴线平行	直齿圆柱齿轮
		与轴线成角度	斜齿圆柱齿轮
相 交 轴 线	圆锥面	与轴线相交	直齿锥齿轮
		与轴线偏错	螺旋锥齿轮(曲线锥齿轮)
相 错 轴 线	圆柱面 双曲面	与轴线成角度	螺旋齿轮
		与轴线成角度	双曲面齿轮
一作迴转,一作平移 (圆柱与平面相滚动)	圆柱面 与平面	与轴线平行	直齿齿条与直齿圆柱齿轮
		与轴线成角度	斜齿齿条与斜齿圆柱齿轮
一作迴转,一作平面 内的迴转(一圆锥与 一平面相滚动)	圆锥面 与平面	与轴线相交	直齿锥齿轮与直齿平面齿轮
		与轴线偏错	螺旋锥齿轮与螺旋齿 平面齿轮

二、对于齿形曲线的要求

作为传动用的齿轮,要保证能担负动力的传递,必须保证一定的强度和要求的速比。一般减速机构要求齿轮保证瞬时速比的稳定性,即当主动轮以等速旋转时,从动轮也应以等速旋转。传动中的作用力及其方向,对于强度设计影响很大。因此,齿形的选择很重要。目前,齿轮的齿形有用渐开线、摆线及圆弧三种。摆线齿轮主要用于钟表工业,这里就不介绍了。

渐开线齿形除了能满足上述要求以外,还具有便于安装

以及其刀具的齿形易于制造等优点。所以，目前渐开线齿形的使用最为广泛。特别是在机床、汽车及拖拉机中的圆柱齿轮，其齿形一般都是渐开线的。这里将介绍一下渐开线的特点及其应用。

三、渐开线的特点

在一个圆上缠上一根线，固定线的一端，当把线头 P_0 逐渐地旋展开来，并且保持线的拉紧状态，线头所走的轨迹（图 1-1 中 P_0P 曲线）叫做圆的渐开线，以后简称渐开线。

圆的渐开线也可以解释为，一条直线与一个圆作无滑动的滚动时，线上任意一点（如 P_0 ）的轨迹，此直线叫做渐开线的发生线，此圆叫做渐开线的基圆（如图 1-2）。

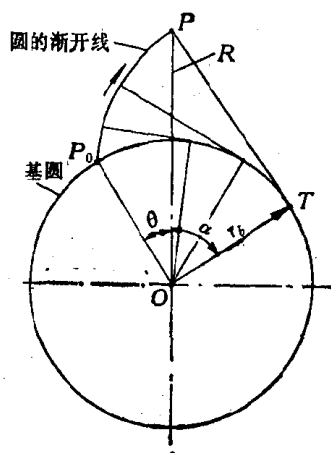


图 1-1

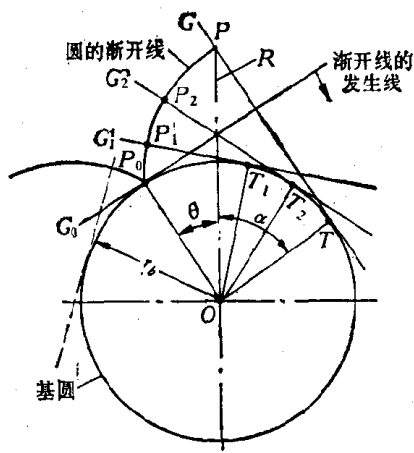


图 1-2

由图 1-1 及 1-2 可见, 当自基圆上 P_0 点展开至 P 点时, $\overline{OP}$ 长叫做向量半径, 以 R 表示. 向量半径与渐开线起始点半径所成的角度以 θ 表示, 此时基圆与渐开线发生线所滚过的角度为 $\angle P_0OT$, 即 θ 与 α 角的和. 因为 $\overline{PT}$ 是圆弧 $\widehat{P_0T}$ 的展开长, 所以两者的长度相等, 即

$$\overline{PT} = \widehat{P_0T}. \quad (1-1)$$

因为 $\overline{PT}$ 为直线, 它与基圆相切于 T 点, 所以 $\triangle POT$ 为直角三角形, 可得:

$$\overline{PT} = r_b \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (1-2)$$

从圆弧 $\widehat{P_0T}$ 与弧度角的关系, 可得:

$$\widehat{P_0T} = r_b \cdot (\theta + \alpha), \quad (1-3)$$

式中, θ 角及 α 角以弧度值计算, 将公式 (1-2), (1-3) 代入 (1-1) 式化简得:

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha, \quad (1-4)$$

θ 角称为渐开线角, 它是 α 角的函数, 通常把 $\operatorname{tg} \alpha - \alpha$ 叫做 α 角的渐开线函数, 常用 $\operatorname{inv} \alpha$ 表示. 为了计算上的方便, 列有渐开线函数表, 在齿轮专业资料中可查得.

向量半径与基圆半径的关系, 由 $\triangle POT$ 得:

$$R = \frac{r_b}{\cos \alpha}. \quad (1-5)$$

渐开线的任一点, 可用渐开线角 θ 及向量半径 R 表示. 即与渐开线起点 (P_0) 处的基圆半径成角 θ 时, 其渐开线上的点距圆心距离为 R . 公式 (1-4) 与 (1-5), 常称为渐开线的极坐标方程式.

圆的渐开线主要有下面几个特点:

(1) 基圆上任一点可以有向左及向右的各一条渐开线, 基圆以内无渐开线.

(2) 渐开线上任一点的法线, 总是与基圆相切, 也就是基圆的切线.

(3) 同一基圆的各渐开线完全一样, 而且同向的两渐开线间法向距离完全相等, 如图 1-3 所示, 渐开线 $\widehat{P_0P'_0}$ 与 $\widehat{P_1P'_1}$ 沿其法线方向的距离是相等的, 其长度等于基圆上两渐开线起点间弧长 $\widehat{P_0P_1}$ 的展开长度.

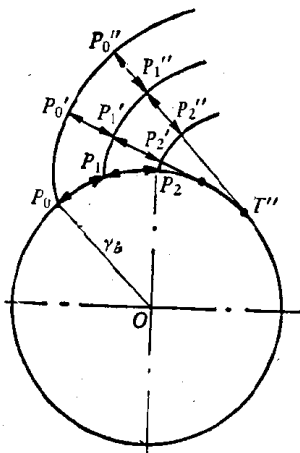


图 1-3

(4) 渐开线上任一点的曲率半径, 是指自此点沿其法线到基圆上切点的距离. 基圆上渐开线起点处的曲率半径为零. 渐开线上距离基圆愈远的点, 其曲率半径愈大, 也就是曲线弯曲的程度愈小.

(5) 基圆直径趋近于无穷大时, 渐开线曲线趋近于直线.

这是渐开线所以被广泛用为齿轮齿形的重要特点,在用滚刀切齿及砂轮磨齿时,都是利用这个特点,它使刀具制造简单化.当齿轮基圆趋近无穷大时,它就变成一个齿条了(图 1-4).其齿形成直线式的,这使分析啮合工作大为简化.

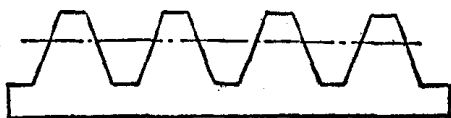


图 1-4

(6) 基圆不同的诸渐开线,在几何上是相似的.

四、渐开线齿形的应用

由于上述渐开线的特点,渐开线齿形得到广泛地采用.为了说明渐开线能满足作为齿形的要求,先从图 1-5 说起.图中滑杆沿基圆切线方向安置,基圆上 T_1 、 T_2 、 T_3 、 T_4 为等间隔点,即 $\angle T_1OT_2 = \angle T_2OT_3 = \angle T_3OT_4$. 自各等间隔点所做基圆的切线,与渐开线交于 P_1 、 P_2 、 P_3 和 P_4 点.由渐开线原理可知,因 T_1 、 T_2 、 T_3 、 T_4 等距,所以 $\overline{P_4T_4} - \overline{P_3T_3} = \overline{P_3T_3} - \overline{P_2T_2} = \overline{P_2T_2} - \overline{P_1T_1} = \widehat{T_1T_2} = \widehat{T_2T_3} = \widehat{T_3T_4}$. 当基圆以逆时针方向旋转 $\angle T_1OT_2$ 时, $\overline{P_2T_2}$ 切线与滑杆轴线重合.此时,渐开线齿面上的 P_2 点转到图上 S_2 点位置,滑杆若与渐开线相接触,它将沿其基轴线移动 $\overline{S_1S_2} = \widehat{T_1T_2}$. 即滑杆的移动长度等于基圆转过的弧长.所以当基圆以等速回转时,滑杆也以等速移动.而且,滑杆的移动速度与基圆的圆周速度相等.

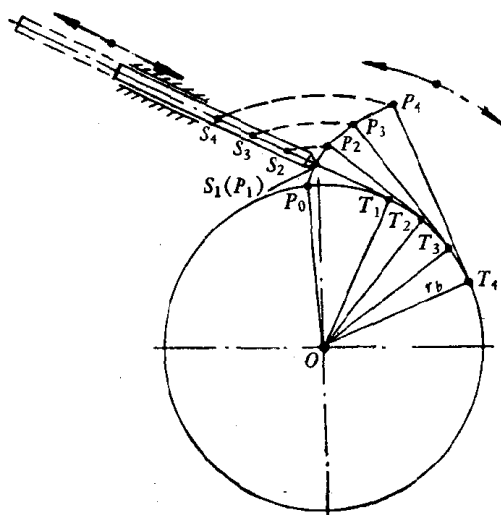


图 1-5

当滑杆另一侧也与一渐开线基圆相切时,如图 1-6 所示,当主动轮以等速回转时,从动轮也以相等的基圆圆周切线速度回转。图 1-6 可进一步说明如下:

设两轮的轮齿都用渐开线作为齿形,根据前面叙述的渐开线特点,其轮齿相接触点的法线是基圆的切线。因此,接触点始终都是位于两基圆的公切线上。设主动轮及从动轮在 a 点接触。当主动轮转过 φ_1 角时,在基圆上的渐开线起始点 a_1 相应转到 b_1 处;接触点由 a 沿两基圆公切线移至 b 点;从动轮相应地转过 φ_2 角。由图及渐开线特点可知:

$$\widehat{a_1 b_1} = \widehat{a b} = \widehat{a_2 b_2},$$

即

$$\varphi_1 \cdot r_{o1} = \varphi_2 \cdot r_{o2},$$

得知

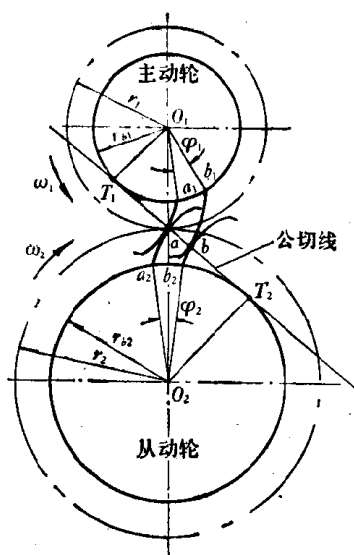


图 1-6

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{r_{02}}{r_{01}} \quad (1-6)$$

由于两三角形 $\triangle O_1 T_1 a$ 及 $\triangle O_2 T_2 a$ 相似。所以，

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{r_{02}}{r_{01}} = \frac{r_2}{r_1}$$

当主动轮以 ω_1 角速度迴转时，从动轮将以 ω_2 角速度迴转，两者之间总保持着下列关系，即

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{r_{02}}{r_{01}} = \frac{r_2}{r_1} \quad (1-7)$$

上式说明，渐开线齿形能够保证任何瞬时的速比（传动比）为一定值。当齿轮传动时，相当于半径为 r_1 及 r_2 的两个圆相互无滑动的滚动。此两圆叫做节圆，两节圆的切点叫做节

点。

从图 1-6 可知,当传动时,接触点沿两基圆的公切线上移动,此公切线为渐开线齿面接触时的法线方向。所以,接触点压力的作用方向,始终是与此切线相重合的。这对于齿轮强度设计以及保证旋转时的匀速性是很重要的。

渐开线齿形传动,在齿轮中心距有变化时,其瞬时速比不变。如图 1-6,当中心距增大或减小时,其瞬时速比仍保持公式 (1-6) 及 (1-7) 的关系。

上述内容就是广泛采用渐开线齿形的主要原因。

除此之外,渐开线齿形的测量及公法线长度的测量都是比较方便易行的。如图 1-7 所示公法线测量,卡尺所量距离 $\overline{ab}$ 长,等于基圆上的 $\widehat{G_1G_2}$ 弧长。从渐开线原理可知, $\overline{cd}$ 长也等于 $\widehat{G_1G_2}$ 弧长,这样减少测量位置的严格限制,加工中用于测量齿厚很方便。关于公法线长度的计算见第二章。

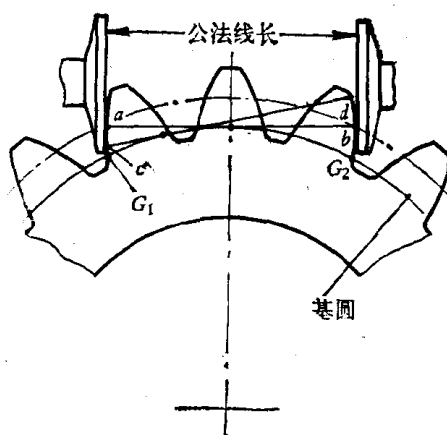


图 1-7

五、圆弧齿轮的特点

渐开线齿轮由于其特点而被广泛采用。随着工业的发展,人们不断地研究试验新的齿形,以提高齿轮承载能力、降低噪音、提高齿轮寿命和降低成本等。圆弧齿形就是为满足重载要求的一个产物,它不但承载能力高,而且还可以用于高速传动。在减小减速器体积和重量方面,以及齿轮寿命都比传递同样功率的渐开线齿轮好。

圆弧齿是以圆弧齿形的轮齿来传递动力的(图 1-8)。圆弧齿的特点是减小了轮齿的接触应力,即在传递同样圆周力时,圆弧齿面的压应力比渐开线齿面的压应力低,如图 1-9 所示。图 1-9(a) 为渐开线齿形,由于渐开线外啮合齿轮,两个

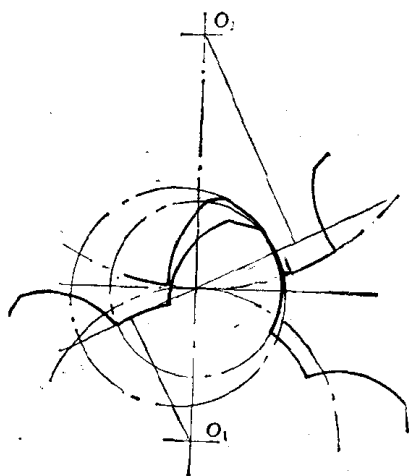


图 1-8 圆弧齿轮啮合